中华文化撷英

数 理 知 识

（一）

黄兵明　主编

北京银冠电子出版有限公司

需要全本请访问 www.ertongbook.com

图书在版编目(CIP)数据

中华文化撷英/黄兵明主编．—北京：北京银冠
电子出版有限公司，2003

ISBN 7-900060-29-4
Ⅰ．中…　Ⅱ．黄…　Ⅲ．文化知识－普及读物－中国
Ⅳ．Z228.527
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 007295 号

北京银冠电子出版有限公司发行
(北京海淀区增光路 45 号　100037)
全国各地新华书店经销　北京双青印刷厂印刷
开本：787×1092　1/32　印张：512　字数：4 900 千字
2003 年 12 月第 1 版　　2003 年 12 月第 1 次印刷
印数：1～500 册
版号：ISBN 7-900060-29-4/Z·03
定价：9998.00 元(1CD,含配套书)

目　录

◎运筹学.....1
◎模糊数学.....6
◎符号的逻辑——数理逻辑.....11
◎偏微分方程.....17
◎微积分学.....23
◎分形几何学.....29
◎数学年谱.....34
◎力学概述.....64
◎静力学.....72
◎动力学.....76
◎流体力学.....82
◎分析力学.....96
◎运动学.....99

◎运筹学

在中国战国时期，曾经有过一次流传后世的赛马比赛，相信大家都知道，这就是田忌赛马。田忌赛马的故事说明在已有的条件下，经过筹划、安排，选择一个最好的方案，就会取得最好的效果。可见，筹划安排是十分重要的。

现在普遍认为，运筹学是近代应用数学的一个分支，主要是将生产、管理等事件中出现的一些带有普遍性的运筹问题加以提炼，然后利用数学方法进行解决。前者提供模型，后者提供理论和方法。

运筹学的思想在古代就已经产生了。敌我双方交战，要克敌制胜就要在了解双方情况的基础上，做出最优的对付敌人的方法，这就是“运筹帷幄之中，决胜千里之外”的说法。

但是作为一门数学学科，用纯数学的方法来解决最优方法的选择安排，却是晚多了。也可以说，运筹学是在二十世纪四十年代才开始兴起的一门分支。运筹学主要研究经济活动和军事活动中能用数量来表达的有关策划、管理方面的问题。当然，随着客观实际的发展，运筹学的许多内容不但研究经济和军事活动，有些已经深入到日常生活当中去了。运筹学可以根据问题的要求，通过数学上的分析、运算，得出各

种各样的结果，最后提出综合性的合理安排，已达到最好的效果。

运筹学作为一门用来解决实际问题的学科，在处理千差万别的各种问题时，一般有以下几个步骤：确定目标、制定方案、建立模型、制定解法。

虽然不大可能存在能处理及其广泛对象的运筹学，但是在运筹学的发展过程中还是形成了某些抽象模型，并能应用解决较广泛的实际问题。

随着科学技术和生产的发展，运筹学已渗入很多领域里，发挥了越来越重要的作用。运筹学本身也在不断发展，现在已经是一个包括好几个分支的数学部门了。比如：数学规划（又包含线性规划；非线性规划；整数规划；组合规划等）、图论、网络流、决策分析、排队论、可靠性数学理论、库存论、对策论、搜索论、模拟等等。

各分支简介：

数学规划的研究对象是计划管理工作中有关安排和估值的问题，解决的主要问题是在给定条件下，按某一衡量指标来寻找安排的最优方案。它可以表示成求函数在满足约束条件下的极大极小值问题。

数学规划和古典的求极值的问题有本质上的不同，古典方法只能处理具有简单表达式，和简单约束

需要全本请访问 www.ertongbook.com

条件的情况。而现代的数学规划中的问题目标函数和约束条件都很复杂，而且要求给出某种精确度的数字解答，因此算法的研究特别受到重视。

这里最简单的一种问题就是线性规划。如果约束条件和目标函数都是呈线性关系的就叫线性规划。要解决线性规划问题，从理论上讲都要解线性方程组，因此解线性方程组的方法，以及关于行列式、矩阵的知识，就是线性规划中非常必要的工具。

线性规划及其解法—单纯形法的出现，对运筹学的发展起了重大的推动作用。许多实际问题都可以化成线性规划来解决，而单纯形法有是一个行之有效的算法，加上计算机的出现，使一些大型复杂的实际问题的解决成为现实。

非线性规划是线性规划的进一步发展和继续。许多实际问题如设计问题、经济平衡问题都属于非线性规划的范畴。非线性规划扩大了数学规划的应用范围，同时也给数学工作者提出了许多基本理论问题，使数学中的如凸分析、数值分析等也得到了发展。还有一种规划问题和时间有关，叫做“动态规划”。近年来在工程控制、技术物理和通讯中的最佳控制问题中，已经成为经常使用的重要工具。排队论是运筹学的又一个分支，它有叫做随机服务系统理论。它的研

究目的是要回答如何改进服务机构或组织被服务的对象，使得某种指标达到最优的问题。比如一个港口应该有多少个码头，一个工厂应该有多少维修人员等。

排队论最初是在二十世纪初由丹麦工程师艾尔郎关于电话交换机的效率研究开始的，在第二次世界大战中为了对飞机场跑道的容纳量进行估算，它得到了进一步的发展，其相应的学科更新论、可靠性理论等也都发展起来。

因为排队现象是一个随机现象，因此在研究排队现象的时候，主要采用的是研究随机现象的概率论作为主要工具。

此外，还有微分和微分方程。排队论把它所要研究的对象形象的描述为顾客来到服务台前要求接待。如果服务台以被其它顾客占用，那么就要排队。另一方面，服务台也时而空闲、时而忙碌。就需要通过数学方法求得顾客的等待时间、排队长度等的概率分布。

排队论在日常生活中的应用是相当广泛的，比如水库水量的调节、生产流水线的安排，铁路分成场的调度、电网的设计等等。

对策论也叫博弈论，前面讲的田忌赛马就是典型

的博弈论问题。作为运筹学的一个分支，博弈论的发展也只有几十年的历史。系统地创建这门学科的数学家，现在一般公认为是美籍匈牙利数学家、计算机之父——冯·诺依曼。

最初用数学方法研究博弈论是在国际象棋中开始的——如何确定取胜的着法。由于是研究双方冲突、制胜对策的问题，所以这门学科在军事方面有着十分重要的应用。

近年来，数学家还对水雷和舰艇、歼击机和轰炸机之间的作战、追踪等问题进行了研究，提出了追逃双方都能自主决策的数学理论。近年来，随着人工智能研究的进一步发展，对博弈论提出了更多新的要求。

搜索论是由于第二次世界大战中战争的需要而出现的运筹学分支。主要研究在资源和探测手段受到限制的情况下，如何设计寻找某种目标的最优方案，并加以实施的理论和方法。在第二次世界大战中，同盟国的空军和海军在研究如何针对轴心国的潜艇活动、舰队运输和兵力部署等进行甄别的过程中产生的。搜索论在实际应用中也取得了不少成效，例如二十世纪六十年代，美国寻找在大西洋失踪的核潜艇“打谷者号”和“蝎子号”，以及在地中海寻找丢失

的氢弹，都是依据搜索论获得成功的。

运筹学有广阔的应用领域，它已渗透到诸如服务、库存、搜索、人口、对抗、控制、时间表、资源分配、厂址定位、能源、设计、生产、可靠性、等各个方面。

◎模糊数学

二十世纪六十年代，产生了模糊数学这门新兴学科。

1、模糊数学的产生

现代数学是建立在集合论的基础上。集合论的重要意义就一个侧面看，在与它把数学的抽象能力延伸到人类认识过程的深处。一组对象确定一组属性，人们可以通过说明属性来说明概念（内涵），也可以通过指明对象来说明它。符合概念的那些对象的全体叫做这个概念的外延，外延其实就是集合。从这个意义上讲，集合可以表现概念，而集合论中的关系和运算又可以表现判断和推理，一切现实的理论系统都一可能纳入集合描述的数学框架。

但是，数学的发展也是阶段性的。经典集合论只能把自己的表现力限制在那些有明确外延的概念和事物上，它明确地限定：每个集合都必须由明确的元素构成，元素对集合的隶属关系必须是明确的，决不

需要全本请访问 www.ertongbook.com

能模棱两可。对于那些外延不分明的概念和事物，经典集合论是暂时不去反映的，属于待发展的范畴。

在较长时间里，精确数学及随机数学在描述自然界多种事物的运动规律中，获得显著效果。但是，在客观世界中还普遍存在着大量的模糊现象。以前人们回避它，但是，由于现代科技所面对的系统日益复杂，模糊性总是伴随着复杂性出现。

各门学科，尤其是人文、社会学科及其它“软科学”的数学化、定量化趋向把模糊性的数学处理问题推向中心地位。更重要的是，随着电子计算机、控制论、系统科学的迅速发展，要使计算机能像人脑那样对复杂事物具有识别能力，就必须研究和处理模糊性。

我们研究人类系统的行为，或者处理可与人类系统行为相比拟的复杂系统，如航天系统、人脑系统、社会系统等，参数和变量甚多，各种因素相互交错，系统很复杂，它的模糊性也很明显。从认识方面说，模糊性是指概念外延的不确定性，从而造成判断的不确定性.

在日常生活中，经常遇到许多模糊事物，没有分明的数量界限，要使用一些模糊的词句来形容、描述。比如，比较年轻、高个、大胖子、好、漂亮、善、热、

远……在人们的工作经验中，往往也有许多模糊的东西。例如，要确定一炉钢水是否已经炼好，除了要知道钢水的温度、成分比例和冶炼时间等精确信息外，还需要参考钢水颜色、沸腾情况等模糊信息。因此，除了很早就有涉及误差的计算数学之外，还需要模糊数学。

人与计算机相比，一般来说，人脑具有处理模糊信息的能力，善于判断和处理模糊现象。但计算机对模糊现象识别能力较差，为了提高计算机识别模糊现象的能力，就需要把人们常用的模糊语言设计成机器能接受的指令和程序，以便机器能像人脑那样简洁灵活的做出相应的判断，从而提高自动识别和控制模糊现象的效率。这样，就需要寻找一种描述和加工模糊信息的数学工具，这就推动数学家深入研究模糊数学。所以，模糊数学的产生是有其科学技术与数学发展的必然性.

2、模糊数学的研究内容

1965 年，美国控制论专家、数学家查德发表了论文《模糊集合》，标志着模糊数学这门学科的诞生。

模糊数学的研究内容主要有以下三个方面：

第一，研究模糊数学的理论，以及它和精确数学、随机数学的关系。察德以精确数学集合论为基础，并

考虑到对数学的集合概念进行修改和推广。他提出用“模糊集合”作为表现模糊事物的数学模型。并在“模糊集合”上逐步建立运算、变换规律，开展有关的理论研究，就有可能构造出研究现实世界中的大量模糊的数学基础，能够对看来相当复杂的模糊系统进行定量的描述和处理的数学方法。在模糊集合中，给定范围内元素对它的隶属关系不一定只有“是”或“否”两种情况，而是用介于 0 和 1 之间的实数来表示隶属程度，还存在中间过渡状态。比如“老人”是个模糊概念，70 岁的肯定属于老人，它的从属程度是 1.40 岁的人肯定不算老人，它的从属程度为 0，按照查德给出的公式，55 岁属于“老”的程度为 0.5，即“半老”，60 岁属于“老”的程度 0.8。查德认为，指明各个元素的隶属集合，就等于指定了一个集合。当隶属于 0 和 1 之间值时，就是模糊集合。

第二，研究模糊语言学和模糊逻辑。人类自然语言具有模糊性，人们经常接受模糊语言与模糊信息，并能做出正确的识别和判断。为了实现用自然语言跟计算机进行直接对话，就必须把人类的语言和思维过程提炼成数学模型，才能给计算机输入指令，建立和是的模糊数学模型，这是运用数学方法的关键。查德采用模糊集合理论来建立模糊语言的数学模型，使人

类语言数量化、形式化。

如果我们把合乎语法的标准句子的从属函数值定为 1，那么，其他文法稍有错误，但尚能表达相仿的思想的句子，就可以用以 0 到 1 之间的连续数来表征它从属于“正确句子”的隶属程度。这样，就把模糊语言进行定量描述，并定出一套运算、变换规则。目前，模糊语言还很不成熟，语言学家正在深入研究。

人们的思维活动常常要求概念的确定性和精确性，采用形式逻辑的排中律，既非真既假，然后进行判断和推理，得出结论。现有的计算机都是建立在二值逻辑基础上的，它在处理客观事物的确定性方面，发挥了巨大的作用，但是却不具备处理事物和概念的不确定性或模糊性的能力。

为了使计算机能够模拟人脑高级智能的特点，就必须把计算机转到多值逻辑基础上，研究模糊逻辑。目前，模糊罗基还很不成熟，尚需继续研究。

第三，研究模糊数学的应用。模糊数学是以不确定性的事物为其研究对象的。模糊集合的出现是数学适应描述复杂事物的需要，查德的功绩在于用模糊集合的理论找到解决模糊性对象加以确切化，从而使研究确定性对象的数学与不确定性对象的数学沟通起来，过去精确数学、随机数学描述感到不足之处，就

能得到弥补。在模糊数学中，目前已有模糊拓扑学、模糊群论、模糊图论、模糊概率、模糊语言学、模糊逻辑学等分支。

3、模糊数学的应用

模糊数学是一门新兴学科，它已初步应用于模糊控制、模糊识别、模糊聚类分析、模糊决策、模糊评判、系统理论、信息检索、医学、生物学等各个方面。在气象、结构力学、控制、心理学等方面已有具体的研究成果。然而模糊数学最重要的应用领域是计算机职能，不少人认为它与新一代计算机的研制有密切的联系。

目前，世界上发达国家正积极研究、试制具有智能化的模糊计算机，1986 年日本山川烈博士首次试制成功模糊推理机，它的推理速度是1000万次/秒。1988年，我国汪培庄教授指导的几位博士也研制成功一台模糊推理机——分立元件样机，它的推理速度为 1500万次/秒。这表明我国在突破模糊信息处理难关方面迈出了重要的一步。

模糊数学还远没有成熟，对它也还存在着不同的意见和看法，有待实践去检验。

◎符号的逻辑——数理逻辑

逻辑是探索、阐述和确立有效推理原则的学科，

最早由古希腊学者亚里士多德创建的。用数学的方法研究关于推理、证明等问题的学科就叫做数理逻辑。也叫做符号逻辑。

1、数理逻辑的产生

利用计算的方法来代替人们思维中的逻辑推理过程，这种想法早在十七世纪就有人提出过。莱布尼茨就曾经射向果能不能创造一种“通用的科学语言”，可以把推理过程象数学一样利用公式来进行计算，从而得出正确的结论。由于当时的社会条件，他的想法并没有实现。但是它的思想却是现代数理逻辑部分内容的萌芽，从这个意义上讲，莱布尼茨的思想可以说是数理逻辑的先驱。

1847 年，英国数学家布尔发表了《逻辑的数学分析》，建立了“布尔代数”，并创造一套符号系统，利用符号来表示逻辑中的各种概念。布尔建立了一系列的运算法则，利用代数的方法研究逻辑问题，初步奠定了数理逻辑的基础。

十九世纪末二十世纪初，数理逻辑有了比较大的发展，1884 年，德国数学家弗雷格出版了《数论的基础》一书，在书中引入量词的符号，使得数理逻辑的符号系统更加完备。对建立这门学科做出贡献的，还有美国人皮尔斯，他也在著作中引入了逻辑符号。从

而使现代数理逻辑最基本的理论基础逐步形成，成为一门独立的学科。

2、数理逻辑的内容

数理逻辑包括哪些内容呢？这里我们先介绍它的两个最基本的也是最重要的组成部分，就是“命题演算”和“谓词演算”。

命题演算是研究关于命题如何通过一些逻辑连接词构成更复杂的命题以及逻辑推理的方法。命题是指具有具体意义的又能判断它是真还是假的句子。

如果我们把命题看作运算的对象，如同代数中的数字、字母或代数式，而把逻辑连接词看作运算符号，就象代数中的“加、减、乘、除”那样，那么由简单命题组成复和命题的过程，就可以当作逻辑运算的过程，也就是命题的演算。

这样的逻辑运算也同代数运算一样具有一定的性质，满足一定的运算规律。例如满足交换律、结合律、分配律，同时也满足逻辑上的同一律、吸收律、双否定律、狄摩根定律、三段论定律等等。利用这些定律，我们可以进行逻辑推理，可以简化复和命题，可以推证两个复合命题是不是等价，也就是它们的真值表是不是完全相同等等。

命题演算的一个具体模型就是逻辑代数。逻辑代

数也叫做开关代数，它的基本运算是逻辑加、逻辑乘和逻辑费，也就是命题演算中的“或”、“与”、“非”，运算对象只有两个数 0 和 1，相当于命题演算中的“真”和“假”。

逻辑代数的运算特点如同电路分析中的开和关、高电位和低电位、导电和截至等现象完全一样，都只有两种不同的状态，因此，它在电路分析中得到广泛的应用。

利用电子元件可以组成相当于逻辑加、逻辑成和逻辑非的门电路，就是逻辑元件。还能把简单的逻辑元件组成各种逻辑网络，这样任何复杂的逻辑关系都可以有逻辑元件经过适当的组合来实现，从而使电子元件具有逻辑判断的功能。因此，在自动控制方面有重要的应用。

谓词演算也叫做命题涵项演算。在谓词演算里，把命题的内部结构分析成具有主词和谓词的逻辑形式，由命题涵项、逻辑连接词和量词构成命题，然后研究这样的命题之间的逻辑推理关系。

命题涵项就是指除了含有常项以外还含有变项的逻辑公式。常项是指一些确定的对象或者确定的属性和关系；变项是指一定范围内的任何一个，这个范围叫做变项的变域。命题涵项和命题演算不同，它无

需要全本请访问 www.ertongbook.com