

红河学院人字桥学术文丛

中国古算家的成就与 治学思想

陈德华 徐品方 著

云南大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

中国古算家的成就与治学思想/陈德华, 徐品方著.
昆明: 云南大学出版社, 2007. 3
(红河学院人字桥学术文丛)
ISBN 978-7-81112-269-5
I. 中… II. ①陈…②徐… III. 数学家—列传—中国—
古代 IV. K826. 11
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 035447 号

红河学院人字桥学术文丛

中国古算家的成就与治学思想

陈德华 徐品方 著

责任编辑: 周永坤
责任校对: 段建堂
出版发行: 云南大学出版社
印 装: 昆明银河印刷厂
开 本: 787mm×1092mm 1/16
印 张: 17
字 数: 230 千
版 次: 2007 年 3 月第 1 版
印 次: 2007 年 3 月第 1 次印刷
书 号: ISBN 978-7-81112-269-5
定 价: 30.00 元

社 址: 云南省昆明市翠湖北路 2 号云南大学英华园内
(邮编: 650091)
发行电话: 0871-5033244 5031071
网 址: <http://www.ynup.com>
E-mail: market@ynup.com

序

中国人是擅长数学的。中国古代数学有过辉煌的成就，曾长期处于世界领先地位。只是在近代，由于封建思想的禁锢，以及施行排外和轻视科学的政策，我国数学乃至整个科学技术落后了。19 世纪中期以来，西方高等数学传入我国。清末民初的大批学生出国留学，加快了我国数学发展的速度。20 世纪，我国不仅完成了由传统数学向现代数学的过渡，而且涌现出一批世界一流的数学家。当前，众多的数学工作者正在为振兴我国的数学事业而奋斗，众多的数学教育工作者正在为培养高水平的数学人才默默奉献。若把数学比作航船，数学教育便是载船之水，水涨船高，数学教育的发展是数学繁荣不可缺少的条件。

我在数学史园地耕耘二十年，这方面的书读过不少，其中不乏佳作。但陈德华、徐品方合著的这本《中国古算家的成就与治学思想》还是给了我一种新鲜感。此书新在何处呢？

首先，这是一本简明的专门研究中国古代数学家的书。几十年来，涉及中国古代数学家的书可谓汗牛充栋。有的将其作为世界数学家的一部分，有的将其作为中国科学家的一部分，有的将其融入数学史或数学思想史中，这本描写多人的以表彰中国古代数学家为宗旨的书，不失为数学史园地的一朵奇葩，在弘扬中国数学文化方面有她独特的魅力。



其次，本书强调数学与教学的联系，强调数学史的教育价值。记得我的好友、数学史家王青建教授发表过一篇名为《数学史：从书斋到课堂》的文章（《自然科学史研究》2004年第2期），他认为：“数学史教育最重要的作用是提高学生学习数学的兴趣。”我当过教师，深感数学是一门比较难教的科目，因为数学教学不容易引起学生的兴趣。实际上，数学是多姿多彩的，历史上任何一项成果的出现都不是一帆风顺的。其创造者的智慧和勇气、流传过程的曲折，都可以成为教学中的亮点，生动的情节会自然而然地印在学生的脑海里，激发他们的学习兴趣。本书的写作就是一次发掘数学史教育功能、促进数学教育发展的尝试，通俗有趣而又充满哲理的情节，必将收到良好的教育效果。

再次，本书突出数学家的个性。虽都是数学家，但各具特色，绝无“千人一面”之感。我们从目录上便可窥豹一斑：“父子合作算球积”、“从和尚到数学家”、“不愿做官的数学家”、“第一个职业数学家”、“近代数学启蒙大师”、“自学成材的数学家”……随着读者的目光，一个个有血有肉的人物跃然纸上，而不仅仅是数学家成就的介绍和分析。

最后，祝贺本书的出版，并希望有更多的数学史工作者写出适于教学的好书，让数学史走进课堂。这不仅是教学的需要，也是数学史本身发展的需要。

孔国平

2006年4月

前 言

中国的数学研究具有悠久的历史，是世界数学史的重要组成部分，取得了许多杰出的成就，在世界上长期处于领先地位，风格独特，影响深远，值得我们好好研究。

学习数学史以数学家为引索，不失为良策。国际华人数学家大会主席、“菲尔兹奖”获得者、华裔数学家丘成桐说：“年轻人要有偶像，但不能只有歌星、影星，也要有科学家，人是需要榜样的，心中有了楷模，就会有努力的方向。”（引自 2004 年 12 月 19 日《云南日报》丘成桐在世界华人数学家大会上的讲话）

介绍数学家的书不少，但还没有一本专门的、简明的研究中国古代数学家的书。即使有，也因内容过深，面孔严肃，令许多读者望而生畏。本书为具通俗性、趣味性，短小精练、选材典型的关于中国古代数学思想方法发展史的书籍，我们希冀本书能起到填补这一空白的作用。让它帮助读者走进中国古代数学，了解中国数学的古代成就，知晓古算家的治学态度。我们不能数典忘祖，既不妄自菲薄，也不妄自尊大，以史实为据，实事求是地为表彰我国古代数学家、弘扬中国数学文化做一点贡献。

“斗酒纵观二四史，炉香静对十三经。”我们从我国古今浩繁的数学典籍卷帙中，精选不同历史时期的杰出古算家，按历史发展的顺序，介绍他们的生平、数学成就和严谨的治学态度、闪光的数学思想。借



以鸟瞰中国数学发展的历史概貌，了解我国古代数学的伟大成就，熟悉古代数学家的光辉业绩。历史是一面镜子，数学家又是一面面的“人镜”，我们可以从他们的创造发现、高尚品行和他们所经历的挫折中受到启迪、激励、鞭策和鼓舞，为中华民族的数学文化史的昌盛繁荣，踏着前辈们科学奋斗的足迹前进。

本书可为大学数学史之中国古代数学史教学和学习课程的参考书，也可供科学史、文化史、数学史研究者阅读。书中所引古算经典原著古文内容，均有白话译文，若有问题与不足，敬请指正。

作 者

2006 年 8 月

第一章 古代数学的萌芽

在科学的各分支中，数学可算得上是其中最古老的一门学科。它的历史几乎与人类历史同样久远。最初它只是一些数学概念的萌芽，在漫长的岁月中，缓慢地积累着。这一时期称为数学的萌芽时期。

我国数学的萌芽时期，从时间上讲经历了原始社会，奴隶社会的夏、商、周、春秋以及封建社会的战国时期。我国在原始社会时期就已出现了数和形的最初概念。公元前 21 世纪我国进入了奴隶社会，在黄河的中下游地区出现了历史上第一个奴隶制王朝——夏。农业和手工业的分工，脑力劳动和体力劳动的分工，促进了生产力的发展，也促进了人类对数和几何形体的进一步认识。

商代（约公元前 17 世纪～前 11 世纪）开始了对天文数学的研究（我国古代天文、数学没有分家，一般由于农业等的需要，先有天文，后有其他学科）。

西周（约公元前 11 世纪～前 771 年）开始使用铁器，随着生产技术和船舶业的发展，数学发展的速度也加快了。

春秋战国时期（公元前 770 年～前 256 年），我国由奴隶社会逐渐过渡到初期封建社会。冶铁、手工业等得到迅速发展，废除井田，“履亩而税”，需要丈量土地面积；兴修水利，制定历法，制造器具等都需要更多的数学知识，因而这一段时间积累了较多的数学知识，天文历法也有显著成绩。另一方面，当时学术繁荣，诸子立学（如法家、道



家、儒家、墨家等学派)，百家争鸣，产生了我国独特的数学思想，并逐步丰富和深化。

远古的人类由于没有文字，对萌芽时期的数学知识现在尚无文字记载可供考证。我们现在是依据古籍记载的有关传说和考古发现来推测的。

萌芽时期的数学成果主要有：结绳计数、作图与测绘工具规和矩的发明、十进制制记数法的创立、算筹与筹算的发明、算术四则运算的建立、数学思想的产生与深化、最早数学教育的出现。其中十进制位值制、算筹与筹算是我们祖先最出色的创造，是对世界数学的卓越贡献，也都是数学史上的精华。

第一节 古书中的数学思想方法

在我国文化古籍《易经》、《墨经》、《管子》、《商君书》、《考工记》等书中隐含了一些数学知识，反映出一些数学思想的萌芽，这些数学知识代表了当时我国的数学水平。

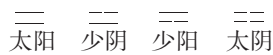
一、《周易》中的组合思想

《周易》，即《易经》，是一本很古老的书（约写于公元前 11 世纪），相传为伏羲、文王、孔丘所作。即“伏羲制卦，文王系辞（周文王作附在卦下之辞）、孔子作十翼（孔子作了十篇文章作为原书的辅翼）”。《易经》本来是讲卜筮（shì）的书，即讲占卦、预测吉凶的，但其中蕴涵了许多科学道理，在国内外颇有影响，对许多自然现象作出了科学的解释，不少人对它进行专门研究，已获得在医学、天文、物理、数学等多方面的成果。

“易”就是变化之意，《周易》中含有许多辩证思想，如“穷则变，变则通，通则久”。这种运动变化观点，含有物极必反、对立统一之意。《周易》中也有组合思想的萌芽。从不同角度來看：

第一，它是世界公认的第一本讨论排列组合的书。卦用两种基本符号表示：“—”叫阳爻（yáo）（肯定，一元），“--”叫阴爻（否定，二元），合称两仪。

每次取两个，共有 $2^2=4$ 种不同的排列法，称为“四象”：



每次取 3 个，共有 $2^3=8$ 种不同的排列法，叫做八卦（如图 1.1）。



图 1.1

八卦常用来表示八种不同的事物。例如表示八种方位（常画在罗盘的周围，排列如图 1.1）。如果将阳爻看做“+”号，阴爻看做“-”号，每一卦的三个爻依次记为 x 、 y 、 z ，则八卦内各爻对应的符号，正好是空间解析几何中的笛卡儿坐标系的八个卦限内点坐标的符号规律。事实上，“卦限”的名称正是由此而来。平面直角坐标系的四个象限也源于“四象”。

每次取 6 个，可得 $2^6=64$ 种不同排列，叫做 64 卦。

第二，若从记数法的角度进行研究，将阳爻看做 1，阴爻看做 0，则八卦就分别表示二进制的八个数：

八 卦：	☷	☶	☵	☴	☳	☲	☱	☰
二 进 制：	000	001	010	011	100	101	110	111
十 进 制：	0	1	2	3	4	5	6	7

而 64 卦相当于二进制记数法中从 0 到 63 的这 64 个数。德国数学



家莱布尼茨 (G. W. Leibniz, 1646 年~1716 年) 于 1671 年创立了二进制记数法并发明了计算器。据说, 他看到中国的八卦后感到非常惊奇, 认为二进制与八卦相吻合; 另说他用二进制记数法来解释八卦。

最早把数和图联系起来的是庄子。河图、洛书表示的就是数与图的联系 (如图 1.2), 两图都是《易经》中的近代版本。早在公元前 2000 年这两图就已出现, 它是世界上最早的“纵横图”。白点表示奇 (阳) 数, 黑点表示偶 (阴) 数。

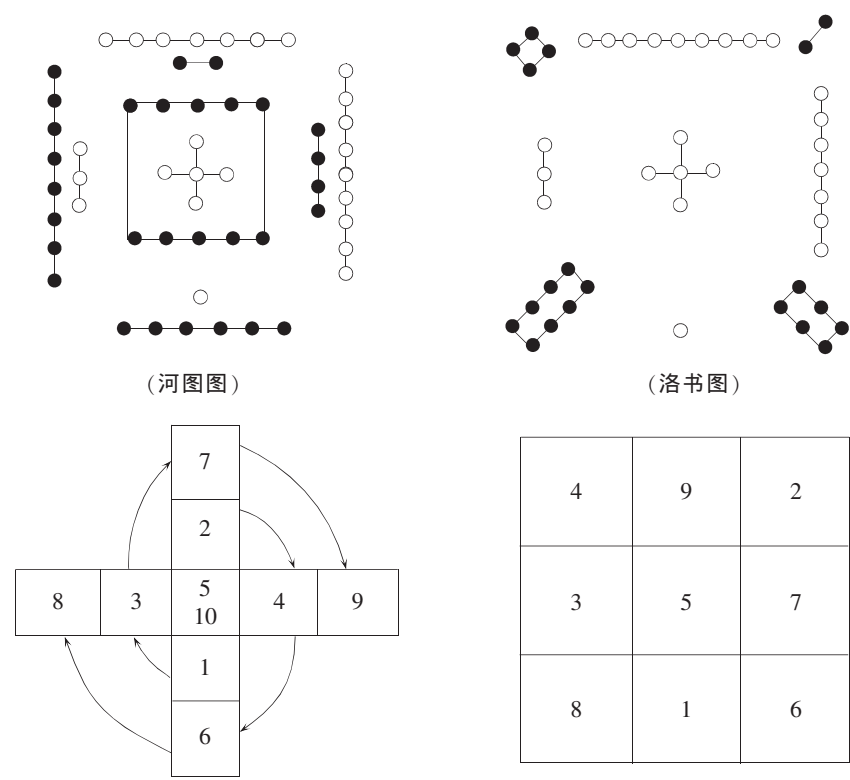


图 1.2

“河图”是这样一种排列: 若不看中心 5 和 10, 则按箭头所示, 奇数之和与偶数之和都是 20 (如图 1.2 左下图)。洛书是一个方阵, 其数

字按对角线右横线或竖线相加，结果都是 15（如图 1.2 右下图）。

“纵横图”被西方人称为“幻方”，图 1.2 右下图是一个 3 阶幻方（又称九宫图）。它是我国最先发明的，最早的文字记载见于先秦古书《大戴礼记》（约公元前 2 世纪）。南宋著名数学家杨辉（13 世纪），深入研究了多种纵横图，并对其构成规律有所概括。

由于幻方的奇妙构造，人们曾赋予它各种神奇的色彩，西方的幻方多半源于智力游戏。由此导出了历史上著名的 36 军官问题及欧拉（L. Euler, 1707 年～1783 年）猜想。

一种游戏的理论化则往往会形成艰深的数学问题。幻方正是源于游戏，受惠于纯数学，落足于应用。近代发现，纵横图与组合分析有密切的关系，它在程序设计、图论、对策论、现代通讯等各方面都有广泛的应用。

第二节 演绎几何的始创者——墨 翟^①

春秋战国（公元前 770 年～前 221 年）是我国由奴隶社会向封建社会大转变的时期。人们普遍使用铁器，农业生产和手工业迅速发展，逐步走向专业化，科学技术也随之呈现生机勃勃的景象。在学术上百家峰起，儒墨两家相互驳难，在整个春秋战国时期两家都保持着“显学”的地位。因此这一时代是令人敬慕、神往的百家争鸣、文化繁荣时代，但其目的还是为了帮助君王统治臣民、管理国家。所以，古算多半是“管理数学”。这是中华民族文化史上光辉的一页。

众所周知，西方形式逻辑的创造者是希腊学者亚里士多德^②（Aristotle, 公元前 384 年～前 322 年），而东方形式逻辑的创始人是我国的

① 墨翟（“翟”，dí）的生卒年月有多种说法，尚无定论（如公元前 478～前 392；公元前 480～前 390；公元前 479～381 等）。

② I. M. Bochensiki, *Ancient Formal logic* 1963, Amsterdamp, 第 19～71 页。

墨翟。两人都曾尝试把形式逻辑引入几何证明。从时间来说，我国墨翟比亚里士多德早。因此，世界上最早尝试以形式逻辑方法研究几何学理论的先哲是中国的墨翟。

墨翟是伟大的思想家、教育家、科学家、军事家和社会活动家，在中华民族的文明史上，代表了一个时代的高度。他的思想具有极重要的时代价值。墨子的思想学说博大精深，他的科学思想前无古人，他的军事技术高于其他诸子，他对世界、对社会的贡献是多方面的。

一、简 历



墨翟即墨子，宋国人，长期居住在鲁国（今山东省）。生于小手工业者家庭，曾当过制作器具的工匠（木工）。据传，他的手艺超过了当时举世闻名的鲁班。他的家庭贫苦、生活俭朴，据《墨子·鲁问》记载，他“量腹而食，度身而衣”。少年时曾经“学儒者之业，受礼之术”^①。后来抛弃儒学，反对孔子思想，创立墨家学派。三四十岁时他就有北方圣人之称。他一生奔走于各国，上说教于诸侯，下教授于弟子，极力宣扬他的政治主张，把毕生精力贡献给教育事业。他除教授哲学、文学之外，还传授生产技艺，并研究数学、物理学，在距今两千多年前是难能可贵的。

墨家学派的门徒约 300 人，多出自于社会下层的劳动家庭，大都以实际生产为业，从事劳动工具的制造和使用，并从中提炼出自然科学知识，树立了朴素的唯物主义世界观。这个学派以墨子教导的“兴天下之利，除天下之害”为己任，纪律严明。据《吕氏春秋·去私》记载：“墨者之法，杀人者死，伤人者刑。”而且坚定勇敢，“赴火蹈刀，

^① 《淮南子·要略》。

死不旋踵”^①。

墨家学派有生产实践经验，重视科学研究，墨子的大量言行表达了他真知灼见的理论和创造发明，这些宝贵科学遗产，收录在他的弟子著的《墨子》一书（约成书于公元前 4 至前 3 世纪）。据《汉书·艺文志》记载：本书原有 71 篇，宋代前后亡佚 18 篇，现存 53 篇，约 5 千字，计 179 条，其中《经上》、《经下》、《经说上》、《经说下》四篇是中国古代哲学、自然科学和社会科学的宝典。《墨子》体裁独特，内容瑰富，但文辞简奥深晦。后因年代久远，错简（古代书简刻在竹片上，串而成册，日子久了，绳子腐烂，常有前后倒置情形）、脱字、误字最多，也是最难整理研究的一部分。因晋代鲁胜曾作《墨辩注》，把这四篇统为《辩经》，后人称为《墨经》。近代有人认为《墨子》中《大取》和《小取》也应算在《墨经》之列，若这样，则《墨经》共有六篇。

《墨经》（四篇）的内容广泛，有逻辑学、数学、力学、光学、伦理学等方面的论题，其中专论数学的至少有 23 条。《经上》、《经下》（写作于公元前 4 世纪），记录了一系列数学，尤其几何学定义、原则、定理。《经说上》、《经说下》（写于公元前 3 世纪）则给这些定义、定理以解释和补充，是我国数学史上对数学理论以逻辑方法加以研究的最初尝试。

二、数学成就与数学思想

对于《墨经》，见仁见智，说法颇有出入，有的还待进一步发掘探讨。下面仅就古今研究者对墨子在算术、几何、分析学等方面主要的成就部分地加以介绍，主要以罗见今的见解^②为主。

（一）算术方面

《经下》：“一少于二而多于五，说在建位。”

① 《淮南子·泰族训》。“不旋踵”就是不把脚后跟转过来，亦即不做逃兵。

② 罗见今：《“墨经”中的几何学》，九江师专学报（自然科学版），1988 年第二期，第 58～65 页。

《经说下》：“一；五，有一焉，一有五焉。十，二焉。”

译文：一比二少而比五多，要看这个“一”进位成十，或者书写形状，若“一”坚立起来成“1”（甲骨文为 10）便大于五了。个位上的五中是有一的；十位上的一中都有五，即十中有两个五。

说明：本条阐明筹算的十进位值制或记数法。

《经上》：“倍，为二也。”

《经说上》：“倍：二尺与尺，但去一。”

译文：所谓“倍”是自身乘以 2。例如所得 2 尺反求自身，只要减 1 尺即可。

说明：本条阐明乘法与加减法的关系。

（二）几何方面

《经上》：“平，同高也。”

《经说上》：“口：谓台执者也，若弟兄。”

译文：所谓平行线（或平行平面），就是两线（面）间的高（距离）都相等。就像身高相同的两兄弟所抬的物体与地面平一样。

说明：本条是平行线（面）的定义。

《经上》：“同长，以正相尽也。”

《经说上》：“同：榦与框之同长也。”

译文：所谓两物同长，就是两物之长正好相齐。就像柜门的直木与门框的高相等一样。

说明：本条给出两线段相等的定义。

《经上》：“中，同长也。”

《经说上》：“中：心。自是往相若也。”

译文：所谓线段的中点，就是到两端长度相同的一点。这是线段的中心，从这一点到两端距离相等。

说明：本条是对称中心的概念，包括线段中点、圆心、球心等。

《经上》：“圆，一中同长也。”

《经说上》：“圆：规写交也。”

译文：所谓圆（或球），就是到唯一的中心距离都相等的图形。圆是用规画出来的，始终两点相交的曲线图形。

说明：本系统给圆（或球）定义。这定义不仅与《几何原本》相同，并且说明我国很早就能熟练地使用圆规作图。

《经上》：“方，柱隅四杂也。”

《经说上》：“方：矩写交也。”

译文：所谓方，就是四边和四角都相等。方是用矩画出来的，始终两点相交的图形。

说明：正方形的四边叫“柱”，“隅”是四角。本条是正方形或矩形的定义。

《经上》：“端，体之无厚而最前者也。”

《经说上》：“端：是无间也。”

译文：几何学的点，端在物体的最前面，而且没有厚薄大小。物体中任一点与此点都不相同。

这是几何学中关于点的定义，它与《几何原本》中“点是没有部分的，线段的两端是点”的说法相同。

此外，《墨经》中还有点、线、面、体的说明，以及它们的关系。上条把点叫“端”，其他地方把线（或线段）叫“尺”，面叫“区”，体叫“厚”。

（三）分析学方面

《经上》：“体：分于兼也。”

《经说上》：“体：若二之一。尺之端也。”

译文：图形是由部分组成全体的，而将一个图形，如线段，一半一半地不断分下去，最后得到一个点。

说明：这里“体”指图形，“分”指部分，“兼”指全体（即全集），“尺”是线段。本条论述部分与全体、集合与元素之间的关系。这与“点”是无限分割的极限的思想是一脉相通的。

《经上》：“损，偏去也。”

《经说上》：“损：偏也者，兼之体也。其体或去或存，谓之存者损。”

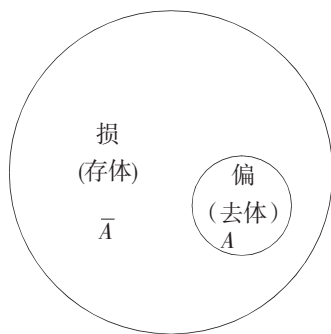
译文：所谓集合中的部分。集合的部分或者去掉，或者存留，对于存留的部分而言，就叫“损”。

说明：本条说明集合的补集概念。如图所示，全集“兼”用 I 表示，子集“偏”用 A 表示，集合 A 的补集“损”用 $\bar{A}$ 表示。则有 $\bar{A} = \{x \mid x \in I, \text{且 } x \notin A\}$ 。

《经上》：“穷，或有前不容尺也。”

《经说上》：“穷：或不容尺，有穷；莫不容尺，无穷。”

译文：所谓“穷”，就是当用尺去度量区域时，一定能够量尽。穷，是能够量尽的区域，也叫有穷，如果永远量不尽（莫不容尺）必定是无穷。



说明：本条和阿基米得（Archimedes，公元前 287～前 212 年）公理^①是完全一致的。而时间上还早阿氏 100 多年。

《经下》：“非半弗^𠄎（zhù，分割）则不动，说在端。”

《经说下》：“非，^𠄎半，进前取也，前则中无为半，犹端也；前后取，则端中也。^𠄎必半；毋与非半。不可^𠄎也。”

译文：线段无限地被分割成一半，最终则达到确定位置（即端点）。

线段被分割成一半的方法：无限地往前分割线段的一半，前段的线段最终出现没有一半可分，即是达到了端点；无限地分割线段的前

① 阿基米得公理：在长短不同的线段中，总可以在较长的线段上连续截取较短的线段，使截到某一次以后，必出现下列两种情况之一，或没有剩余，或得到一条短于较短线段的剩余线段。阿基米得公理在《几何原本》中没有出现，直到 19 世纪希尔伯特（D. Hilbert，1862 年～1943 年）才补充进去的。

后各一半，则最后都达到了线段的中点。每次都一定要分割线段的一半，不要分割到不是中点处，否则就不能用线段被分割成一半的方法。

说明：《经说下》讲的两种方法分别是：

第一种分割法：若设线段长为 1，无限地往前分割线段的一半，可得无限序列：

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \frac{31}{32}, \dots, \frac{2^n - 1}{2^n}, \dots$$

$$\text{易知：} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 1}{2^n} = 1$$

第二种分割法：无限地分割线段前后各一半，可得无限序列：

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}, \frac{9}{16}, \dots, \frac{2^n - 1}{2^{n+1}}, \frac{2^n + 1}{2^{n+1}}, \dots$$

$$\text{易知：} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 1}{2^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{2^{n+1}} = \frac{1}{2}$$

无限的截取（或分割），使得每一截得的线段 A_i, B_i ($i=1, 2, 3, \dots$) 连同端点在内，都完全落在前面的线段 A_{i-1}, B_{i-1} 内部，并且要截多短就截多短，那么，一定存在唯一的点 C ，落在所有线段 $A_0 B_0, A_1 B_1, \dots, A_n B_n, \dots$ 的内部。这与现代几何理论的第二条连续公理，又叫康托尔 (G. Cantor, 1845 年 ~ 1918 年) 公理是相仿的。此条在《几何原本》中也没有，是后来希尔伯特补加的。

《经说上》：“小故，有之不必然，无之必不然。体也，若有端。大故，有之必然，若见之成见也。”

译文：必要条件（小故），有它不一定产生某结果，但少了它就一定不产生某结果。例如有点不一定就能有直线，但没有点就一定不成直线。充分条件（大故），有了它就一定产生某种结果。例如，有了看的动作，就能见到东西，看是看见的充分条件。

说明：本条论述必要条件和充分条件。

从以上至少说明两点：

(1) 《墨经》与《几何原本》有关定义和公设、定理相类似。欧几