

学生应知自然知识

人类视野的开拓者

周丽琼 编

九

目 录

欧拉	1
明安图	38
普郎克	73
朱载堉	108

欧拉

人物简介

学过高等数学的人都会记得欧拉常数 r (Euler' s constant) , 它表

示的是一个数列的极限, 即 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - I_n)$, 它就是我们下面将要介绍的 18

世纪瑞士最著名的数学家列昂纳德·欧拉 (Leonhard Euler) 于 1740 年提出的, 它和 r 函数, 黎曼 S 函数以及伯努利数等有密切的关系。数学大师们一直在猜想它是个超越数, 但至今还不知道它是不是无理数。通过近似计算

我们可以得到 $r = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - I_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - I_n) = 0.5772156$

6490153286060651209..., 1972 年已利用计算机计算算出 7 千位以上。

人们对于列昂纳德·欧拉的赞美之词非常多, 他被称为“无与伦比的算法学家”、“应用数学大师”、“分析的化身”、“英雄世纪的数学英雄”等等。被称为“法国的牛顿”的数学天文学家拉普拉斯曾经说过: “读读欧拉! 读读欧拉! 他是我们大家的老师。”阿拉哥也曾经这样形容欧拉: “欧拉计算毫不费力, 就像人呼吸、或者鹰在风中保持平衡一样。”如果说 17 世纪由于创造了两千多年以来梦寐以求的微积分而被誉为天才的世纪, 那么 18 世纪由于数学家们把微积分大大向前推进, 并且在各个数学技术领域取得了辉煌的胜利, 而成为英

雄的世纪。18 世纪数学英雄的最高代表就是列昂纳德·欧拉。牛顿、莱布尼兹建立的微积分为世纪数学家所掌握，向数学、物理、天文和其它各个科学技术领域开拓，取得了前所未有的进步。浩浩荡荡向数学征战的旗手欧拉，以他非凡的聪明才智、勤奋劳动和惊人毅力，把微积分发展成为拥有众多分支的分析数学。这种广义的数学分析实际上包括了对所有运动变化的定量研究。他在几何、代数上数量庞大的发明创造，导致了一些全新的数学分支的诞生。欧拉为促进数学空前蓬勃的发展耗尽了毕生的精力：先是献出了他的双目，最终是他的生命。他为人类文明建立了不朽的功勋。

欧拉是历史上最多产的数学家，他编写了大量的力学、分析学、几何学、变分法的课本，1748 年在瑞士洛桑出版了《无穷小分析引论》（两卷），这是第一部沟通微积分与初等数学的分析著作。1755 年发表了《微分学原理》（两卷），1768~1774 年发表了《积分学原理》（三卷），这对牛顿和莱布尼兹的微积分与傅立叶级数理论的发展起了巨大的推动作用。1774 年，他又发表了《寻求具有某种极大或极小性质的曲线的技巧》一书，使变分法作为一个新的数学分支诞生了。他还是复变函数论的先驱者。在数论研究上他也作出了卓越的贡献，著名的“哥德巴赫猜想”就是从他在 1742 年与哥德巴赫的通信中引申提出来的。1766 年他双目失明后，还口述完成了《代数学完整引论》，先后有俄文、德文、法文版问世，成为欧洲几代学者的教科书。他在概率论、微分几何、代数拓扑学等方面都有重大的贡献，而在初等数学的算数、代数、几何、三角学上的创见与成就是比比皆是，不胜枚举。人们可以在所有数学的分支中见到他光辉的

名字：欧拉公式、欧拉函数、欧拉方程、欧拉多项式、欧拉常数、欧拉积分、欧拉线。发现立体几何中有名的欧拉定理和建立起今天三角学科学体系的就是这位大名鼎鼎的欧拉。不仅如此，在数学以外的许多学科还有一大串以他的名字命名的专门术语来纪念他的卓越贡献：欧拉运动学方程、欧拉流体力学方程、欧拉力、欧拉角、欧拉坐标、欧拉相关，等等。他那博大精深的学识和无穷无尽的创造力永远是人们敬慕的对象。

有人说，欧拉写他的高超论文，恰如文笔流畅的作家给他的至亲好友写信那样轻松自如；甚至有人说，欧拉能在妻子第一次和第二次催他吃午饭的不到半小时的间隙里完成一篇论文。在这里姑且不论这些说法是不是言过其实，但是从这里我们多少可以看出他那无与伦比的数学才华。多产的法国数学家柯西（1789~1857）的全集有 26 卷；德国数学家高斯的全集有 12 卷；而欧拉的一生共创作了 886 篇论著，他的全集共有 74 卷之多。除了教科书以外，在他工作的时期几乎以每年 800 页的速度写出独具创造性的论文。如果考虑到他生命的最后 17 年双目已完全失明，就更加令人惊叹不止了。甚至到了 1936 年，人们也无法确切地知道欧拉著作的数量，只是估计要出版他的全部著作需要大四开本 60—80 卷。1909 年，瑞士的自然科学协会着手收集和出版欧拉的散轶的论文时，曾经指出：“欧拉不仅属于瑞士，而且属于全世界。”当时他们得到了来自世界各地的许多个人和数学团体的经济资助。可是在俄罗斯的彼得堡（列宁格勒）发现的一大堆无可置疑的手稿，经过仔细估算过的预算费用（按 1909 年的货币计算，约合 8 万美元）给彻底搅乱了。的确，被盛誉为“数学家中的英雄”的列

昂纳德·欧拉不愧为瑞士奉献于世界的最伟大的科学家。瑞士的埃米尔·费尔曼评论说：“欧拉不仅仅是历史上最有成就的数学家；而且也是历史上最博学的人士之一。……就其声誉而言，堪与伽利略、牛顿和爱因斯坦齐名。”

一、加尔文教牧师的儿子

在瑞士北部连绵起伏的群山之中，与德、法两国交界的地方有一颗美丽晶莹的明珠——巴塞尔城，清澈美丽的莱茵河从她身边轻轻流过，好似一条丝带把城市装扮得分外妖娆。巴塞尔是瑞士的学术中心，历史上曾经产生过许多著名的大科学家，声名显赫的伯努利家族就居住在这里。1704年4月15日，一阵阵婴儿的啼哭声打破了黎明前的宁静，巴塞尔城市居民册上又增添了一个新居民，保罗·欧拉和玛格丽特·布鲁克的儿子列昂纳德·欧拉——一颗即将升起的巨星降生了。

第二年，小欧拉跟随双亲迁到附近的雷欣村居住，父亲保罗·欧拉就在村子里担任加尔文教派的牧师。

其实，保罗·欧拉本人对数学颇为在行，他曾经是著名的大数学家雅各布·伯努利的高才生。可是，他自己并不想从事数学工作，而且还想要儿子长大以后和自己一样，在乡村教堂当牧师。

作父亲的只指望自己的儿子继承自己的事业，不想把孩子培养成为科学家，这类事例在科学史上屡见不鲜。像高斯的父亲要儿子当花匠；维尔斯特拉斯（1815～1897）的父亲要儿子当文官；黎曼（1826～1866）的父亲想让儿子当牧师等等。保罗这样打算倒也情有可原，因为当牧师毕竟比当科学家容易，何况收入更要优厚得多呢！因此，保罗对儿子从小就灌输了极其严格的宗教

思想，什么早祷告、晚祷告，每天必做，甚至在每餐饭之前都还要大讲一通主耶稣的道理。欧拉早期的宗教教育影响了他的一生，他从来没有放弃一丁点儿他的加尔文教派的信仰。确实，当他上了年纪以后，他兜了一个大圈子又回应了他父亲的召唤，他带领全家进行家庭祈祷，通常在结束时还要做一番讲道。

但是保罗·欧拉有个不坏的“毛病”，就是在每到高兴的时候，他会抛开天国和上帝，眉飞色舞地讲起人世间迷人的自然数和三角形来。凭着他向善男信女们布道时练就的好口才，保罗把数学讲述得绘声绘色，妙趣横生，完全将小欧拉迷住了，热爱数学的种子就这样默默地埋在了孩子的心田。

中学毕业以后，欧拉顺从了父亲的意愿来到巴塞尔大学学习神学和希伯来语。不过他心里明白自己真正应当做的是做什么。这时保罗当年的老师雅各布·伯努利已经去世，由他的弟弟约翰·伯努利接替他担任数学讲座教授。约翰本来是位医术高明的医生，后来受到他哥哥雅各布的影响改攻数学。他28岁时出任荷兰格罗宁根大学的数学教授，并且多次夺得法国科学院颁发的研究奖，成为驰名欧洲的大数学家。数学界至今仍流传着一段有关他的轶事。为了微积分发明的优先权，约翰站在莱布尼兹一边，同牛顿产生了相当激烈的争论。但是，牛顿在他心目中仍然无可争辩地享有崇高的地位。年轻时的约翰有一次在英国旅行，遇到一个外国人。这人身体微胖，长发披肩，显然受到周围人的极大尊敬。约翰不避嫌疑上前谦逊地介绍自己：“我是约翰·伯努利。”“我，”那人冷冷地回答，“是伊萨克·牛顿。”约翰把与牛顿的这第一次意外的会见看作是自己一生中

所接受的最高贵的礼物。

这时约翰虽然已经年过半百，但是精神矍铄，讲起课来旁征博引，生动而富有感情。每逢他上课，教室里总是座无虚席。欧拉也常去听约翰的课。坐在教室最前排的欧拉特别引人注目。在他高高的额头下闪烁着一对天真无邪的大眼睛。不过说他是孩子恐怕更确切些，因为那时他的年龄最多不过十二三岁，个子足足比一般的同学矮一头，大学生们都把他当小弟弟看待，并没有把他放在眼里。可是，人不可貌相。有一次，约翰在讲课中无意间提到一个当时的数学家们还没有解决的大难题。谁知下课铃一响，欧拉不声不响地交给他一份答案。约翰看着看着，几乎不敢相信自己的眼睛。虽然欧拉的解答还称不上是真正完备的，但是他构思的精巧和大胆使约翰清楚地意识到，站在自己面前的这个瘦小的孩子，将是未来的数学巨人。这个意外的发现使约翰非常兴奋，他当即决定每星期在家单独为欧拉授课一次，帮助这个孩子尽快成长。有这样的机会，欧拉连做梦也没有想到，心里真有说不出的高兴。欧拉为了尽可能少带问题去见老师，他把一周的业余时间都用在准备下一次课上。果然，在名师的精心指导下，欧拉的数学取得了突飞猛进的进展。他的勤奋和才能也深深的吸引了约翰的儿子丹尼尔·伯努利和尼科拉斯·伯努利，他们从此成为终身好友。

欧拉在 15 岁的时候获得了巴塞尔大学的学士学位，17 岁又获得硕士学位。父亲保罗要他放弃数学，把全部的精力都放在神学上。欧拉虽然笃信上帝，可是要他去做专职的神职人员，他从心底里不愿意。不过，他是个孝顺的儿子，不愿公然违抗父亲的意志。正在欧拉感到

左右为难的时候，伯努利父子知道了这个情况，赶来为他说情。

“亲爱的神甫，您知道我遇到过不少才华横溢的青年人，但是要和您的儿子比起来，他们都相形见绌。如果我的眼光不错，您的儿子无疑将是瑞士未来最了不起的数学家。”约翰压制着内心激动的心情接着说，“为了数学，为了孩子，我请求您重新考虑您的决定。”

保罗不是个铁石心肠的人，他理解约翰，也理解儿子的心情。深孚众望的伯努利教授的一席话使得保罗认真地考虑起来。最后他改变了初衷，虽然这样做可能会给家里的生活带来困难。从此以后，欧拉再也不用等到父亲熟睡以后才偷偷起床来做他的计算，也不用再在数学书籍的外面套上一张圣经的书皮来逃避父亲的注意。他像放出樊笼的苍鹰冲向自由的蓝天，又像饿虎扑向面前的食物。从古希腊的经典著作到牛顿的《自然哲学的数学原理》，恨不得一古脑地把它们全都嚼碎吞下。这些丰富的知识再好不过地促使他飞速成长。

二、在沙皇统治下的彼得堡生活

转眼到了1727年，春风吹绿了巴塞尔的大地。年轻的欧拉满怀创造的激情，跃跃欲试。19岁的他独立作出了他的第一项工作。

当时欧洲的科学院有个通行的做法，他们把各国政府或者有关部门提出的科研项目，设置奖金公开征求解答。在这些题目中有相当一部分同航海有关，因为随着航运事业的发展和连续不断的海上战争，各国政府愈来愈关注海洋的控制权。那一年，法国巴黎科学院提出在船上装桅杆的问题作为1727年的授奖问题。巴黎奖金是一项崇高的荣誉，对数学家来说，能赢得一次这样的荣

誉就足慰平生了。欧拉决定利用这次机会考验一下自己，同时也向世人证实自己的能力。从某种意义上讲，欧拉的处女作是他一生全部工作的缩影，它既显示出欧拉的力量，又暴露了他的弱点。欧拉的力量在于分析——技术性的数学，他是分析学精妙绝伦的大师，又是顶呱呱的方法发明家的运算的巨匠。分析的利剑一到他的手中真可谓是无坚不摧，无攻不克。而欧拉的弱点在于他有的地方距实际太远，如果它还与实际有关的话。当我们记起关于并不存在的瑞士海军的传统笑话时，这个弱点就不足为奇了。欧拉可能曾经在瑞士的湖泊中见到过不多的几艘划桨的小船，但从未见到过海洋中一艘真正的大船。他因为让他的数学带走了他的实际意识而受到过严厉的批评，这些批评有时是公正的。对欧拉来说物质世界只是数学的一种特殊情况，它本身几乎没有什么意思，要是这世界没有符合他的分析，那是这世界出了毛病。评选的结果，欧拉的论文得到了很高的评价，但是没有获奖。这算不了什么，欧拉从这次工作中得到了非常有益的锻炼，后来他以 12 次获得这项奖金来补偿这次失利。

同年，在朋友们的怂恿下，欧拉向巴塞尔大学申请教授职位。可惜他资历尚浅，虽然经约翰·伯努利的极力推荐，还是被校方拒绝了。接连的挫折并没有使欧拉气馁，反而激起他更加勤奋的学习。这时，丹尼尔·伯努利正在彼得堡大学任数学教授，他一口答应为欧拉在彼得堡科学院谋个差事，并且一直与欧拉保持经常的通信联系。

欧拉在他事业的这个阶段，似乎对他自己应该做些什么无所谓，只要是与科学有关的就行，当伯努利的信

上说到在彼得堡科学院的医学部可能有一个空位子，欧拉在巴塞尔就一头扎进生理学当中，并听了医学讲座。但是甚至在这个领域，他也不能摆脱数学：耳朵的生理构造使他联想到对声音的数学研究，这又扩展到对波的传播的另一项数学研究，他写下了一系列声学方面的重要论文，使这个领域成为数理物理学的一个重要分支。这些早期的研究，在欧拉的一生中就像一棵树在恶梦中疯长那样不断扩大范围。在这里，还有一个例子可以证明这一点：欧拉十分喜爱的罗马大诗人维吉尔（前 70～前 19）的国民史诗《埃涅阿斯记》中有这样一句诗：“锚抛下了，前进的大船停了下来。”读到这里，恐怕谁也不会想到它和数学有什么联系。可是，欧拉在这里却禁不住要对船体在这种状态下的运动作一番详细的计算。

丹尼尔是位动作很快的人。欧拉在 1727 年收到了彼得堡工作的邀请，职务是作为科学院医学部的助理。在这个科学院有一项聪明的规定：责成每一位外来成员带两个学生——实际上是需要训练的初学者。欧拉兴高采烈地打点起行装匆匆起程。一路上，欧拉眺望着一闪而过的茅舍、田野，憧憬着美好的未来，心中充满了希望。他感到浑身有使不完的力量，恨不得插翅飞到彼得堡，立即开始工作。

可是一到彼得堡，前来迎接的丹尼尔满面愁容，他让欧拉先好好休息，根本不提工作的事。原来就在欧拉踏上俄罗斯土地的那一天，在位刚刚两年的开明的俄国女皇叶卡捷琳娜一世猝然去世。

叶卡捷琳娜在成为彼得大帝的妻子之前是他的情妇，她似乎是一个在许多方面都很开明的女人，正是她，在她仅仅两年的在位期间，实现了在彼得堡建立科学院

的愿望。叶卡捷琳娜去世后，在年幼的沙皇彼得二世（1715~1730）未成年期间，权力旁落到一个异常残忍的小集团手里（年幼的沙皇在开始自己的统治前就死了，也许这对他自己倒是幸运的事）。俄国的新统治者们把科学看成是可有可无的奢侈品，在令人焦急的几个月中，他们考虑着要取消它，遣返所有的外国成员。这就是欧拉刚刚到达彼得堡时的局面。在混乱中，对他要提任的医学位置没人管了，丹尼尔四处奔走求告，结果一无所获。欧拉只得闷坐在家里一筹莫展。这时候，俄国海军部正在招考海军军官，为了生活，欧拉决定去碰碰运气。半个月以后，欧拉早早来到涅夫斯基大街看结果。平日冷冷清清的海军部大楼门前，今天熙熙攘攘，人头济济。有的喜形于色，有的故作镇静。欧拉不安地在远处向贴榜处看去，心头不由一震。榜上的名字虽然写得密麻麻，但是他一眼就看出，第一个名字不是别人，正是列昂纳德·欧拉！他揉揉眼睛凑到近处再仔细一瞧，果然不错。不知道是身体不适还是今天彼得堡的寒风格外凛冽，他感到背上好像被人浇了一桶冷水，浑身发凉。他裹紧围巾，翻起大衣领子，被人群推挤着恍恍惚惚地向外走。录取无疑可以使他摆脱生活的困境，但是成为海军中尉毕竟不是他的理想。看来已经没有两全其美的好方法，只有听从命运的安排了。正在这时，一辆马车飞驰而至，满头大汗的丹尼尔跳下车来一把将欧拉抱住。事情有了意想不到的转机，经过再三交涉，沙皇政府终于同意欧拉去科学院工作了。欧拉简直不敢相信这个“天上掉下来”的喜讯，他握住丹尼尔的双手久久说不出一句话来，眼眶里闪烁着喜悦的泪花。

在这以后情况逐渐好了起来，欧拉也就安定下来专

心投入工作。这倒不全是因为他完全沉浸在数学之中，部分原因是到处都有奸诈的告密者，稍不留心就可能惹上麻烦。他不敢过正常的社交生活。流放和处决的消息不时传来。数学部有位同事因为传抄一首无名作者的无题诗，被遣送到西伯利亚。

1730年，小沙皇夭折，安娜·伊万诺夫娜（即安娜女皇，彼得大帝的侄女，1693~1740）即位成为新的女皇。就科学院而言，情况大大变好了。但是在安娜的情夫欧内斯特·若阿·德·比隆（1690~1772）的间接统治下，整个俄国遭受了它历史上的一段最血腥的恐怖统治。欧拉不声不响地专心于他的工作，这样持续了10年之久。1733年，丹尼尔厌倦了令人生畏的俄国，回到自由的瑞士去了。而欧拉在他26岁时登上了彼得堡科学院的主要教学位置。

欧拉觉得他终生都要呆在彼得堡了，他决定结婚，定居下来，随遇而安。他的夫人叫凯塞琳娜，是彼得大帝带回俄国的画师格塞尔的女儿，温柔贤淑，持家有方。婚后的生活恩爱美满。政治形势变得更加恶劣了，欧拉比以前更加强烈地渴望回瑞士工作。无奈小生命一个接一个的出世，使离开的希望化为泡影。欧拉夫妇先后生育的子女达13个之多（除5个以外，其余的都在幼年时夭折），堪与欧拉在科学上的多产相媲美。欧拉感到他被拴得比以前更紧了，于是在不停的工作中寻求慰藉。一些传记作者把欧拉无与匹敌的多产归于他在俄国的这第一次留居；应有的谨慎迫使他养成了一种牢不可破的勤奋的习惯。

欧拉是一位能在任何地方、任何条件下工作的大数学家。他非常喜欢孩子。常常是一边怀抱着一个婴儿一

边写他的论文,同时稍大一点的孩子们在他周围嬉戏着。他写最困难的数学论文时的那种轻松自如是令人难以置信的。同时,他又是位慈祥而称职的父亲,他为子女的教育付出了大量的心血。每到晚上,孩子们围坐成一圈,由欧拉亲自布置和检查他们的作业,解答他们的问题。他还编了许多数学趣题启发他们的思考。下面就是其中的一个:

“父亲临终时立下遗嘱,按下述方式分配遗产:老大分得 100 克朗和剩下的 $\frac{1}{10}$; 老二分得 200 克朗和剩下的 $\frac{1}{10}$; 老三分得 300 克朗和剩下的 $\frac{1}{10}$; 老四分得 400 克朗和剩下的 $\frac{1}{10}$; ……依此类推分给其余的孩子。最后发现所有的孩子分得的遗产相同。问遗产总数和孩子总数以及每个孩子分到的遗产各是多少?”

一道初等数学的简单应用题,经过欧拉的精心编写,大大激发起孩子们的学习兴趣。但是,最受孩子们欢迎的还是他那讲不完的故事和诗朗诵,如果他有空能和孩子们在一起唱歌游戏,消磨一个愉快的晚上,更会使孩子们久久难忘。孩子们的嬉笑声和朗朗的读书声时时从窗口飘出来,许多过路的行人还以为这里一定开办着一个很好的幼儿园呢!

欧拉是那种极为罕见的数学家,就在子女绕膝、笑闹之声不绝的环境中,在沙皇恐怖统治的浓重阴影下,一篇篇论文源源不断地从欧拉的手中流出。他用拉丁文写的论文深入浅出,雅俗共赏,字句极少改动。尤其是他创造了现代数学的语言,更使他的作品受到广泛的欢迎。今天我们常用的许多数学符号,像用 Σ 表示求和;用 i 表示 $\sqrt{-1}$;用 $F(x)$ 表示函数;用 \sin 、 \cos 、 tg 表示正弦、余弦和正切;以及用 a 、 b 、 c 表示三角形

的边；用 A、B、C 表示它们的对角等等，都是欧拉首创的。一篇文章一完成就放在不断增加的一堆文章的最上面，等着印刷工来取走。当科学院的学报需要材料时，印刷工就从这一堆文章的最上面拿走一摞。于是就出现了这样的情况：出版日期的前后经常与写作日期的先后相反。欧拉有一个习惯，为了阐明或者扩展他已经做过的工作，他多次会回到同一个题目上，这种习惯更加剧了这种古怪的情形，以致有的时候，关于某一个论题的一系列文章的出版顺序与写作顺序是经常颠倒的。

转眼间到了 1736 年，欧拉在彼得堡已经度过了十个春秋。作为科学院数学部的负责人，他面前有一大串的课题需要研究。那时他正在修改一篇《论力学》的重要论文，准备付印。他为力学所做的，正是 100 年以前笛卡尔为几何所做的。他把微积分的全部力量第一次用来对付力学，使力学摆脱了传统所采用的几何的综合论证方法的束缚，而成为分析的科学，从而开创了这门基本科学的现代新纪元。其实，在彼得堡的 14 年中，他在分析学、数论和力学等方面作了大量出色的工作，他还应俄国政府的要求，解决了不少诸如地图学、造船业中的实际问题。

一天，吃完午饭，欧拉点燃烟斗，拿起刚刚送到的信件阅读起来。从欧洲各地向他求教的来信每天都有一大堆。今天有一封从柯尼斯堡的来信引起了欧拉的特别兴趣。偏僻的东普鲁士的柯尼斯堡坐落在美丽的普雷格尔河畔，河上旖旎的风光吸引了小镇的居民来这里散步、休息、野餐、垂钓。普雷格尔河上有两座小岛，从河的两岸分别有三座桥和它们相连，同时又有一座小桥把两个小岛连接起来。时间一久，有位爱思考的居民提出来

一个有趣的问题：一个散步的人能不能一次走七座桥，而且每座桥只能走一次？这个问题谁也回答不了。有人说可以，可是走来走去，始终没能完成；有人说不行，可惜又说不出令人信服的理由。这个不大不小的问题竟然一下子难住了全镇的居民和外地游客。于是，一位小学教师写信向大名鼎鼎的欧拉求教。

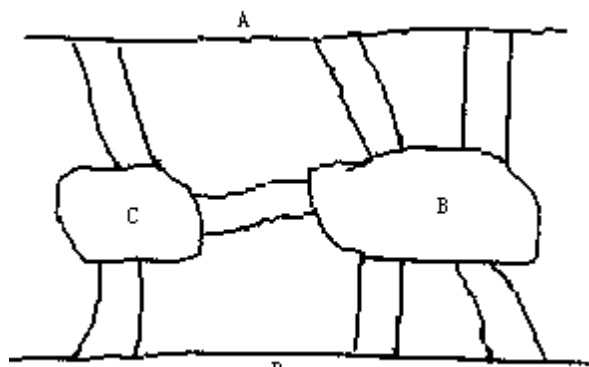
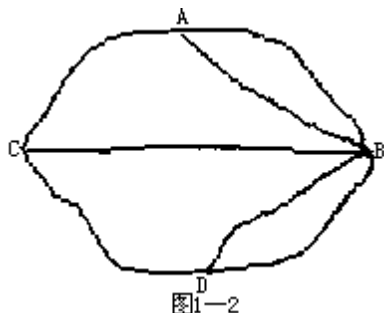


图1-1

欧拉是位出了名的“好好先生”，连中小学生有解不出的“难题”来求教，他也总能使他们如愿以偿。只要需要，无论是多么平凡、琐碎的事情，他也总会不假思索地去尽力完成。他从来不去考虑这些“杂事”是否会影响自己的研究，降低自己的身份。其实，欧拉不仅仅是把它们当作自己应尽的责任，他对这些问题也确实怀有浓厚的兴趣。像柯尼斯堡七桥这类问题在数学史上还从来没有人处理过。它显然不是我们所熟悉的代数问题，因为它并不是研究数量的大小。它和平面几何也不相同，平面几何里的图形不是直线就是圆，是讨论它们角度的大小或线段的长短。可是在柯尼斯堡七桥的问题中，桥的准确位置无关紧要，陆地的大小和形状也不需要考虑，重要的是考虑一共有几块陆地、几座桥以及它们的连接情况如何。根据这个特点，欧拉经过认真的思

考，先把柯尼斯堡七桥画成一个线条图（见图 1—2），在他的图形里，小岛和河岸都演变成了点，桥则成了边接这些点的线。这样，问题就被简化成为：从图上某一点开始，中间任何一条线不得重复画两遍，铅笔不准离开纸面，能不能把这张图一笔画出来？经过一番思索，欧拉终于找到了一个彻底而漂亮的答案。说它彻底，因为它给出了能否一笔画出“河—桥”图的明确条件；说它漂亮，因为它的条件非常简单，对于任何一张“河—桥”图，只要很短的一两分钟就可以作出准确的判断。



柯尼斯堡七桥问题的圆满解决使柯尼斯堡人心满意足，而对于欧拉来说，这仅仅是个良好的开端。发现一块矿石可能意味着藏有巨大的宝藏。经过精心的开掘，欧拉果然发现了一个只需要考虑位置的关系和性质的全新的数学领域——拓扑学（拓扑学是研究图形在双方单值连续变换下不变性质的几何学），建立起了网络的概念并推导出拓扑学中非常有价值的重要关系式。拓扑学在近代有了重大发展，它已经渗透到数学的各个分支，获得了非常广泛的应用。比如，安排运输路线或邮递路线就需要考虑这样的问题：如何把货物或邮件送到指定的地点而又不走回头路。

不嫌弃平凡的工作，并且善于从平凡的工作中发现不平凡的内容，正是欧拉难能可贵的优秀品质。在欧拉