学生应知自然知识

人类视野的开拓者

十八

周丽琼 编

目　　录

高斯

卡尔·弗列德里奇·高斯（CarlFriedrichGauss，公元 1777—1855）是德国 18 世纪末到 19 世纪中叶的伟大数学家、天文学家和物理学家，被誉为历史上最有才华的数学家之一。在数学上，高斯的贡献遍及纯粹数学和应用数学的各个领域。特别是在数论和几何学上的创新，对后世数学的发展有着深刻的影响。由于他非凡的数学才华和伟大成就，人们把他和阿基米德、牛顿并列，同享盛名，并尊称他为“数学王子”。德国数学家克莱因这样评价高斯：“如果我们把 18 世纪的数学家想象为一系列的高山峻岭，那么最后一个使人肃然起敬的顶峰便是高斯——那样一个在广大丰富的区域充满了生命的新元素。”

一、数学神童

在距德国柏林约 200 公里处有一座美丽的城市——布伦瑞克（Brunswick）。1777 年 4 月 30 日，高斯诞生在这个城中的一个农民家。父亲格布哈特·迪特里希·高斯是一个地道的农夫。早年，他曾从其父那里学得一手好农活，不到 20 岁便在附近庄园从事园艺。他先后做过护堤人、泥水匠和喷泉技师等。据布伦瑞克教堂记事簿中高斯诞生记录的记载，他父亲的职业是屠夫。高斯父亲和第一个妻子共同生活了 10 多年，未生孩子就因病去世了。1776 年，高斯的父亲同石匠赫里斯托夫·宾泽的女儿结婚，也就是高斯的母亲罗捷娜。高斯的母亲读过几年书，认得一些字，但不能写信。她结婚

时已经 34 岁，婚后只生了高斯一个孩子。

高斯的父亲性格坚毅而严厉，但母亲却温柔而又聪慧。母亲对他备加疼爱，因而高斯喜欢母亲胜于父亲。

高斯聪敏早慧，他的数学天赋在童年时代就已显露。高斯的父亲虽是个农夫，但有一定的书写和计算能力。在高斯 3 岁时，一天，父亲聚精会神地算帐。当计算完毕，父亲念出数字准备记下时，站在一旁玩耍的高斯用微小的声音说："爸爸，算错了！结果应该是这样……"父亲惊愕地抬起头，看了看儿子，又复核了一次，果然高斯说的是正确的。

后来高斯回忆这段往事时曾半开玩笑地说："我在学会说话以前，已经学会计算了。"

在高斯启蒙教育中，舅舅弗雷德里希·本茨对他影响较大。本茨是位技术高超的锦缎织工，勤学好思，头脑机敏。他是高斯家的常客。他十分喜爱高斯，并经常给高斯讲故事，同他做游戏。

一次，高斯与舅舅出去游玩。走到河边时，只见河的上游漂来一根木头。

舅舅问："高斯，你说木头为什么不沉下去？"

"木头轻呗。"高斯回答道。

舅舅弯下腰，捡起一颗石子，又问："这颗石子重还是那段木头重？"

"木头重。"高斯说。

本茨并不吱声，他用力一扔，扑通一声，石子沉到了河底。

本茨用这种方法启发诱导高斯。

为了使高斯更好地成长，舅舅还为他买来不少儿童读物。高斯十分喜欢书里的故事，如饥似渴地读着。父

亲对儿子的读书嗜好不以为然。每天，天还没有完全黑下来，就催促儿子上顶楼睡觉，以便节约燃料。顶楼又矮又小，而且还没有灯。高斯急中生智，想出了个好办法。他找来一根芜菁，把里面挖空，塞进油脂，再用粗棉搓一根棉条做灯芯。借着微弱的光亮，贪婪地咀嚼着书里的每一个字。知识的泉水汩汩地滋润着高斯幼小的心田。

1784 年，高斯 7 岁，父亲把他送入耶卡捷林宁国民小学读书。教师是布伦瑞克小有名气的“数学家”比纳特。当时，这所小学条件相当简陋，低矮潮湿的平房，地面凹凸不平。就在这所学校里，高斯开始了正规学习，并在数学领域里一显他的天才。

1787 年，高斯三年级。一次，比纳特给学生出了道计算题：

1＋2＋3＋…＋98＋99＋100＝？

不料，老师刚叙述完题目，高斯很快就将答案写在了小石板上：5050。当高斯将小石板送到老师面前时，比纳特不禁大吃一惊。结果，全班只有高斯一人的答案是对的。

高斯在计算这道题时用了教师未曾教过的等差级数的办法。即在 1 至 100 中，取前后每一对数相加，1＋100，2＋99，……，其和都是 101，这样一共有 50 个 101，因此，101×50＝5050，结果就这样很快算出来了。

通过这次计算，比纳特老师发现了高斯非凡的数学才能，并开始喜爱这个农家子弟。比纳特给高斯找来了许多数学书籍供他阅读，还特意从汉堡买来数学书送给高斯。高斯在教师的帮助下，读了很多书籍，开拓了视野。

“他已经超过我了，”比纳特不得不承认，“我没有更多东西可以教他了。”

在这所学校里，有一位名叫约翰·马丁·巴蒂尔（1769—1836）的青年。巴蒂尔是比纳特的助手，他的工作是教小学生写字和削鹅翎笔。巴蒂尔后来成了德国数学家。由于对数学有着共同的爱好，两人很快成了好朋友。巴蒂尔买来代数分析书籍成了他们共同的课本。高斯不但看书，而且开始对数学大师们的某些“证明”不客气地提出挑战。

1788 年，高斯小学毕业了，经过比纳特和巴蒂尔的再三劝说，高斯的父亲才同意儿子继续升学，学费由比纳特和巴蒂尔负担。这一年，高斯以优异的成绩考入布伦瑞克高级文科中学。在这所学校里，他很快地掌握了古德语、拉丁语和希腊语的主要课程。由于他在古典文学上的良好基础和独到之处，他一开始就上了二年级。过了两年，他又升到了高中哲学第一班学习。这时，高斯仍未放弃对数学的爱好。

1788 年，高斯 11 岁时，巴蒂尔买到了他们盼望已久的大数学家欧拉著的《代数的完整介绍》一书。这是公认的代数学的权威著作。高斯对二项式$(1+x)^n$定理产生了浓厚的兴趣。欧拉二项式$(1+x)^n$的展开式是这样叙述的：当 n 为自然数时，展开式有有限项；当 n 为非自然数时，展开式有无限项。高斯对这一结论颇感兴趣，便尝试对它作出证明。关于这个证明的详细内容现在还没有留下可靠的资料，但即使这个证明是不完善的，至少也反映了高斯治学的严谨。高斯是公认的现代数学中第一个严格证明论者，他对分析的严密性要求影响了整个数学界。

12 岁时，高斯对统治了 2000 多年的欧几里得几何是否是唯一的几何真理产生了怀疑，到 16 岁时，他已清楚地看到非欧几何的曙光。

由于高斯聪明好学，他很快成为布伦瑞克远近闻名的人物。

一天，在放学回家的路上，高斯边走边看书，不知不觉地走到了斐迪南公爵（？—1806）的门口。在花园里散步的公爵夫人看见一个小孩捧着一本大书竟如此着迷。于是叫住高斯，问他在看什么书。当她发现高斯读的竟是欧拉的《微分学原理》时，十分震惊，她把这件事告诉了公爵。

1791 年，经卡罗琳学院讲师冯·齐美尔曼介绍，斐迪南公爵召见了高斯。通过简单的交谈，公爵喜欢上了这个略带羞涩的孩子，并对他的才华表示赞赏。公爵同意作为高斯的资助人，让他接受高等教育。

1792 年，高斯在公爵的资助下进入了布伦瑞克的卡罗琳学院学习。在此期间，他除了阅读学校规定必修的古代语言、哲学、历史、自然科学外，还攻读了牛顿、欧拉和拉格朗日等人的著作。高斯十分推崇这三位前辈，至今还留有他读牛顿的《普遍的算术》和欧拉的《积分学原理》后的体会笔记。在对这些前辈数学家原著的研究中，高斯了解到当时数学中的一些前沿学科的发展情况。由于受欧拉的影响，高斯对数论特别爱好，在他还不到 15 岁时，就开始了对数论的研究。从这时起，高斯制定了一个研究数论的程序：确定课题——实践（计算、制表、或称实验）——理论（通过归纳发现有待证明的定律）——实践（运用定律进一步作经验研究）——理论（在更高水平上表述更普遍的规律性和发现更深刻的

联系)。尽管开始研究时并不那么自觉和完善地执行，但高斯始终以极其严肃的态度对待他从小就开始的事业。

1795 年，高斯结束了卡罗琳学院的学习。10 月，进入了哥廷根大学读书。从此，数学神童开始了对数学的研究。

二、大学生活

哥廷根大学成立于 1737 年,是当时德国一所著名大学。它以藏书丰富和教授的知名誉满全国。1795 年 10 月 11 日，高斯到这所大学报到，开始了大学生活。

18 世纪，德国的启蒙运动波及全国，也影响了哥廷根大学的校内生活。在学校里，民主思潮和自然科学的交流空前活跃。许多进步教师开办了讲座，如：曾创立欧洲语言学校的古典语言学家海涅开设艺术史和考古史课程；历史学家施勒策尔发表了批判专制统治体制的专门演说；才华横溢的物理学家李希腾贝尔举办科学讲座。这些学术活动吸引着无数的学生，对高斯自然也起着强烈的熏陶作用。

高斯虽然是个学生，但他边学习边研究前人未曾解开的数学之谜。1795 年，他对数论中的二次互反定律第一个作出严格的证明。二次互反定律是欧拉首次发现的，这是一个了不起的成就。但是，欧拉没有对它进行证明，只举出几个例子作为验证。勒让德在 1785 年独立宣布了这一定理，并且先后给出了两个证明。可惜他的证明并不完备，因为他回避了一些重要的难点。高斯运用数学归纳法证明了这个定律，以致凡是见过这证明的数学家无不拍案叫绝。高斯对此十分重视，称它为“黄金定理”。对于这样重要的定理，高斯认为有一个证明还不够。他反复思考多年，先后给出了 6 个不同的证明。他

认为“绝不能以为”获得一个证明以后“研究便告结束，或把寻找另外的证明当作多余的奢侈品”。因为，“有时候，你一开始未能得到一个最简单，最美妙的证明，但正是这样的证明才能深入到高等算术真理的奇妙联系中去。这是我们继续研究的活力，并且最能使我们有所发现。”由此可见，高斯对科学的严谨态度。今天，关于这个定律的证明已有 50 多个，但高斯对这个定律的贡献仍是不可低估的。

高斯是一个兴趣十分广泛的学生，他既喜欢自然科学，也喜爱文学、绘画等社会科学。他在语言学方面有着突出的表现，他不仅能阅读拉丁文和希腊文，而且还能用它们来写文章，文字表达能力极强。在上大学的第一学年中，他对自己究竟是研究数学还是专攻古典文学犹豫不决。因为，这些专业他都爱不忍释。但是，1796 年 3 月 30 日，高斯出色地解决了数学史上的一个难题——正 17 边形的尺规作图这件事，终于促使他下定了攻读数学的决心。

尺规作图是古希腊学者提出的数学问题。早在欧几里得的时候，人们就已经能仅用直尺和圆规作出正三边形、正四边形、正五边形和正 12 边形。但是，当他们试图用这两种工具作正 7 边形、正 11 边形或正 17 边形时，便遇到了极大的困难。在后来的两千多年间，人们虽曾作过许多努力，却都未能成功。于是，有关这类图形的尺规作图就成了世界难题，向人类的智慧提出了严峻的挑战。当时的许多数学家都认为这个问题是不能解决的。

1796 年 3 月 30 日这一天，高斯正在故乡布伦瑞克家中休假。清晨起床后不久，他就用圆规和直尺成功地画出了正 17 边形。之后，他又提出并证明了这种作图的

可能性的条件。假期结束后，高斯带着他的结果去见哥廷根大学教授、他的老师克斯特纳。克斯特纳听说高斯正在进行正 17 边形的作图，并且称自己已经解决了，很不相信。他告诉高斯，关于这个问题的精确解是不可能得出的，得出的只能是近似解。他不相信高斯的成果，把高斯赶出了家门。

事实上，高斯的答案是正确的，他不仅解决了正 17 边形的尺规作图，而且对这类作图问题的可能性作了一揽子回答。他的结论是："一个正 n 边形能用尺规作出，仅仅在 n 可表示为如下形式时才是可能：$n=2^m \cdot p_1p_2\cdots p_n$；其中 p_1，p_2，…，p_n 为各不相同之素数，且具有 $2^{2k}+1$ 形式。"特别是，当 n 为素数时，n 具有 $2^{2k}+1$ 形式即为尺、规作正 n 边形的充分条件。根据这个结论，人们就可以毫不费力地断定，哪些正多边形是可用尺规作出的，哪些则不可用尺规作出。比如，正 17 边形虽然能用尺规作出，但边数比它少的正 7、9、11、13 边形却不能。这样，困扰了几何学家达 2000 年之久的难题终于被这位 18 岁的德国青年作出了完满的答案。下面是正 17 边形的尺规作法：

正 17 边形的完整作法只需一页篇幅；正 257 边形的尺规作图就要占用 80 页纸；而后来数学家盖尔英斯按照高斯方法作出的正 65537 边形的手稿整整装满了一只手提箱。这份手稿至今仍保存在哥廷根大学的图书馆里。

1796 年 6 月 1 日，在《文献汇报》的知识分子专栏中，通过学校一些教授的推荐，高斯发表了他关于成功画出正 17 边形的第一篇论文，并将这一最新发现公诸于世，齐默尔曼教授在推荐文中指出：这是数学上的巨大成果，完成这一成果的是一位年仅 18 岁的大学生，而且

他在古典文学上的造诣也不亚于高等数学的成就。

这次成功使高斯大为振奋，从此他下决心把毕生精力奉献给数学科学。他十分珍视这一成果，并希望死后能在他的墓碑上刻上正 17 边形的图案。

从 1795 至 1798 年的大学三年间，是高斯思维的旺盛时期。各种神奇般的想法，像喷泉般地涌流出来，它涉及到数论、代数、分析、几何、概率论等各个方面。高斯后来发表的成果都可以在这个时期里追溯到思想的脉络。

1798 年 9 月 29 日，高斯以优异的成绩结束了在哥廷根大学的学习生活。大学毕业后，高斯没有立即找工作。他回到家乡布伦瑞克赶写博士论文。

当时，高斯可选择的论文题目有很多，但他选择了代数基本定理的证明这一难度大影响大的论题。论文第二年完成，题目是：《关于每一单变量代表整函数都可分解为一阶或二阶实因子之积的证明》。论文以十分新颖的思考方式对代数方程根的存在作了严格的论证。高斯的方法不是去计算一个根，而是去证明它的存在。他指出 P（x+iy）＝0 的复根 a＋ib 相当于平面上的点（a，b），如果 P（x＋iy）＝U（x，y）＋iV（x，y），那么（a，b）必定是曲线 U（x，y）＝0 和 V（x，y）＝0 的交点。通过对这些曲线作定性的研究，他证明了一条曲线上的一段连续弧连结着两个不同区域上的点，而这两个区域是被另一条曲线隔开的，所以曲线 U（x，y）＝0 和曲线 V（x，y）＝0 必相交。

高斯的论文除提交给赫尔姆斯塔特大学外，还分发给了当时他认为有资格对其代数基本定理的论证进行专业评价的 37 个人和机构。由于高斯的论文解决了前数学

家达朗贝尔、欧拉和拉格朗日试图解决而没有解决的问题，因此，他的论文受到赫尔姆斯塔特大学校务委员会的肯定。在高斯缺席答辩的情况下，通过了论文。论文评定人是该大学著名的数学教授普法夫。他对高斯的评语是：“这篇论文具有许多优点，说明作者才华突出，通篇叙述充满了完全合理的推论和令人信服的证明。因此，这篇论文出版以后，高斯博士学位将为我们大学增添无比的荣誉。”因此，高斯获得了博士学位。同年，高斯获得讲师职称。

高斯的论文虽然获得了成功，但是，这成功的背后却有着艰辛的历程。

高斯大学毕业后,斐迪南公爵承诺的义务即告完成。高斯在找工作中遇到了困难。他只收了几个学生，时断时续的学费收入仅够他购买每天需要的面包和纸张，至多只允许他偶尔喝上一杯咖啡。像高斯这样一个颇有名望的数学家，为什么收不到学生呢？原因是高斯讲课和他著作一样字斟句酌，言简意赅，他不重复在他看来浅显易懂的道理，这使得一般学生远远跟不上他敏捷的思路。生活的艰辛，终于使他病倒。即使这样，高斯在致斐迪南公爵的信中从未提起自己生活的窘迫。后来，他的朋友巴蒂尔把这个消息告诉了公爵。斐迪南公爵又一次雪中送炭。他不仅为高斯偿还了债务，而且决定继续提供津贴，让高斯安心研究而不致受贫穷的困扰。如果没有公爵的资助,高斯也许不能够顺利地完成研究工作。

三、数论与《算术研究》

1801 年，高斯的名著《算术研究》问世。《算术研究》是用拉丁文写成的。这部书是高斯大学毕业前夕开始撰写的，前后花了三年时间。1800 年，高斯将手稿寄

给法国科学院，请求出版，却遭到拒绝，于是高斯只好自筹资金发表。

在这本书的序言一开头，高斯明确地说明了本书的范围：“本书所研究的是数学中的整数部分，分数和无理数不包括在内。”

《算术研究》是一部划时代的作品，它结束了 19 世纪以前数论的无系统状态。在这部书中，高斯对前人在数论中的一切杰出而又零星的成果予以系统的整理，并积极加以推广，给出了标准化的记号，把研究的问题和解决这些问题的已知方法进行了分类，还引进了新的方法。全书共有三个核心课题：同余理论、齐式论及剩余论和二次互反律。这些都是高斯贡献给数论的卓越成就。

同余是《算术研究》中的一个基本研究课题。这个概念不是高斯首先提出的，但是给同余引入现代的符号并予以系统研究的却是高斯。他详细地讨论了同余数的运算、多项式同余式的基本定理以及幂的同余等各种问题。他还运用幂的同余理论证明了费马小定理。

二次互反律是高斯最得意的成果之一，它在数论中占有极为重要的地位。正如美国现代数学家狄克逊（1874—1954）所说：“它是数论中最重要的工具，并且在数论发展史上占有中心位置。”其实，高斯早在 1796 年就已经得出了这个定理及其证明。发表在《算术研究》中的则是另一种证明。

从二次互反律出发，高斯相继引出了双二次互反律和三次互反律，以及与此相联系的双二次和三次剩余理论。为了使三次和双二次剩余理论优美而简单，高斯又发展出了复整数和复整数数论；而它的进一步结果必然

是代数数理论，这方面由高斯的学生戴德金（1831—1916）作出了决定性的贡献。

在《算术研究》中，高斯出乎寻常的以最大的篇幅讨论了型的理论。他从拉格朗日的著作中抽象出了型的等价概念后，便一鼓作气地提出了一系列关于型的等价定理和型的复合理论，他的工作有效地向人们展现了型的重要性——用于证明任何多个关于整数数的定理。正是由于高斯的带领，使型的理论成为 19 世纪数论的一个主要课题。高斯关于型和型类的几何表式的论述是如今所谓数的几何学的开端。

高斯对数论问题的处理，有许多涉及到复数。首先是对复数的承认，这是个老问题。18、19 世纪不少杰出的数学家都曾被“复数究竟是什么？”搞不清楚。莱布尼兹、欧拉等数学大师对此一筹莫展。高斯在代数基本定理的证明中无条件地使用了复数。这使得原先仅从运算通行性这点考虑对复数的承认，扩大到在重大的代数问题的证明中来确认复数的地位。高斯以其对该定理的高超证明，使数学界不仅对高斯而且对复数刮目相待。高斯不仅如此，他又把复数带进了数论，并且创立了复整数理论。在这一理论中，高斯证明了复整数在本质上具有和普通整数相同的性质。欧几里得在普通整数中证明了算术基本定理——每个整数可唯一地分解为素数的乘积，高斯则在复整数中得出并证明，只要不把四个可逆元素（±1，±i）作为不同的因数，那么这个唯一分解定理对复数也成立。高斯还指出，包括费马大定理在内的普通素数的许多定理都可能转化为复数的定理（扩大到复数领域）。

《算术研究》似乎任何一个学过中学普通代数的人

都可以理解，但是，它完全不是给初学者看的。在当时，读懂这本书的人较少。困难不是详细的计算示例而是对主题的理解和对深奥思路的认识。由于全书有 7 个部分，人们风趣地称它是部“加七道封漆的著作”。

《算术研究》出版后，很多青年数学家纷纷购买此书并加以研究，狄利克雷（1805—1859）就是其中之一。狄利克雷是德国著名数学家，对分析、数论等有多方面的贡献。他把《算术研究》视为心爱的宝贝，把书藏在罩袍里贴胸的地方，走到哪儿带到哪儿，一有空就拿出来阅读。晚上睡觉的时候，把它垫在枕头下面，在睡前还读上几段。功夫不负有心人，凭着这股坚韧不拔的毅力，狄利克雷终于第一个打开了“七道封漆”。后来他以通俗的形式对《算术研究》作了详细的介绍和解释，使这部艰深的作品逐渐为较多的人所理解和掌握。

关于《算术研究》和狄利克雷之间还有一段感人的故事。1849 年 7 月 16 日，正好是高斯获得博士学位 50 周年。哥廷根大学举行庆祝活动，其中有一个别出心裁的节目，他们要高斯用《算术研究》中一页原稿来点燃自己的烟斗。狄利克雷正好站在高斯身旁，他看到这个情景完全惊呆了。在最后一刹那，他不顾一切地从自己恩师的手中抢下了这页原稿，并把它珍藏起来。这页手稿直到狄利克雷逝世以后，编辑人员在整理他的遗稿中才重新发现了它。

《算术研究》发表后，拉格朗日曾经悲观地以为“矿源已经挖尽”、数学正濒临绝境，当他看完《算术研究》后兴奋地看到了希望的曙光。这位 68 岁高龄的老人致信高斯表示由衷的祝贺：

“您的《算术研究》已立刻使您成为第一流的数学

家。我认为，最后一章包含了最优美的分析的发现。为寻找这一发现，人们作了长时间的探索。……相信我，没有人比我更真诚地为您的成就欢呼。”

关于这部著作，19 世纪德国著名数学史家莫里茨·康托曾发表过高见，他说：

“高斯曾说：‘数学是科学的女皇，数论则是数学的女皇。’如果这是真理，我们还可以补充一点：《算术研究》是数论的宪章。”

《算术研究》是高斯一生中的巨著。暮年高斯在谈到这部书时说：“《算术研究》是历史的财富。”

高斯原本计划继续撰写《算术研究》第 2 卷，但由于工作的变化和研究兴趣的转移，这一计划未能实现。

高斯的许多数学成就都是在他去世后才被人们发现的。从 1796 年 3 月 30 日高斯用尺规作出正 17 边形后，他开始记科学日记，并且长期坚持下来，到 1814 年 7 月 9 日。高斯的科学日记是 1898 年哥廷根皇家学会为了研究高斯，向高斯的孙子借来的。从此，这本科学日记的内容才在高斯逝世 43 年后流传。这本日记共 146 项研究成果，由于仅供个人使用，所以每一条记录往往只写三言两语，十分简短。有的条目简单得甚至专家也摸不着头脑。

1796 年 10 月 11 日，VicimusGEGAN

1799 年 4 月 8 日，REV·GALEN

这两项研究成果，至今仍是个谜。

在 1796 年 7 月 10 日中有这样一条日记：

EYPHKA！ num=△+△+△

EYPHKA 是希腊文找到了的意思。当年，阿基米德在

洗澡的时候突然发现了浮力定律，兴奋地从浴缸一跃而起，在大街上狂奔高喊的就是“EYPHKA！”高斯在这里找到了费马提出的一个困难定理的证明：每个正整数是三个三角数之和。

高斯的科学日记一经披露，轰动了整个科学界。人们第一次了解到，有许多重大成果高斯实际上早就发现，而公开发表得很晚，有的甚至生前根本没有发表。有关椭圆函数双周期性的内容一直到日记发表的时候人们才知道，以致这个重大成果在日记里整整沉睡了100年。1797年3月19日的一条日记清楚表明，高斯已经发现了这个成果；后来又有一条，说明高斯还进一步认识到一般情况下的双周期性。这个问题后来经过雅可比（1804—1851）和阿贝尔独立研究发展，才成为19世纪函数论的核心。类似的例子不胜枚举。

这样大量的重大发现在日记里竟被埋没了几十年甚至一个世纪！面对这一不可思议的事实，数学家无不大为震惊。如果及时发表这些内容，无疑会给高斯带来空前的荣誉，因为日记中的任何一项成果都是当时世界第一流的。如果及时发表这些内容，就可以免得后来的数学家在许多重要领域中的苦苦摸索，数学史因而将大大改写。有的数学家估计，数学的发展可能要比现在先进半个世纪之多。

为什么会出现这现象呢？这与当时的社会环境和高斯个人性格有十分重要的关系。

18世纪，数学界贯穿着激烈的争论，数学家们各持己见，互相指责，由于缺乏严格的论证，在争论中又产生了种种错误。为了证明自己的论点，他们往往自吹自擂，互相讽刺挖苦，这类争论给高斯留下了深刻的印象。