学科发展蓝皮书

2005卷



中国科学技术协会
国家自然科学基金委员会

中国科学技术出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

学科发展蓝皮书

2005 卷

中国科学技术协会
国家自然科学基金委员会

中国科学技术出版社

·北　京·

图书在版编目(CIP)数据

学科发展蓝皮书.2005卷/中国科学技术协会,国家自然科学基金委员会编.—北京:中国科学技术出版社,2006.3
ISBN 7-5046-4308-4

Ⅰ.学... Ⅱ.①中...②国... Ⅲ.科学技术-技术发展-中国-2005 Ⅳ.N12

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第021021号

中国科学技术出版社出版
北京市海淀区中关村南大街16号 邮政编码:100081
电话:010-62103210 传真:010-62183872
科学普及出版社发行部发行
北京长宁印刷有限公司印刷

*

开本:889毫米×1194毫米 1/16 印张:59 字数:1750千字
2006年3月第1版 2006年3月第1次印刷
印数:1-1200册 定价:150.00元

(凡购买本社的图书,如有缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换)

编辑委员会

主　任：白春礼

副主任：韩启德　冯长根（常务）

委　员：（按姓氏笔画为序）

王海波　巴德年　冯长根　白春礼　朱雪芬　苏　青
严纯华　严陆光　杜祥琬　杨　卫　杨文志　陈运泰
陈家俊　沈爱民　赵　逊　洪绂曾　袁家军　翁宇庆
郭桂蓉　韩启德

编辑组：（按姓氏笔画为序）

马武田　马树怀　王宏章　刘兴平　朱文辉　苏　青
胡春华

责任编辑：吕秀齐　许　慧
封面设计：严佳君
责任校对：赵丽英　孟华英　韩　玲　杨京华
责任印制：王　沛

前　言

科学技术是人类社会进步和经济发展的强大动力和坚实基础，其中学科的创立、成长和发展起着举足轻重的作用。学科的发展既是科学体系发展与成熟的标志，又可通过不断完善的系统性和内在的规律性而成为科学技术进步的主导。

在科学技术繁荣、发展的过程中，传统的自然科学学科得以不断深入发展，新兴学科也在不断产生，学科间的相互渗透、相互融合的趋势不断增强，边缘学科、交叉学科纷纷涌现；新的分支学科不断派生，科学与技术趋向于综合化、整体化发展。因此，及时总结、报道自然科学各有关学科发展的最新研究进展，对于广大科技工作者追踪、了解、把握学科的发展动态，对于促进学科间的广泛交流，均有着重要的意义。

正是基于上述考虑，自 2002 年始，中国科学技术协会会同国家自然科学基金委员会，在全国性学会和地方科协以及广大科技工作者的大力支持下，按年度组织编纂《学科发展蓝皮书》，至今已有三卷成书出版。三年的编纂实践证明，《学科发展蓝皮书》的出版对于倡导学术争鸣、活跃学术思想、繁荣学术交流、促进科技发展发挥了一定的积极作用，进一步体现了中国科协在学术交流中的主渠道作用。

较之前三卷《学科发展蓝皮书》的编纂，《学科发展蓝皮书 2005 卷》在收录内容、征稿渠道、编纂体例等方面均有了较大的调整和改进。在收录内容上，《学科发展蓝皮书 2005 卷》不再收录当年度国家三大奖获奖成果介绍和全国性学会所主办学术会议的综述报道，只收录有关各学科进展的综述性学术论文；在征稿渠道上，《学科发展蓝皮书 2005 卷》除继续依靠中国科协所属全国性学会组织撰写稿件外，还鼓励科技工作者个人按照要求直接投稿，同时大量采用全国重要科技类学术期刊发表的反映学科进展的综述性论文；在编纂体例上，收录的稿件按照学术论文发表的要求尽量补齐摘要、关键词、参考文献等要素，并根据《学科分类与代码》（国家标准 GB/T 13745 - 92）所列一级学科的名称和排列顺序编排。

前三卷《学科发展蓝皮书》一直由中国科协学会学术部直接组织编纂，《学科发展蓝皮书 2005 卷》则改为在中国科协学会学术部的组织、指导下编纂，由中国科协科技导报社协助，具体负责征集稿件遴选论文、编辑加工、联系出版等事务工作。该卷共收到各方面投送的稿件 234 篇。为了保证出版质量，编辑小组组织有关专家对所有来稿进行了比较严格的筛选，删去了一些不合要求或不合体例的稿件，还有一部分稿件由于受篇幅限制也不得不忍痛割爱。尽管如此，《学科发展蓝皮书 2005 卷》字数

需要全本请访问 www.ertongbook.com

技类学术期刊推荐稿件65篇。

《学科发展蓝皮书2005卷》在编纂过程中，得到了中国科协有关全国性学会、全国有关重要科技类学术期刊编辑部和广大科技工作者的大力支持和鼎力相助，凝聚了方方面面的智慧和心血；中国科学技术出版社有关同志在图书的后期出版工作中，付出了辛勤的劳动。借此机会，我们一并表示衷心的感谢和诚挚的敬意。

诚然，近些年来，《学科发展蓝皮书》的编纂工作一直在处于不断探索和改进的过程中，还没有探寻到一条能够把大部分比较全面、比较权威地反映各学科进展的优秀稿件都征集上来的畅通方式，也还没有摸索出一个使其真正成为广大科技工作者实用且具有重要学术参考价值和历史文献价值的大型工具书的编纂体例。因此，《学科发展蓝皮书2005卷》从收录内容、编纂体例到编校工作，肯定还存在许多不妥、不当甚至错谬之处，诚望读者见谅并不吝赐教。

编　者

2005年12月

目　录

●数学

金融数学的研究与进展 …… 张友兰等（2）
非线性发展方程的自相似解 …… 苗长兴（4）

●信息科学与系统科学

排序（调度）学科的发展 …… 中国运筹学会排序分会（30）
从统计数据看图象图形科学技术2004年的发展 …… 中国图象图形学学会（37）

●力学

我国复杂系统非线性动力学理论和应用研究进展 …… 中国力学学会（46）
非完整约束系统几何动力学研究进展：Lagrange理论及其他 …… 郭永新等（52）
论动态统计信息理论 …… 邢修三（71）

●物理学

中国光电科技的现状及重要进展 …… 中国光学学会（94）
照明科学新进展——眼睛的非视觉效应 …… 中国照明学会（103）
高温超导体角分辨光电子能谱研究及新进展 …… 刘国东（107）
高临界温度超导应用的进展与展望 …… 严陆光（131）
暗能量理论研究现状概述 …… 韦　浩等（137）

●化学

我国化学领域部分学科进展管窥 …… 中国化学学会（148）
Prins成环反应研究最新进展 …… 方　凯等（154）
富勒烯科学的若干研究进展 …… 李玉良等（168）

●地球科学

把握资源环境变化，谋划和谐社会建设——2003～2004年的中国地理学 …… 中国地理学会（180）
地理科学的中国进展与国际趋势 …… 蔡运龙等（187）

2004年的中国地质科学 …… 中国地质学会(194)
岩石力学与工程重大研究领域新进展 …… 中国岩石力学与工程学会(200)
中国大陆科学钻探工程的科学目标及初步成果 …… 许志琴(207)
青藏高原地球系统与表生环境过程研究进展 …… 中国青藏高原研究会(217)
中国海洋湖沼科学2004年的最新进展 …… 中国海洋湖沼学会 中国海洋学会(224)
近年来海洋生物活性多肽的研究概况与展望 …… 于荣敏等(234)
沙尘暴天气及其研究进展综述 …… 王 炜等(240)

●生物学

天然抗植物病毒物质的研究进展 …… 杜春梅等(254)
微生物细胞表面工程研究进展 …… 石 晶等(260)
细胞移植治疗脊髓损伤的研究进展 …… 周先虎等(265)
体细胞核移植胚胎核重编程的研究进展 …… 杨正田等(270)
2004年的生物技术重要进展 …… 中国生物工程学会(276)
2004年植物病原物生物学与病害流行学研究进展 …… 中国植物病理学会(284)
我国植物保护科学的主要研究进展 …… 中国植物保护学会(290)
高等植物线粒体内RNA编辑的研究进展 …… 易 平等(296)
多年生植物模式物种基因组研究的历史及进展 …… 尹佟明等(301)
中国野生动物研究与保护的新进展 …… 中国野生动物保护协会(313)
近代鸟类分类与系统发育研究进展 …… 张淑霞等(332)

●农学

我国热带作物的科学技术新进展 …… 中国热带作物学会(344)
园艺学科重要进展综述 …… 中国园艺学会(353)
番茄青枯病抗性遗传研究进展 …… 汪国平等(367)
2004年的土地科学技术研究新成果 …… 中国土地学会(372)
2004年烟草科研进展概况 …… 中国烟草学会(377)
麦类作物非生物胁迫抗性基因研究进展 …… 胡银岗等(385)
非人灵长类结核病的诊断方法及进展 …… 张 钰等(394)
农作物枯萎病的研究进展 …… 刘 波等(398)

●水产学

水产养殖动物基因组研究现状及其应用前景 …… 孙效文等(412)
水产动物疾病控制的研究和进展 …… 黄艳平等(420)

●基础医学

2004 年微循环学科发展 …… 中国微循环学会(428)
树突状细胞与趋化因子的研究进展 …… 张新华等(436)
脂多糖结合蛋白家族研究进展 …… 葛晓冬等(440)
人胚胎干细胞建系及体外诱导分化的研究进展 …… 陈　红等(445)
视觉发育可塑性的电生理及分子生物学研究进展 …… 赵　辉等(449)
HIV 的病原学研究进展 …… 李敬云(455)

●临床医学

蛋白指纹技术在临床医学的应用与研究进展 …… 赵实诚等(468)
离子通道病的临床心电图及遗传学与离子流相关性的研究现状 …… 张　莉等(474)
人类胆囊胆固醇结石易感基因的研究进展 …… 张　宇(479)
血管性痴呆影像学研究进展 …… 施小珍(483)
临床眼科学新进展撷英 …… 魏文斌等(486)

●预防医学与卫生学

2004 年营养学发展综述 …… 中国营养学会(492)
麻风病的防治和研究进展 …… 中国麻风防治协会(499)

●军事医学与特种医学

逆向疫苗学及其研究进展 …… 张兆山(510)
脊髓减压病的神经保护机制 …… 赵　敏等(515)

●药学

我国药学科学新进展 …… 中国药学会(520)
HIV 非核苷类逆转录酶抑制剂研究进展 …… 周　婷等(527)

●中医学与中药学

中医药学科发展概况 …… 中华中医药学会(538)

●工程技术科学基础学科

中国真空科技的现状与机遇 …… 中国真空学会(546)
2004 年中国重大科学、技术与工程进展 …… 苏　青(552)

氟化类金刚石薄膜的研究进展 …… 张茹芝等(559)

●测绘科学技术

地球空间信息学中的测绘学科 …… 中国测绘学会(566)
地图学四面体
——数字化时代地图学的诠释 …… 高 俊(571)
遥感监测旱情的研究进展 …… 孙丽等(577)

●材料科学

La－Mg－Ni系贮氢合金的研究进展 …… 董小平等(586)
逐层自组装技术制备二阶非线性光学薄膜的研究进展 …… 陈鹭剑等(592)

●冶金工程技术

2004年钢铁工业科技进展 …… 中国冶金学会(600)
铝、镁合金微弧氧化技术研究现状和产业化前景 …… 蒋百灵等(607)

●机械工程

系统科学或复杂性研究基础理论部分进展 …… 中国系统工程学会(616)
2004年光学及微机电惯性仪表的发展 …… 中国惯性技术学会(623)
测量控制与仪器仪表学科2004年发展概况 …… 中国仪器仪表学会(627)
我国摩擦学研究的现状与发展 …… 温诗铸(633)
微型夹钳的最新研究 …… 王晓东等(639)
直线压缩机的研究现状与发展 …… 金 涛等(649)
难混溶合金及其制备技术研究进展 …… 郭景杰等(655)

●动力和电气工程

内燃机学科研究进展 …… 中国内燃机学会(668)
芯片冷却技术的最新研究进展及其评价 …… 李 腾等(675)
输电网络优化规划的研究综述 …… 翟海保等(687)

●能源科学技术

中国炼油技术新进展 …… 中国石油学会石油炼制分会(696)
生物质工程前沿领域关键技术研究进展 …… 李十中(701)
我国煤层气开发基础研究方面的一些进展和展望 …… 鲜学福等(704)

●电子、通信与自动控制技术

数字集成电路故障测试策略和技术的研究进展 …… 于云华等(716)
离散变结构控制理论研究现状与展望 …… 姚琼荟等(725)
离散余弦变换编码的现状与发展研究 …… 鲁业频等(732)

●计算机科学技术

数据库技术发展趋势 …… 孟小峰等(744)
Web QoS 控制研究综述 …… 单志广等(759)

●化学工程

中国橡胶工业生产与技术发展现状 …… 中国化工学会橡胶专业委员会(774)
六硝基六氮杂异伍兹烷制备工艺新进展 …… 赵信岐等(782)

●食品科学技术

突飞猛进的中国油脂工业 …… 中国粮油学会(790)
食(药)用菌多糖免疫增强作用机制的研究进展 …… 贺青提等(795)

●土木建筑工程

2004 年桥梁的发展 …… 中国土木工程学会(802)
2004 年度重大航道、港口工程新进展及集成创新技术 …… 范期锦等(804)

●水利工程

分布式水文模型的现状与未来 …… 芮孝芳等(812)
山洪灾害研究现状综述 …… 孙厚才等(816)

●交通运输工程

科技进步促进我国船舶工业迅速发展 …… 中国造船工程学会(824)
中国特色城市化道路综述 …… 中国城市科学研究会(826)
铁路工程地质钻机的现状及发展方向 …… 丁　宇等(833)
电动汽车技术进展和发展趋势 …… 曹秉刚等(838)

●航空、航天科学技术

航空科学技术 2004 年度发展报告 …… 中国航空学会(846)

需要全本请访问 www.ertongbook.com

2004年中国宇航学科重大进展 …… 中国宇航学会(852)
2004年我国空间科学领域的主要成果 …… 中国空间科学学会(861)
微型飞行器飞行控制问题研究进展 …… 张为华等(867)

●安全科学技术

2004"火灾科学与消防工程"研究的新进展 …… 中国消防协会(874)
2004年我国事故与灾害状况综述 …… 冯长根(880)

●艺术学

走中国特色的有线电视数字化之路 …… 中国电影电视技术学会(900)

●情报学

2004年国内外情报学研究重点及其演进分析 …… 中国科学技术情报学会(908)

●索引

关键词索引 …… (920)
人名索引 …… (923)

数学

金融数学的研究与进展①

张友兰[1]　周爱民[2]

（1.河北省科学院应用数学研究所　石家庄　050081；2.南开大学国际经济研究所　天津　30071）

摘　要　投资组合选择理论、资本资产定价模型、期权定价理论是金融数学中的几个主要理论；改进和发展金融数学模型，强调对数据的获取、分析与实证研究，针对具体问题探索有效的数学方法和工具是金融数学的基本发展趋势。

关键词　选择理论；期权定价理论；金融衍生工具

一、引言

金融数学是最近发展起来的新兴边缘学科，是数学与金融学的交叉。主要运用现代数学理论和方法（如：随机分析、随机最优控制、组合分析、非线性分析、多元统计分析、数学规划、现代计算方法等）对金融（除银行功能之外，还包括投资、债券、基金、股票、期货、期权等金融工具和市场）的理论和实践进行数量的分析研究。金融数学已成为发展最快的应用数学分支之一。

金融数学（Mathematical Finance）这一学科名词20世纪80年代末才出现。它是马柯维茨（H. Markowitz，1990年获诺贝尔经济学奖）的证券组合选择理论和斯科尔斯－默顿（M. Scholes - R. Merton，1997年获诺贝尔经济学奖）的期权定价理论这二次华尔街革命的直接产物。其核心问题是不确定环境下的最优投资策略的选择理论、定价理论以及市场理论，套利、最优与均衡是其中的三个主要概念。

为促进经济的迅速发展，世界各国金融创新运动日益加快，众多新的金融产品和衍生工具（如期货、权证、掉期等）不断涌现，新的金融服务也层出不穷。因此金融市场的运行规律、资产组合选择、金融衍生工具的设计与定价、风险分析与管理以及相关的投资决策分析显得空前重要，这也正是金融数学研究和解决的核心问题。实践说明金融理论和金融数学的发展，极大地促进了世界各国的经济和社会发展。相反，金融投机可以像原子弹一样摧毁一个国家或地区的经济。因此，金融数学的研究在国内外越来越成为热门话题。本文简要介绍金融数学的一些主要理论和方法展望。

二、金融数学的几个主要理论

（一）　选择理论（组合投资理论）

金融学从定性分析到定量分析的转变始于马柯维茨的证券组合投资，从而使得金融理论发生了一场革命。他首先将概率论和数学规划成功地结合在一起，把组合投资中的股票价格作为随机变量，用其均值表示收益，方差表示风险。当收益一定、使风险最小的组合投资问题可归结为求下述二次规划的最优解。

$$\begin{cases} X^T I = 1 \\ \end{cases}$$

$h_n)^T$为收益的均值向量，V 为收益的协方差矩阵，r 为投资者要求的最低收益率，$L = (l_1, \cdots, l_n)^T$，$P = (p_1, \cdots, p_n)^T$为买空卖空限制，当 $l_i = 0$，$P_i = 1$ 时分别表示不容许买空和卖空。

马柯维茨不但给出了求解最优投资组合的方法，而且还证明了多个证券的投资组合比投资单个证券可以降低风险。这一直成为风险投资的指导原则。

（二） 资本资产定价理论（CAPM 模型）

由于马柯维茨投资模型涉及各种股票价格之间的协方差计算，运算量太大，夏普进一步提出了 CAPM 模型：$E(R_i) = R_F + \beta_i(E(R_m) - R_F)$。其中，$R_F$为无风险资产的收益率，$R_m$为市场资产组合的收益率，$\beta_i = \mathrm{Cov}(R_i, R_m)/\mathrm{Var}(R_m)$为风险系数。该模型首先给出了风险资产收益率与市场风险之间的线性关系，即因承担风险而得到风险报酬的定量关系。同时，也给出了单个证券的收益与市场资产组合收益之间的数量关系。该模型还可以进一步说明，投资者承担的风险包括系统风险和非系统风险，承担的系统风险可以获得风险回报，而承担的非系统风险可以通过投资组合被分解掉。

（三） 期权定价理论（B－S 模型）

另一个开创性的研究成果是布来克－斯克尔斯用随机微分方程建立的期权定价模型：

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} + rx\frac{\partial P(x,t)}{\partial x} + 0.5x^2\sigma^2\frac{\partial P(x,t)}{\partial x} - rP(x,t) = 0$$

其中，$P(x,t)$是股票价格为 x 时欧式看涨期权 t 时刻的价格，r 表示无风险利率，σ^2为股票收益率变化的方差，K 为期权的执行价格，终端条件为 $P(x,T) = \mathrm{MAX}(x - K, 0)$。解上述微分方程得到 B－S 公式：$P(x,t) = xN(d_1) - kN(d_2)\exp(-r(T-t))$，其中 $N(.)$为累积标准正态分布函数，而 $d_1 = (\log(x/k) + (r + \sigma^2/2)(T-t))/(\sigma\sqrt{T-t})$，$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$。

由此可见，所给出的估价 $P(x,t)$与股票期望收益率无关，也就是说期权的合理价格不依赖投资者的偏好，即所谓风险中性原则。由于 B－S 公式具有较强的实用性和可操作性，B－S 模型可以广泛用来制定各种金融衍生产品的价格，是开发新金融产品的有效工具。B－S 模型也为套期保值与风险管理开辟了新的天地，成为现代金融理论探索的源泉。在以后的实践当中，以默顿为代表的许多科学工作者又对 B－S 模型进行了各种各样的推广和改进。

三、金融数学的发展趋势

（一） 新问题越来越多

金融数学模型都是在很多假设的条件下才能成立，这些假设有些与客观现实有一定差距甚至抵触，因而解决这类问题就不理想，范围也十分狭窄，需要在数学上改进和发展。世界各国金融背景和管理模式各异，需要大量建立符合自己国情的金融模型和分析方法，例如 CAPM 适合欧式期权不适合美式期权，即使

要课题。

金融市场上的波动现象一般可归结为随机的问题，例如我们常常假设股票价格的波动服从某一随机过程，像几何布朗运动，然后进行随机分析。但是金融市场多数情况下并不满足稳定的假设，时常出现异常的波动。近些年来的最新研究成果自回归条件异方差模型可以较好的派上用场。另外随机最优控制和随机微分方程这些较晚发展起来的数学工具，已在大多数金融领域得到应用。

突发事件是小概率事件，一般的随机分析不能解释重大的金融震荡。例如 1987 年"黑色星期一"西方的金融崩溃。分形理论可以解释股票如何疯长和暴跌。起源于海岸线形状和宇宙星系描述的分形理论是 20 世纪最杰出的数学成就之一。另外还有突变理论和冲击理论也在金融理论中得到应用。

不完全市场是指市场受到各种限制而不完备，如不允许卖空买空股票等。解决这类问题，除了 Duffie 的不完全市场的一般均衡理论之外，Karatzas 等人引入的鞅理论能够很好地解决金融市场不完备时的衍生证券定价问题，目前国外基于鞅方法的定价理论在金融理论中占主导地位。

信息不对称表现为经济人掌握的信息不一样。信息不对称条件下的相互对策在数学上处理是相当困难的。但是微分对策、重复对策、随机对策、多人对策理论在金融研究中得到深入的探索和发展，有着较好的发展前程。另外智能优化方法，例如遗传算法、模拟退火算法、人工神经网络等为金融领域提供了广泛的研究工具，应用前景广阔。金融数学建立在金融学和数学之上，而统计和计算机已是它须臾不可离开的主要工具。

四、结束语

在现代金融理论和金融实践中，数学不是万能的，但是没有数学是万万不能的。因而我国对金融数学的研究十分重视，把"金融数学、金融工程、金融管理"列为国家自然科学基金重大项目，中国人民银行也把"金融数学研究"列为资助项目。我们相信 20 世纪金融数学将会得到更深入的发展和更广泛的应用。

参考文献

1 Lamberton D. And Laperyre B., *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*, Chapmen & Hall, 1996

2 Karatzas I, Shreve S. E., *Methods of Mathematical Finance*, New York: Springer Verlag, 1998

3 Korn R., *Optimal Portfolios: Stochastic Models Optimal Investment and Risk Management in Continuous Time*, World Scientific Publishing, 1997

4 张友兰. 风险证券组合投资分析[J]，河北省科学院院报，1998，(3)

5 张友兰. 最优证券组合选择的一种线性解法[J]，应用数学学报，1998，10(3)

6 周爱民. 股市泡沫与有效性的同一性检验[J]. 天津大学学报，1999，(1)

（本文原载《高等数学研究》2004 年第 4 期）

非线性发展方程的自相似解①

用 Littlewood - Paley 理论、时空估计等),通过非线性发展方程的 Cauchy 问题的研究来获得自相似解。主要技术是将初始状态空间 X 推广到非自反的 Banach 空间(使得 X 包含那些具自相似结构的初始函数),相应地将适定性中解在 $t=0$ 处的连续性放宽成弱连续。另一方面,用 Scaling 的方法来分析时空可积空间的形式、非线性增长与空间 X 的选取等。这对非线性发展方程 Cauchy 问题的研究是至关重要的,它本质上给出了研究非线性发展方程 Cauchy 问题的工作空间。进而,对于自相似解的结构、自相似解作用(可以是某些整体解的大尺度极限)亦给出了一些具体的分析。

关键词 发展方程;Cauchy 问题;自相似解;Besov 空间;Littlewood - Paley 分解;容许对;三元容许簇;时空估计

一、引言

考虑如下的半线性发展方程

$$iu_t+\Delta u=\mu|u|^{\alpha-1}u(\text{Schrödinger 方程}),\tag{1.1}$$

$$u_t-\Delta u=\mu|u|^{\alpha-1}u(\text{热传导方程}),\tag{1.2}$$

$$u_{tt}-\Delta u=\mu|u|^{\alpha-1}u(\text{波动方程}),\tag{1.3}$$

以及

$$\begin{cases}u_t-\Delta u+\nabla Q=(u\cdot\nabla)u,\\ \operatorname{div}u=0(\text{Navier - Stokes 方程}).\end{cases}\tag{1.4}$$

若 $u(x,t)$ 分别是(1.1),(1.2),(1.3)及(1.4)的解(对 Navier - Stokes 方程而言,$(u(x,t),Q(x,t))$ 是(1.4)的解,下略),容易看出:$u_\lambda(x,t)=\lambda^{\frac{2}{\alpha-1}}u(\lambda x,\lambda^2 t)$ 分别是 Schrödinger 方程(1.1)与热方程(1.2)的解;$u_\lambda(x,t)=\lambda^{\frac{2}{\alpha-1}}u(\lambda x,\lambda t)$ 是波方程(1.3)的解;

$$(u_\lambda(x,t),Q_\lambda(x,t))=(\lambda u(\lambda x,\lambda^2 t),\lambda^2 Q(\lambda x,\lambda^2 t))$$

仍是 Navier - Stokes 方程(1.4)的解。

具体到非线性发展方程的 Cauchy 问题,若 $u(x,t)$ 分别是下面诸类非线性发展方程的 Cauchy 问题

$$\begin{cases}iu_t+\Delta u=\mu|u|^{\alpha-1}u,\\ u(0)=u_0(x),\end{cases}\tag{1.5}$$

$$\begin{cases}u_t-\Delta u=\mu|u|^{\alpha-1}u,\\ u(0)=u_0(x),\end{cases}\tag{1.6}$$

$$\begin{cases}u_{tt}-\Delta u=\mu|u|^{\alpha-1}u,\\ u(0)=u_0(x),\\ u_t(0)=u_1(x),\end{cases}\tag{1.7}$$

以及

$$\begin{cases}u_t-\Delta u+\nabla Q=(u\cdot\nabla)u,\\ \operatorname{div}u=0,\\ u(0)=u_0(x)\end{cases}\tag{1.8}$$

的解。那么 $u_\lambda(x,t)=\lambda^{\frac{2}{\alpha-1}}u(\lambda x,\lambda^2 t)$ 是 Cauchy 问题(1.5)与(1.6)将初值函数 $u_0(x)$ 换成 $\lambda^{\frac{2}{\alpha-1}}u_0(\lambda x)$ 的解;$u_\lambda(x,t)=\lambda^{\frac{2}{\alpha-1}}u(\lambda x,\lambda t)$ 分别是波方程的 Cauchy 问题(1.7)将 $(u_0(x),u_1(x))$ 换成 $(\lambda^{\frac{2}{\alpha-1}}u_0(\lambda x),\lambda^{1+\frac{2}{\alpha-1}}u_1(\lambda x))$ 的解

$$(u_\lambda(x,t),Q_\lambda(x,t))=(\lambda u(\lambda x,\lambda^2 t),\lambda^2 Q(\lambda x,\lambda^2 t))$$

乃是 Navier - Stokes 方程的 Cauchy 问题(1.8)将初始函数 $u_0(x)$ 换成 $\lambda_{u_0}(\lambda x)$ 时所得到的解。

定义 1.1 (i)称 $u(x,t)$ 是 Schrödinger 方程的 Cauchy 问题(1.5)或热传导方程的 Cauchy 问题(1.6)的

需要全本请访问 www.ertongbook.com