遥望星空无边际，

天圆地方勾股弦，

平直思维圆魅力，

割圆求和无极限。

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第一宇宙定律：

天圆地方的平直时空

抬头望星空，时空默默地注视着我们。宇宙的浩瀚无法用语言描述。人类长久以来一直在向这茫茫的未知宇宙追问：人是宇宙中惟一一种智慧生命吗？人类确实孤单无伴吗？

人类在21世纪初对生命的理解是什么？是否有外星生命存在的证据？如何定义生命？科学家在寻找什么标志以证明存在外星人？如果发现外星生命，会对人类有什么影响？

人类第一次正式提议与外星生命联络是在1820年。德国著名数学家高斯提出，可在西伯利亚的森林里伐出一片直角三角形的空地，然后在三角形里种上麦子，以三角形的每条边上种一片正方形的松树，这就组成了勾股定理（毕达哥拉斯定理）最经典、最优美、最简捷的证明图。如果有外星人路过地球附近，看到这个巨大的数学图形，便会一眼认出：“这个星球上有智慧生命呢！

他们都懂勾股定理啦！

后世的幻想家们提出的方案更加华丽。 1840年威尼斯天文学家约瑟夫·冯·利多沃提议，在撒哈拉沙漠挖出一些巨大的沟渠组成图案，然后往其中注入煤油进行燃烧，不过这个方法似乎太浪费能源，而且与环保原则大大有悖。三十年后，法国发明家夏尔·克罗提出，用七面按特定位置精确摆放的镜子向火星反射太阳光，这样火星人便会看到第三行星上有七个排列成北斗七星形状的闪烁光点——那是智慧的眨眼。

从最早的人类知识记载来看，我们人类一直在不断地研究时间和空间的问题。当时人类为了生存和发展，首先要了解宇宙，了解天气的变化，何时下雨、打雷。人类自有文字记载以来，就不断地谈天论地。

在公元前2400年的陶瓦片上，学者发现了人类日常生活的账目记载，开始有了我们现在意义上的账目表达，人类已使用以十进制为主的数字体系在古巴比伦的美索不达米亚两河流域（底格里斯河和幼发拉底河），人类已开始用手掌大小的粘土板做练习簿这种粘土板可以反复使用，干了的粘土板可以作为建筑材料。现在的考古学家在建筑物里发现了巴比伦的粘土。在巴比伦的粘土板上，已经表现了六十进制的数字体系，并发现人类已经运用代数的方法来解决平面图形的面积问题和其他很多问题。

古巴比伦在毕达哥拉斯出生的一千年以前就大量地使用了毕达哥拉斯定理。可以这么说，在巴比伦的粘土

板上已经有了类似于我们所说的勾股定理和毕达哥拉斯的 $a^2+b^2=c^2$，说明在四千多年前，人类就开始研究宇宙，研究大地，对自身的生存进行认真的思考。他们想到了运用太阳的投影，用勾股定理、直角三角形中边的比例关系来测算太阳的高度等。

希腊人展示出一种可以与推理作用的发现相媲美的、几乎同样富有想象力和独创性的洞察力：宇宙是以数字方式设计的，借助于数学知识，人类可以充分地认识它。最早提出自然界数学模式的是毕达哥拉斯学派。毕达哥拉斯学派震惊于这样一个事实，即由定性地看各种各样的现象都表现出相同的数学性质，可推知数学性质必定为这些现象的本质。他们从数和数的关系方面发现了这种本质。数学是他们解释自然的第一要素，所有物体都是由物质的基本微粒或“存在单元”根据不同的几何形状组成的。数学是宇宙的实体和形式。毕达哥拉斯学派认为‘万物皆数也”。

数学的本原是处理抽象的对象。对于创造了希腊数学的哲学家来说，严格的真理只适用于永恒不变的实体及其关系。幸运的是，人类由对事物的感性认识可以上升为较高层次的理念，这便是思想——永恒的现实和思想的真实载体。青睐抽象还有一个原因，欲使数学更强有力，就必须在一个抽象概念中包涵它所表示实物的本质特征；从而数学上的直线必须包括拉伸的绳子、直尺边、田地的边界和光线的路径。相应地，数学上的直线没有粗细、颜色、分子结构和紧绷程度之分。希腊人明

确地指出数学是处理抽象事物的。

毕达哥拉斯对数作了许多研究，将自然数区分为奇数、偶数、素数、完全数、平方数、三角数和五角数等。在他看来，数为宇宙提供了一个概念模型。数量和形状决定一切自然物体的形式。数不但有量的多少，而且也具有几何形状。在这个意义上，他们把数理解为自然物体的形式和形象，是一切事物的总根源。因为有了数，才有几何学上的点，有了点才有线、面和立体，有了立体才有了火、气、水、土这四种元素，从而构成万物。所以数在物之先。自然界的一切现象和规律都由数决定，都必须服从“数的和谐”，即服从数的关系。他从球形是最完美的几何体的观点出发，认为大地是球形的，提出了太阳、月亮和行星作均匀圆运动的思想。他还认为十是最完美的数，所以天上运动的发光体必然有十个。

毕达哥拉斯还有这样的理论：地球沿着一个球面围绕着空间一个固定处的“中央火”转动，另一侧有一个“对地星”与之平衡。这个“中央火”是宇宙的祭坛，是人永远也看不见的。这十个天体到中央火之间的距离，同音节之间的音程具有同样的比例关系，以保证星球的和谐，从而奏出天体的音乐。这使人联想到目前的超弦理论。

毕达哥拉斯学派因为有了“万物皆数”的哲学思考，使之认为数学是宇宙的本质。他们将天文学和音乐归结为数。这两门学科就同算术和几何发生了联系，这四门学科都被认为是数学学科。这种认识一直持续到中世纪，号称“四大学科”。

需要全本请访问 www.ertongbook.com

在2300多年前，中国就有了《周髀算经》，其中都提到了这些问题，简单地说，就是我们现在说的勾三股四弦五。公元前三百多年，我国已经研究这些问题。在世界很多地方，像古埃及、古希腊、古巴比伦这些地区，都在研究这些问题。这说明人类的文明随着人类不断地发展和进化，必须依靠自然科学，同时推动社会科学的发展。

所以特别强调，人类在2500多年前就有了第一个宇宙定理，就是所谓的勾三股四弦五，或者是欧几里德在《几何原本》当中提到的$a^2+b^2=c^2$，即毕达哥拉斯定理。笔者认为，$a^2+b^2=c^2$是我们人类文明产生的第一个伟大的宇宙定理。在当时已经有很多的书叙述了尼罗河的泛滥，直线产生三角形、正方形、长方形和圆形面积等等的计算，及在中国的夏、商、周时代，当时的高科技就是建造大量的房子或者是建很多的宫殿。在建筑的过程当中，最重要的问题就是要找到直角。如何找到直角，是当时的高新技术。当时人们考虑的问题是，如何保证盖出来的房子四个角都是直的。

我们都知道，已有4500年历史的埃及金字塔现在用先进的仪器测量，精度仍是非常的高。这说明当时人们已经发现，一条直线分为三段，一段占三，一段占四，一段占五，把它们围在一起，边长为五的边所对应的角度就是直角，这是绝对准确的。勾股定理是当时人类生存的高技术。人们发现太阳何时升起，何时下山，当时就有人利用这种直角三角形来测量太阳的高度。通过直

角三角形，我们找到了特别是在《几何原本》当中总结出了毕达哥拉斯定理，在中国叫勾股定理。这个定理统治了人类文明几千年，一直到1642年牛顿出生40年以后，牛顿在前人的基础上总结出了新的概括，并产生了牛顿的绝对时空观。

毕达哥拉斯定理的$a^2+b^2=c^2$在几千年发展的过程当中，形式逻辑的证明就有一百多个。据说在1800多年前中国有一个叫赵爽的证明过，但在这一百多个证明当中，大多数还是欧洲人的证明。$a^2+b^2=c^2$为什么在本书中号称第一大宇宙定律呢？毕达哥拉斯定理不仅在数学上的美是合理的，同时通过近代对它的研究还产生了著名的费马定理。费马定理在20世纪的80年代和90年代才被证明。$a^2+b^2=c^2$不仅具有几何的美，更反映了人类对时间和空间的美的认识。它是一种平面思维的时空观。

可以说，毕达哥拉斯定理是人类认识自然的第一个重大的完美的定理。而且在17世纪和18世纪的时候，毕达哥拉斯定理促进了三角函数和球面函数的产生，并在微积分当中有着重大的应用，所以这个定理作者把它看得很重虽然绝大多数人运用$a^2+b^2=c^2$来运算及解决几何学及物理学的问题，不过毕达哥拉斯却认为勾股定理还可以做更广泛的应用，可以把它套用在解决人们关心的问题上。他认为$a^2+b^2=c^2$意喻着真理（包括宇宙）都有其基础的秩序存在，而且也都遵循着完美的原型在运行。毕达哥拉斯定理是人类打开真理之门的第一把金钥匙，而且一直延伸到现代社会当中，所有的三角函数、双曲

函数、球面函数都与它有关系并延伸出来。这个定理同时也反映了古代人们的思想。

本来天与地是一个巨大的空间，可以从孩童开始激发我们无限的想象和兴趣，可是这么广阔的自然课堂，却没有激发我们进一步研究和认识自然现象。中国尽管有很多伟大的发现，但在这些方面的研究却很少，这并不是说我们民族没有这个能力，而是当时人们一直认为他们生活在平面上，地球是平的！是一个广阔无边的平面，这对当时人们思考问题有限制。作者个人认为是受到封建帝王意识的统治，限制了当时社会的思维和思想。天子的意识，王权的意识控制太强，所以没能使劳动人民的聪明才智得到充分的施展。

我们一直停留在勾股定理的思维层面上，到清朝时，我们还在研究勾股定理。清朝康熙年间有位进士叫陈厚耀，因通晓历法被大臣李光地推荐给康熙皇帝。因为康熙本人酷爱数学，所以常与陈厚耀讨论勾股定理，由康熙皇帝口授、陈厚耀笔录的《积求勾股法》被收录在《陈厚耀算书》六册中的《勾股图解》。康熙时代的欧洲已是科学飞速发展的时代，说明当时中国仍停留在勾股定理本身的证明研究上。虽然勾股定理仍被认为是最高深的学问之一，但并没有进一步深入研究它。深入研究会发现，在被称为毕达哥拉斯的三元数组的三个数里面，还有很多其他的数组，还有5、12、13；7、24、25。这些数组同样在古代就已经被发现，这些数组都满足勾股定理。当时人们完全可以再问问，还有没有这样的数组呢？

何时会有大于等于3的整数解呢？这是一个很重要的问题。也是近代一个重大的数学问题，并最终发展了费马大定理。所以说，当时社会对时空的观念限制在平面上，地平天圆上，失去了很多研究的范围。这是一个很大遗憾。

卡片 1：勾股定理

在直角三角形中，两条直角边的平方和等于斜边的平方。这就是勾股定理或商高定理，西方称之为毕达哥拉斯定理。

勾股定理是一条古老而又应用十分广泛的定理。例如从勾股定理出发逐渐发展了开平方、开立方；用勾股定理求圆周率。勾股定理以其简单、优美的形式，丰富、深刻的内容，充分反映了自然界的和谐关系。人们对勾股定理一直保持着极高的热情，仅定理的证明就多达100多种，甚至著名的大物理学家爱因斯坦也给出了一个证明。

中国最早的一部数学著作——《周髀算经》的开头，记载着一段周公向商高请教数学知识的对话：

周公问：“我听说您对数学非常精通，我想请教一下：天没有梯子可以上去，地也没法用尺子去一段一段丈量，那么怎样才能得到关于天地的数据呢？”商高回答说：“数的产生来源于对方和圆这些形体的认识。其中有一条原理：当直角三角形‘矩’得到的一条直角边‘勾’等于3，另一条直角边‘股’等于4的时候，那么它的斜边‘弦’就必定是5。这个原理是大禹在治水的时候

就总结出来的呵。”稍懂平面几何的读者都知道，所谓勾股定理，就是指在直角三角形中，两条直角边的平方和等于斜边的平方。如图1所示，我们用勾（a）和股（b）分别表示直角三角形的两条直角边，用弦（c）来表示斜边，则可得：勾^2+股^2=弦^2　亦即：$a^2+b^2=c^2$

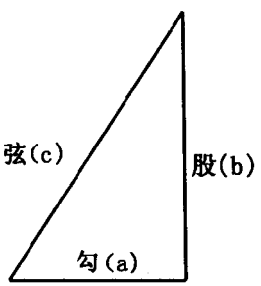


图1 勾股定理图

勾股定理相传是古希腊数学家兼哲学家毕达哥拉斯于公元前550年首先发现的。其实，我国古代人民对这一数学定理的发现和应用，比毕达哥拉斯要早了五百多年。其中所说的勾3股4弦5，正是勾股定理的一个应用特例（$3^2+4^2=5^2$）。所以现在数学界把它称为勾股定理，应该是非常恰当的。

中国古代的数学家们不仅很早就发现并应用勾股定理，而且很早就尝试对勾股定理作理论的证明。最早对勾股定理进行证明的，是三国时期吴国的数学家赵爽。赵爽创制了一幅“勾股弦方图”（见图2），用形数结合的方法，给出了勾股定理的详细证明。在这幅“勾股弦方图”中，以弦为边长得到正方形ABDE是由4个相等的

直角三角形再加上中间的那个小正方形组成的。每个直角三角形的面积为 $ab/2$；中间所得小正方形边长为 $b-a$，则面积为 $(b-a)^2$。于是便可得如下的式子：

$$4\times(ab/2)+(b-a)^2=c^2$$

化简后便可得：$a^2+b^2=c^2$

亦即：

$$c=(a^2+b^2)^{(1/2)}$$

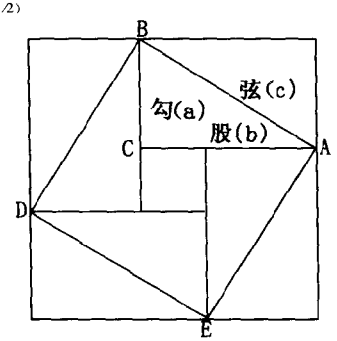


图2　勾股弦方图

赵爽的这个证明可谓别具匠心，极富创新意识。他用几何图形的截、割、拼、补来证明代数式之间的恒等关系，既具严密性，又具直观性，为中国古代以形证数，形数统一，代数和几何紧密结合、互不可分的独特风格树立了一个典范。以后的数学家大多继承了这一风格并且代代有发展。例如稍后一点魏晋时期（1700 年前）的刘徽在证明勾股定理时也是用以形证数的方法，只是具体图形的分合移补略有不同而已。赵爽和刘徽所开创的“勾股弦方图”是“七巧板”构思的先行者。

中国古代数学家们对于勾股定理的发现和证明，在

需要全本请访问 www.ertongbook.com

世界数学史上具有独特的贡献和地位。尤其是其中体现出来的“形数统一”的思想方法，更具有科学创新的重大意义。事实上，“形数统一”的思想方法正是数学发展的一个极其重要的条件。正如当代中国数学家吴文俊所说：“在中国的传统数学中，数量关系与空间形式往往是形影不离地并肩发展着的……17世纪笛卡儿解析几何的发明，正是中国这种传统思想与方法在几百年停顿后的重现与继续。”

我们的祖先，一直认为我们生活在平面上，形成了我们的一个时空观念就是“天圆地方”。地是平的，天是圆的，这个圆很早已出现。在玛雅文化当中，有很多与圆有关的祭天的平台和屋顶。我们古代有很多地方，如明清的天坛等，都是这种天圆地方时空观的证明。计算圆面积也是人类一直面临着的一个困难，即使圆面积一直是我们看得见摸得着的东西，但要把它精确地计算出来，却让人类感到困惑。

一直到牛顿发表他的《自然哲学的数学原理》以后，才把圆面积问题进一步总结，当然在研究这个问题的过程当中，古埃及、古印度、古巴比伦以及古代中国的祖冲之等都研究过圆周率$\pi=3.1415926\cdots\cdots$现在可以计算到亿位，并且不重复，圆一直是一个重大问题。总的来说，天圆地方的平直时空观局限了我们人类的思维总是在平面上想问题，长时间没有突破，这与我们所受到的时空观念的影响很深有关。

卡片 2:祖冲之与圆周率 π

在浩瀚的夜空里有一颗小行星，在遥远的月亮背面上有一座环形山，被称为“祖冲之环形山”。它们都是以我国古代一位科学家的名字来命名的。他就是很早就精确地计算出圆周率的中国科学家—祖冲之。祖冲之（公元429–500年）是河北省涞源县人，我国南北朝时代杰出的数学家、天文学家和机械制造专家。

祖冲之在数学上的杰出成就，是关于圆周率的计算。秦汉以前，人们以“径一周三”作为圆周率，这就是“古率”。后来发现古率误差太大，圆周率应是“圆径一而周三有余”，不过究竟余多少，意见不一。直到三国时期，刘徽提出了计算圆周率的科学方法——“割圆术”，用圆内接正多边形的周长来逼近圆周长。刘徽计算到圆内接96边形，求得π=3.14，并指出，内接正多边形的边数越多，所求得的π值越精确。祖冲之在前人成就的基础上，经过刻苦钻研，反复演算，求出π在3.1415926与3.1415927之间。并得出了π分数形式的近似值，取为密率，其中取七位小数是3.1415926，它是分子分母在1000以内最接近π值的分数。祖冲之究竟用什么方法得出这一结果，现在无从考查。祖冲之计算得出的密率，外国数学家获得同样结果，已是一千多年以后的事了。为了纪念祖冲之的杰出贡献，有些外国数学史家建议把π叫做“祖率”。

在中国古代优秀的科技成果中，除了广为人知的火

药、造纸术、指南针和印刷术这“四大发明”外，还有一门鲜为人知的“千古绝学”，中国的“第五大发明”——中国古代律学。运用物理分析、数学验算等现代科学的分析方法，科学家对中国古代律学进行了深入检验，充分证明了这一学科的科学性，两千多年来一直处于世界领先水平。但由于我们现在学科的设置文理划分过于绝对，使得现在的音乐教育非常不平衡，大多数在中国受过良好教育的人并不识乐谱。在欧洲中世纪，音乐在文科课程中独占一席之地，甚至比语法、逻辑、修辞这些中世纪学校的语言知识的地位还要高。它是更高级的中世纪大学的四大学科之一。因为它和算术、几何、天文学一样，都建立在精确测量的基础上。音乐的这一地位归功于毕达哥拉斯关于声音和质感与数学的比例相关的发现。

中国科技大学的博士生导师徐飞教授在一个专访中提到，所谓“律学”，即研究乐音体系中音高体制及其相互的数理逻辑关系的科学。它是音乐声学、数学和音乐学互相渗透的一门交叉学科。在有关音高体制的研究与应用中，律学规律几乎无处不在。

中国很多的发明比欧洲早，这在李约瑟的《中国科学技术史》中有详细的论述。在古代中国，制定历法以观天象、统一音高标准及度量衡规范，是一国之君的头等大事。中国明朝朱载堉（536–1611年）发现“十二平均律”的数学理论，就比欧洲早若干年，这一发现影响了世界音乐文化史的发展，朱载堉因而被誉为我国古代百科全书式的文化巨人。可惜中国没有十二平均律音乐

作品流传下来。编钟十三个半音都有，虽不那么准，可那是两千年前的事了。在以农业为主的时代，能有那么多的发明，说明我们的祖宗非常了不起

中国春秋战国时发现的编钟，经现在科学家的研究发现是双音，每个钟上是两个音调。当时中国的记谱方式叫工尺谱，它主要是记录二胡、马头琴等乐器在演奏时手放在乐器上的位置，即只是指法，这显然与五线谱有很大的区别。并且工尺谱没有简单的符号体系，所以掌握起来有一定的难度，很难普及。

卡片 3:朱载堉与十二平均律

编钟是由青铜制成的敲击乐器，是中国宫廷音乐最重要的乐器，同时也具礼器性质。其音乐性能很好，音色优美，音域宽广，变化音较完备。古今中外乐曲均能演奏，用来伴唱效果亦佳，令人叫绝。

实际测试发现，编钟的每一个音都不是孤立存在的，而是与其他音有着密切的联系。一个音准确与否，取决于与其他音的协调。音与音之间建立了这样复杂的联系而又不紊乱，已非先秦时期所运用的“五度相生律”和“纯律”所能涵盖。

专家们认为，古代编钟的设计者们脑子里一定有更为复杂的音律体系，而这种音律体系已接近于我国明代首创的“十二平均律”。

先秦时期，“五度相生律”和“纯律”就运用于古琴等乐器的演奏。随着历史的发展，音乐作品越来越复

杂，在演奏中需频繁转调，上面两种音律体系已不能胜任。经过漫长岁月的探索， 400年前．我国杰出的音律学家朱载堉首创“十二平均律”，通过澳门流传到欧洲，彻底解决了复杂音乐的转调问题，人类的作曲和演奏从此进入了最辉煌的时代。

我国从商代起就铸编钟，西周时成熟，到了战国时的曾侯乙编钟，其技术进入鼎盛时期。可惜秦末战乱，使乐工流散，乐律资料流失，汉代已少有人懂得编钟乐律。以后，随着民族大融合的到来，民族民间乐器兴起，耗费大量人力财力的宫廷编钟已不受重视。宋代，编钟乐器消亡。目前在北京的大钟寺，有一套仿制的曾侯乙编钟供人参观。

中国在明朝中期以前，国家非常强盛。当时明朝出现了一个达·芬奇式的人物叫朱载堉。他明确地提出了音乐的十二平均律。这是一个重要的发现。音乐的原始曲谱是在1020年创造的，当时在意大利的威尼斯有一个教会音乐家叫奎多，通过对铁匠打铁原始叮当发声规律的研究，他发现了四线谱。

到了1400年时才出现五线谱。音乐在我们所谈的时空观里非常重要。音乐是一种特殊的时间。空间是物质运动分布的结构和状态，时间是物质振荡抽象出的概念。我们的日历只是一种周期振荡的描述，时空不是惟一的。

中国古代律学是连续两千多年领先于世界的“带头学科”。中华民族的文化源远流长，有许多宝贵的文化遗产值得我们去发掘和探索。

音乐的原始创造力来自于奎多的总结。他当时很注意打铁匠的动作和声音，仔细观察铁匠有节奏地打铁时产生的悦耳的声音，这是最原始的状态和质朴的声音。同时他发现一个铁块一个单位长度，在加热后打出的声音，和半个单位长度打出的声音是不一样的，同理继续分下去，随着铁块的长短的不一样，就可以打出各种悦耳的声音。奎多回去用盛水的容器做试验，容器装着不同量的水，再打击容器，会发出不同的音。在高八度音中分十二等分，$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n}\cdots$，这是一个无穷等比级数，等比级数的和$S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}$，$S=\frac{a}{1-q}$，首项a=1，公比q等于1/2，得S=2，再利用“几何平均”的思想，可得：$\sqrt[12]{2}=1.0594630943592$，这就叫做十二平均律（把“八度”均分为十二个半音）。

朱载堉，比牛顿大约早一个世纪的伟大科学家。他是世界上最早解答了已知等比数列的首项、末项和项数以及如何求解其他各项方法的人，最早找到了不同进位制小数换数方法，最早运用珠算进行开方计算的人，同时他在计量学、物理学、天文学等研究上也有重大贡献。他的关于度量衡史的深刻研究一直影响到今天。他精确地确定了水银的密度，彻底地研究并试验了完全八度和纯五度等和声问题。他在音乐和艺术领域里的造诣和他在自然科学方面的才智一样博大精深。他的名字随同他的科学理论传遍了欧洲学术界。他是整个中华民族的骄傲。

需要全本请访问 www.ertongbook.com