中华文化撷英

数 学 逻 辑

（三）

黄兵明　主编

北京银冠电子出版有限公司

图书在版编目(CIP)数据

中华文化撷英/黄兵明主编．—北京：北京银冠电子出版有限公司，2003

ISBN 7-900060-29-4
Ⅰ．中… Ⅱ．黄… Ⅲ．文化知识－普及读物－中国
Ⅳ．Z228.527
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 007295 号

北京银冠电子出版有限公司发行
(北京海淀区增光路 45 号 100037)
全国各地新华书店经销 北京双青印刷厂印刷
开本：787×1092 1/32 印张：512 字数：4900 千字
2003 年 12 月第 1 版 2003 年 12 月第 1 次印刷
印数：1～500 册
版号：ISBN 7-900060-29-4/Z·03
定价：9998.00 元(1CD,含配套书)

目　录

◎ 袋子里都是球

我国著名数学家华罗庚写的《数学归纳法》一书中，举过这样一个例子：

从一个袋子里摸出来的第一个是红玻璃球，第二个是红玻璃球，甚至第三个、第四个、第五个都是红玻璃球的时候．我们立刻会出现一种猜想：“是不是这个袋里的东西全部都是红玻璃球？”但是，当我们有一次摸出一个白玻璃球的时候，这个猜想失败了。这时，我们会出现另一种猜想：“是不是袋里的东西全都是玻璃球？”但是，当有一次摸出来的是一个木球的时侯，这个猜想又失败了。那时，我们又会出现第三个猜想：“是不是袋里的东西都是球？”这个猜想对不对。还必须继续加以检验，要把袋里的东西全部摸出来，才能见个分晓。

请问：华罗庚举的这个例子说明一个什么逻辑问题？

袋子里都是球？答案：

华罗庚举的这个例子，是对简单枚举归纳推理结论的性质的一个通俗说明。

人们应用简单枚举归纳推理，当然可以从为数不多的事例中推导出普遍的规律性来，然而这还是

一个“猜想”。这种猜想对不对，还必须进一步加以验证。因为对于不完全归纳推理来说，结论所断定的范围超过了前提所断定的范围，所以，它的结论就不具有必然性，它可能真，也可能假。

从一个袋子里摸球，连续摸了五次，摸的都是红玻璃球，这时候，我们可以通过简单枚举归纳推理得出结论：“这个袋子里装的都是红玻璃球。”但是，你在得出这个结论时，必须清醒地认识到这个结论是不可靠的。正如这个例子所表明的，你第六次摸出的，却是白玻璃球了，这就把你的这个结论推翻了。因此，当你摸了六个球时，虽然可以得出“这个袋子里装的都是玻璃球”的结论；摸第七个球时，可以得出“这个袋子里装的都是球”的结论，但必须明白，这些结论同样都是或然的。总而言之，我们在进行简单枚举归纳推理时，必须充分估计到其结论的或然性。

◎ a 是北婆罗洲土著人吗

我们假定：

1、所有的爱斯基摩土著人都是穿黑衣服的；

2、所有的北婆罗洲土著人都是穿白衣服的；

3、决没有穿白衣服的同时又穿黑衣服的人，

4、a 是穿白衣服的一个人。

请你根据以上的条件，判定以下两个判断哪一个是正确的？

a 是北婆罗洲土著人吗？答案：

1、a 是北婆罗洲土著人。

2、a 不是爱斯基摩土著人。

“a 是北婆罗洲土著人”这个判断为假；“a 不是爱斯基摩土著人”这个判断为真。理由是：题目给的四个条件，可以构成两个三段论推理：

1、如果由“所有的北婆罗洲土著人都是穿白衣服的”（大前提），“a 是穿白衣服的”（小前提）这两个前提得出结论“a 是北婆罗洲土著人”，必然犯“中项两次不用应”的错误。

2、“所有的爱斯基摩土著人都是穿黑衣服的”（大前提）；“a 是穿白衣服的”，亦即“a 不是穿黑衣服的”（小前提）；结论必然是：“a 不是爱斯基摩土著人”。这一结论合乎三段论的各条推理规则，因而是正确的。

◎ 工资的选择

假设你得到一份新的工作，老板让你在下面两种工资方案中进行选择：

（A）工资以年薪计，第一年为 4000 美元，以后每年增加 800 美元；

（B）工资以半年薪计，第一个半年为 2000 美元，以后每半年增加 200 美元。

你选择哪一种方案？为什么？

工资的选择答案：

令人惊讶的是，第二种方案要比第一种方案好得多。如果你接受第二种方案，每年将比第一种方案多挣 200 美元！下表列出在开头 6 年中，根据这两种方案你分别能得到的年收人。

◎ 鸟类导航的秘密

有些鸟类有惊人的飞行和导航的本领。例如，有一种鸟叫极燕鸥，它营巢北极而在南极越冬，每年来回飞行四万多公里，却能准确地找到自己的越冬地和营巢地。

为什么这些鸟类的飞行与导航的本领如此之大？近年来，一些科学工作者把揭示这个秘密的希望转向天空。或许太阳和星星是有些鸟类的飞行和导航的定向标吧！

◎ 中国数学史

数学是中国古代科学中一门重要的学科，根据中国古代数学发展的特点，可以分为五个时期：萌芽；体系的形成；发展；繁荣和中西方数学的融

合。

1、中国古代数学的萌芽

原始公社末期，私有制和货物交换产生以后，数与形的概念有了进一步的发展，仰韶文化时期出土的陶器，上面已刻有表示 1234 的符号。到原始公社末期，已开始用文字符号取代结绳记事了。

西安半坡出土的陶器有用 1～8 个圆点组成的等边三角形和分正方形为 100 个小正方形的图案，半坡遗址的房屋基址都是圆形和方形。为了画圆作方，确定平直，人们还创造了规、矩、准、绳等作图与测量工具。据《史记·夏本纪》记载，夏禹治水时已使用了这些工具。

商代中期，在甲骨文中已产生一套十进制数字和记数法，其中最大的数字为三万；与此同时，殷人用十个天干和十二个地支组成甲子、乙丑、丙寅、丁卯等 60 个名称来记 60 天的日期；在周代，又把以前用阴、阳符号构成的八卦表示八种事物发展为六十四卦，表示 64 种事物。

公元前一世纪的《周髀算经》提到西周初期用矩测量高、深、广、远的方法，并举出勾股形的勾三、股四、弦五以及环矩可以为圆等例子。《礼记·内则》篇提到西周贵族子弟从九岁开始便要学

习数目和记数方法，他们要受礼、乐、射、驭、书、数的训练，作为“六艺”之一的数已经开始成为专门的课程。

春秋战国之际，筹算已得到普遍的应用，筹算记数法已使用十进位值制，这种记数法对世界数学的发展是有划时代意义的。这个时期的测量数学在生产上有了广泛应用，在数学上亦有相应的提高。

战国时期的百家争鸣也促进了数学的发展，尤其是对于正名和一些命题的争论直接与数学有关。名家认为经过抽象以后的名词概念与它们原来的实体不同，他们提出“矩不方，规不可以为圆”，把“大一”(无穷大)定义为“至大无外”，“小一”(无穷小)定义为“至小无内”。还提出了“一尺之棰，日取其半，万世不竭”等命题.

而墨家则认为名来源于物，名可以从不同方面和不同深度反映物。墨家给出一些数学定义。例如圆、方、平、直、次(相切)、端(点)等等。

墨家不同意“一尺之棰”的命题，提出一个“非半”的命题来进行反驳：将一线段按一半一半地无限分割下去，就必将出现一个不能再分割的“非半”，这个“非半”就是点。

名家的命题论述了有限长度可分割成一个无穷

序列，墨家的命题则指出了这种无限分割的变化和结果。名家和墨家的数学定义和数学命题的讨论，对中国古代数学理论的发展是很有意义的。

2、中国古代数学体系的形成

秦汉是封建社会的上升时期，经济和文化均得到迅速发展。中国古代数学体系正是形成于这个时期，它的主要标志是算术已成为一个专门的学科，以及以《九章算术》为代表的数学著作的出现。

《九章算术》是战国、秦、汉封建社会创立并巩固时期数学发展的总结，就其数学成就来说，堪称是世界数学名著。例如分数四则运算、今有术(西方称三率法)、开平方与开立方(包括二次方程数值解法)、盈不足术(西方称双设法)、各种面积和体积公式、线性方程组解法、正负数运算的加减法则、勾股形解法(特别是勾股定理和求勾股数的方法)等，水平都是很高的。其中方程组解法和正负数加减法则在世界数学发展上是遥遥领先的。就其特点来说，它形成了一个以筹算为中心、与古希腊数学完全不同的独立体系。

《九章算术》有几个显著的特点：采用按类分章的数学问题集的形式；算式都是从筹算记数法发展起来的；以算术、代数为主，很少涉及图形性

质；重视应用，缺乏理论阐述等。

这些特点是同当时社会条件与学术思想密切相关的。秦汉时期，一切科学技术都要为当时确立和巩固封建制度，以及发展社会生产服务，强调数学的应用性。最后成书于东汉初年的《九章算术》，排除了战国时期在百家争鸣中出现的名家和墨家重视名词定义与逻辑的讨论，偏重于与当时生产、生活密切相结合的数学问题及其解法，这与当时社会的发展情况是完全一致的。

《九章算术》在隋唐时期曾传到朝鲜、日本，并成为这些国家当时的数学教科书。它的一些成就如十进位值制、今有术、盈不足术等还传到印度和阿拉伯，并通过印度、阿拉伯传到欧洲，促进了世界数学的发展。

中国古代数学的发展为中国古代数学体系奠定了理论基础。

魏、晋时期出现的玄学，不为汉儒经学束缚，思想比较活跃；它诘辩求胜，又能运用逻辑思维，分析义理，这些都有利于数学从理论上加以提高。吴国赵爽注《周髀算经》，汉末魏初徐岳撰《九章算术》注，魏末晋初刘徽撰《九章算术》注、《九章重差图》都是出现在这个时期。赵爽与刘徽的工

作

赵爽是中国古代对数学定理和公式进行证明与推导的最早的数学家之一。他在《周髀算经》书中补充的“勾股圆方图及注”和“日高图及注”是十分重要的数学文献。在“勾股圆方图及注”中他提出用弦图证明勾股定理和解勾股形的五个公式；在“日高图及注”中，他用图形面积证明汉代普遍应用的重差公式，赵爽的工作是带有开创性的，在中国古代数学发展中占有重要地位。

刘徽约与赵爽同时，他继承和发展了战国时期名家和墨家的思想，主张对一些数学名词特别是重要的数学概念给以严格的定义，认为对数学知识必须进行“析理”，才能使数学著作简明严密，利于读者。他的《九章算术》注不仅是对《九章算术》的方法、公式和定理进行一般的解释和推导，而且在论述的过程中有很大的发展。刘徽创造割圆术，利用极限的思想证明圆的面积公式，并首次用理论的方法算得圆周率为 157/50 和 3927/1250。

刘徽用无穷分割的方法证明了直角方锥与直角四面体的体积比恒为 2:1，解决了一般立体体积的关键问题。在证明方锥、圆柱、圆锥、圆台的体积时，刘徽为彻底解决球的体积提出了正确途径。东

晋以后，中国长期处于战争和南北分裂的状态。祖冲之父子的工作就是经济文化南移以后，南方数学发展的具有代表性的工作，他们在刘徽注《九章算术》的基础上，把传统数学大大向前推进了一步。他们的数学工作主要有：计算出圆周率在 3、1415926～3、1415927 之间；提出祖(日恒)原理；提出二次与三次方程的解法等。

据推测，祖冲之在刘徽割圆术的基础上，算出圆内接正 6144 边形和正 12288 边形的面积，从而得到了这个结果。他又用新的方法得到圆周率两个分数值，即约率 22/7 和密率 355/113。祖冲之这一工作，使中国在圆周率计算方面，比西方领先约一千年之久；祖冲之之子祖(日恒)总结了刘徽的有关工作，提出“幂势既同则积不容异”，即等高的两立体，若其任意高处的水平截面积相等，则这两立体体积相等，这就是著名的祖(日恒)公理。祖(日恒)应用这个公理，解决了刘徽尚未解决的球体积公式。

隋炀帝好大喜功，大兴土木，客观上促进了数学的发展。唐初王孝通的《缉古算经》，主要讨论土木工程中计算土方、工程分工、验收以及仓库和地窖的计算问题，反映了这个时期数学的情况。王

孝通在不用数学符号的情况下，立出数字三次方程，不仅解决了当时社会的需要，也为后来天元术的建立打下基础。此外，对传统的勾股形解法，王孝通也是用数字三次方程解决的。

唐初封建统治者继承隋制，656 年在国子监设立算学馆，设有算学博士和助教，学生 30 人。由太史令李淳风等编纂注释《算经十书》，作为算学馆学生用的课本，明算科考试亦以这些算书为准。李淳风等编纂的《算经十书》，对保存数学经典著作、为数学研究提供文献资料方面是很有意义的。他们给《周髀算经》、《九章算术》以及《海岛算经》所作的注解，对读者是有帮助的。隋唐时期，由于历法的需要，天算学家创立了二次函数的内插法，丰富了中国古代数学的内容。

算筹是中国古代的主要计算工具，它具有简单、形象、具体等优点，但也存在布筹占用面积大，运筹速度加快时容易摆弄不正而造成错误等缺点，因此很早就开始进行改革。其中太乙算、两仪算、三才算和珠算都是用珠的槽算盘，在技术上是重要的改革。尤其是“珠算”，它继承了筹算五升十进与位值制的优点，又克服了筹算纵横记数与置筹不便的缺点，优越性十分明显。但由于当时乘除

算法仍然不能在一个横列中进行。算珠还没有穿档，携带不方便，因此仍没有普遍应用。

唐中期以后，商业繁荣，数字计算增多，迫切要求改革计算方法，从《新唐书》等文献留下来的算书书目，可以看出这次算法改革主要是简化乘、除算法，唐代的算法改革使乘除法可以在一个横列中进行运算，它既适用于筹算，也适用于珠算。

3、中国古代数学的繁荣

960 年，北宋王朝的建立结束了五代十国割据的局面。北宋的农业、手工业、商业空前繁荣，科学技术突飞猛进，火药、指南针、印刷术三大发明就是在这种经济高涨的情况下得到广泛应用。1084 年秘书省第一次印刷出版了《算经十书》，1213 年鲍擀之又进行翻刻。这些都为数学发展创造了良好的条件。

从 11～14 世纪约 300 年期间，出现了一批著名的数学家和数学著作，如贾宪的《黄帝九章算法细草》，刘益的《议古根源》，秦九韶的《数书九章》，李冶的《测圆海镜》和《益古演段》，杨辉的《详解九章算法》《日用算法》和《杨辉算法》，朱世杰的《算学启蒙》《四元玉鉴》等，很多领域都达到古代数学的高峰，其中一些成就也是

当时世界数学的高峰

从开平方、开立方到四次以上的开方，在认识上是一个飞跃，实现这个飞跃的就是贾宪。杨辉在《九章算法纂类》中载有贾宪“增乘开平方法”、“增乘开立方法”；在《详解九章算法》中载有贾宪的“开方作法本源”图、“增乘方法求廉草”和用增乘开方法开四次方的例子。根据这些记录可以确定贾宪已发现二项系数表，创造了增乘开方法。这两项成就对整个宋元数学发生重大的影响，其中贾宪三角比西方的帕斯卡三角形早提出 600 多年。

把增乘开方法推广到数字高次方程(包括系数为负的情形)解法的是刘益。《杨辉算法》中“田亩比类乘除捷法”卷，介绍了原书中 22 个二次方程和 1 个四次方程，后者是用增乘开方法解三次以上的高次方程的最早例子。

秦九韶是高次方程解法的集大成者，他在《数书九章》中收集了 21 个用增乘开方法解高次方程(最高次数为 10)的问题。为了适应增乘开方法的计算程序，秦九韶把常数项规定为负数，把高次方程解法分成各种类型。当方程的根为非整数时，秦九韶采取继续求根的小数，或用减根变换方程各次幂的系数之和为分母，常数为分子来表示根的非整数