(41)

大學叢書

發動機動力學

梁守槃編著

商務印書館發行

大 學 叢 書

發動機動力學

梁守槃編著

商務印書館發行

中華民國三十七年十一月初版

大學叢書 發動機動力學 一冊

(61242)

定價金圓壹元

印刷地點外另加運費

編著者 梁守槃

發行人 朱經農 上海河南中路

印刷所 商務印書館印刷廠

發行所 商務印書館 各地

序

輓近三十年來，內燃機（高速往復式發動機）之發展，一日千里。昔日視爲次要之惰性，一躍而爲發動機設計之主要問題。顧國外之工廠應用，雖已普遍，而教材方面，率皆沿用筆記，鮮有專書。坊間常見書籍，厥爲 Ralph D. Root 所著之"發動機及軸之動力學"，出版於二十年以前，論述淺易，不造堂奧，未合當代之需要也。

筆者執教數年，於發動機動力學一門，殊感書籍缺乏，教學不易。抗戰八年，歐美書籍，既不克運來內地，而各項教科，改用本國文字，又爲歷年來諸賢達之所號召。爰摭集昔年受課筆記，以及近年工程發展雜誌論述，出版書籍，加以整理，使適合大學四年級學生之用。各項例題，均採與近代發動機相近之數據，使學者讀之，不惟明瞭計算之步驟，且對一般數字，有約略之概念。習題數字，則更採用五年內之現代內燃機數據，藉使學者觀其崖略，庶幾有補於將來。惟孤陋寡聞，所見不無遺漏，倘乞海內賢達，不吝賜教，予以指正，則幸甚矣。

三十四年冬於遵義

目　次

發動機動力學

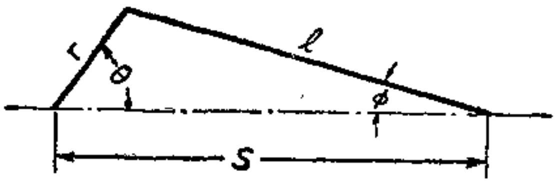
第一章 惰性力之分析

1-1. 發動機之運動部份　發動機中運轉之部份，至爲繁多，然大部份之機件，其運轉方式，均爲轉動。由於現代製造工業之進步，各轉動機件之重心，率位於迴轉軸線上，故除因能力之傳播及摩擦之損失，而有相當之轉矩外，實無惰力可言。惟發揮動力之主要部份，如活塞及連桿，其運動情形，至爲複雜，速度之增減，變化至速。在高速度時，所引起之惰力尤巨，此種惰力之發生，實爲一般不平衡振動之來源，而爲本書所亟需討論者。發動機中，迴轉部份之不平衡者，當推曲軸。軸上之曲柄，突出於一方，而與連桿相連，曲柄之全部質量，繞軸之中心線而旋轉，其離心力指向半徑方向。惟如在軸之對面，加以配重，使兩方之離心力相等，則軸之不平衡狀況，可以免除。換言之，凡迴轉部份之重心不在迴轉中心線者，均可加配重以改變其重心之位置，而得完全之平衡。

1-2. 往復運動部份之加速度　在曲軸連桿裝置中，連桿另一端之活塞（或十字頭），受汽缸之限制，而作往復運動。若曲軸之轉速保持不變，則活塞之行程，與曲軸角之關係，有如下式：

$$S=r\cos\theta+l\cos\phi$$

式中 r, θ, l, ϕ 之值見 1-1 圖根據正弦公式，



1-1

$$\sin\phi=\frac{r}{l}\sin\theta \tag{1}$$

故

$$S=r\cos\theta+l\sqrt{1-\frac{r^2}{l^2}\sin^2\theta} \tag{2}$$

命 $p=\frac{r}{l}$，而照二項式定理展開根號內之值，得

$$\sqrt{1-\frac{r^2}{l^2}\sin^2\theta}=1-\frac{1}{2}p^2\sin^2\theta+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)}{2!}p^4\sin^4\theta$$

$$-\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right)}{3!}p^6\sin^6\theta$$

$$+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right)\left(\frac{1}{2}-3\right)}{4!}p^8\sin^6\theta\cdots\cdots$$

$$=1-\frac{1}{2}p^2\frac{1-\cos 2\theta}{2}$$

$$-\frac{1}{8}\frac{p^4}{4}\left(1-2\cos 2\theta+\frac{1}{2}\cos 4\theta\right)$$

$$-\frac{1}{16}p^6\times\frac{1}{8}\left\{\frac{5}{2}-\frac{15}{4}\cos 2\theta+\frac{3}{2}\cos 4\theta-\frac{1}{4}\cos 6\theta\right\}$$

$$-\frac{5}{128}p^8\times\frac{1}{16}\left\{4\frac{3}{8}-7\cos 2\theta+3\frac{1}{2}\cos 4\theta-\cos 6\theta\right.$$

$$\left.+\frac{1}{8}\cos 8\theta\right\}-\cdots\cdots$$

$$=\left(1-\frac{1}{4}p^2-\frac{3}{64}p^4-\frac{5}{256}p^6-\frac{175}{16384}p^8-\cdots\cdots\right)$$

$$+\left(\frac{1}{4}p^2+\frac{1}{16}p^4+\frac{15}{512}p^6+\frac{35}{2048}p^8+\cdots\cdots\right)\cos 2\theta$$

$$-\left(\frac{1}{64}p^4+\frac{3}{256}p^6+\frac{35}{4096}p^8+\cdots\cdots\right)\cos 4\theta$$

$$+\left(\frac{1}{512}p^6+\frac{5}{2048}p^8+\cdots\cdots\right)\cos 6\theta$$

$$-\left(\frac{5}{16384}p^8+\cdots\cdots\right)\cos 8\theta+\cdots\cdots \tag{3}$$

在上式中，第一項爲常數，以後各項，則均爲一常數與 $\cos n\theta$ 之積。且 n 之値，恆爲偶數，將此式代入（2）式中，而對時間微分二次，且假定曲軸之轉速不變，則得往復部份之加速度爲

$$a=-r\,\omega^2\cos\theta-l\,\omega^2\left\{+\left(p^2+\frac{1}{4}p^4+\frac{15}{128}p^6+\frac{35}{512}p^8+\cdots\cdots\right)\cos 2\theta\right.$$

$$-\left(\frac{1}{4}p^4+\frac{3}{16}p^6+\frac{35}{256}p^8+\cdots\cdots\right)\cos 4\theta+\left(\frac{9}{128}p^6+\frac{45}{512}p^8\right.$$

$$\left.+\cdots\cdots\right)\cos 6\theta-\frac{5}{256}p^8+\cdots\cdots\Big)\cos 8\theta+\cdots\cdots\Big\}$$

$$=-r\,\omega^2\left\{\cos\theta+\left(p+\frac{1}{4}p^3+\frac{15}{128}p^5+\frac{35}{512}p^7+\cdots\cdots\right)\cos 2\theta\right.$$

$$-\left(\frac{1}{4}p^3+\frac{3}{16}p^5+\frac{35}{256}p^7+\cdots\cdots\right)\cos 4\theta+\left(\frac{9}{128}p^5+\frac{45}{512}p^7\right.$$

$$\left.+\cdots\cdots\right)\cos 6\theta-\left(\frac{5}{256}p^7+\cdots\cdots\right)\cos 8\theta+\cdots\cdots\Big\} \tag{4}$$

以 $a_2, a_4\cdots\cdots$ 代表上式中括弧內之無窮級數,則

$$a=-r\omega^2(\cos\theta+a_2\cos 2\theta+a_4\cos 4\theta+a_6\cos 6\theta$$

$$+a_8\cos 8\theta+\cdots\cdots) \tag{4A}$$

在實際之裝置,活塞不能通過軸心,故 ϕ 之値,必小於一。而在發動機中,為避免汽缸壁上之壓力過大計, p 常小於 0.3。今以 $p=0.3$ 代入於 a_6 及 a_8 之値,將見

$$a_6=\frac{9}{128}\times 0.3^5+\frac{45}{512}\times 0.3^7=.00019$$

$$a_8=-\frac{5}{256}\times 0.3^7+\cdots\cdots=-.000004$$

由此可見, a_n 之値,隨 n 之增大而迅速減小。在事實上, a_8 之値,僅達百萬分之四,與 $\cos\theta$ 之係數相較,誠屬微乎其微。故加速度之公式,雖為無窮級數,實際計算,則無須取過多之項也。

1-3. 力次之分析與向量表示　若將往復運動之質量,乘以上節之加速度,則得作用於往復運動部份之力,其値為

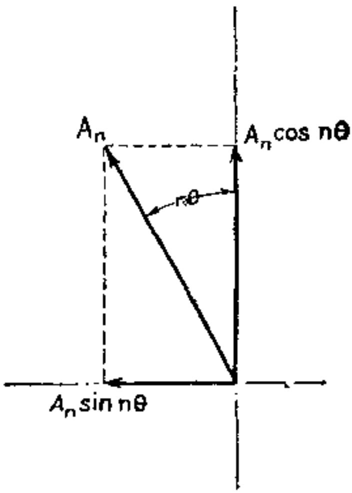
$$F=A_1\cos\theta+A_2\cos 2\theta+A_4\cos 4\theta+\cdots\cdots \tag{5}$$

式中 $A_1, A_2, A_4\cdots\cdots$ 之値,為質量與 $r\omega^2$ 及 a_2, a_4 等値之乘積。

由式可見,此往復部份之惰性力,可視為由若干簡諧力所組成。在各簡諧力中,次數愈高者,其係數愈小,為討論方便計,命

$$F_1=A_1\cos\theta,\ F_2=A_2\cos 2\theta,\ \cdots\cdots,\ F_n=A_n\cos n\theta.$$

而稱 F_1 爲一次力，F_2 爲二次力，F_n 爲 n 次力，則每一次力，均可視爲一旋轉向量在垂直方向之投影，如 1–2 圖。此向量之大小，等於 A_n，其迴轉之速度，n 倍於曲軸，且當曲軸角爲 0 時（活塞在上極點時），此向量之方向，亦與汽缸中心線重合。所需注意者，吾人僅討論此向量在汽缸中心線上之投影，而不計及其在其他方向之投影。因在原公式中，並無 $A_n\sin n\theta$ 之項也。



1–2

連桿之動作，實較活塞爲複雜。爲計算便利計，通常假定連桿之質量，係集中於曲柄銷與活塞銷二點。迴轉重量等於曲柄銷及曲柄之重量，加以連桿大端重量。往復重量，則等於活塞，活塞銷等重量，加以連桿小端之重量。

例：某發動機之曲柄長 2 吋，連桿長 7 吋，重 2.75 磅。連桿重心與曲柄銷中心之距離爲 2 吋，活塞重 0.8 磅，活塞銷重 0.15 磅，漲圈重 0.05 磅。求曲軸每分鐘 4000 轉時，汽缸內之往復惰性力最大爲若干。

解：往復重量 $=0.8+0.15+0.05+2.57\times\frac{2}{7}=1.79$ 磅

$$加速度=-\frac{2}{12}\times\left(\frac{4000\times 2\pi}{60}\right)^2(1+a_2+a_4+a_6+a_8)$$

$$=37400 \text{ 呎/秒}^2$$

$$惰性力=\frac{1.79}{32.2}\times 37400=2080 \text{ 磅}$$

1-4. 連桿之惰性力 連桿之運動，非若活塞及曲柄銷之簡單，其作用於發動機動之力及力矩，可以下列諸式表之：

$$M=-I\alpha=I\frac{d^2\phi}{dt^2}=\frac{W}{g}q^2l^2\frac{d^2\phi}{dt^2} \tag{6}$$

$$F_x=-\frac{W}{g}\bar{a}_x$$

$$F_y=-\frac{W}{g}\bar{a}_y$$

式中 M 為力矩，

ql 為環動半徑 (Radius of gyration)，

F_x 為沿汽缸中心線方向之力，

F_y 為垂直汽缸中心線方向之力，

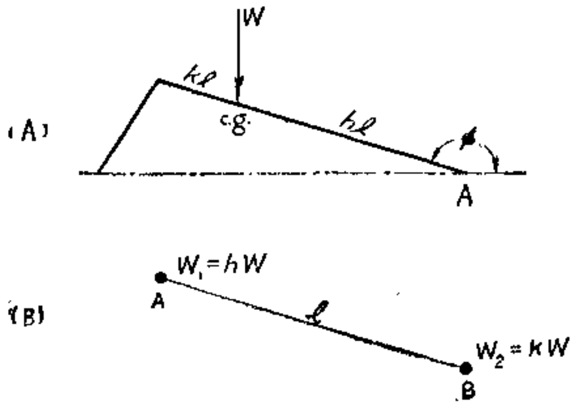
$\bar{a}_x$, $\bar{a}_y$ 為重心沿 x 及 y 方向之加速度，

W 為連桿重量，

l, ϕ, k 之值見 1-3 圖 A。

由式可見，若連桿之重量及其重心之位置不變，則 F_x 及 F_y 亦將不變。今苟以 1-3 圖 B 之桿代替 1-1 圖中之連桿，而令 h, k 及 W 之值均與 1-1 圖相等，且將 A 端裝於曲柄銷上，則此桿之重心位置，將與

原桿相同，而其作用於發動機之力及力矩則爲：



1-3

$$M' = \frac{W}{g} h\,k\,l^2 \frac{d^2\phi}{dt^2} \tag{7}$$

$$F'_x = -\frac{W}{g}\bar{a}_x$$

$$F'_y = -\frac{W}{g}\bar{a}_y$$

各符號之意義見前。

此理想桿與舊桿所發生之力，完全相同。而其力矩，則非相等。惟若想像發動機上所受之力矩，除理想桿之惰性力矩外，尚有一力偶 $M-M'$，則一切之力及力矩，均合於實際情況。此 $M-M'$ 之值，稱爲發動機內之剩餘力偶(Residual couple)。

理想桿之質量，既集中於 A，B 二點，則其質點之運動，純爲移動

(*B* 點)與轉動(*A* 點)。故在計算時,可無須顧及其重心之加速度,而直接由兩點之運動,求得其惰性力。換言之,吾人可視連桿在曲柄銷端之質量爲轉動質量,其在活塞銷端之質量,爲往復運動質量。而更有一剩餘力偶,存於其間。

若連桿已有,則其環動半徑之值,可由實驗方法用複擺(Compound pendulum) 公式求得。設將 1-3 圖之 *A* 端固定,而使其藉重力擺動,則其週期爲

$$T=2\pi\sqrt{\frac{W}{g}\left(\frac{q^2 l^2+h^2 l^2}{Whl}\right)}$$

由是 $$q^2=\frac{T^2gh}{4\pi^2 l}-h^2 \qquad (8)$$

剩餘力偶之值爲

$$\Delta M=M-M'=\frac{W}{g}(q^2-hk)\,l^2\frac{d^2\phi}{dt^2}。$$

令 $$\sin\phi=p\sin\theta$$

$$\phi=\sin^{-1}\phi\sin\theta=p\sin\theta+\frac{p^3\sin^3\theta}{6}+\frac{3p^5\sin^5\theta}{40}+\cdots\cdots$$

$$=p\sin\theta+\frac{1}{6}p^3\cdot\frac{1}{4}(3\sin\theta-\sin 3\theta)+\frac{3p^5}{40}\cdot\frac{1}{8}\Big(5\sin\theta$$

$$-\frac{5}{2}\sin 3\theta+\frac{\sin 5\theta}{2}+\cdots\cdots\Big)$$

$$=\left(p+\frac{1}{8}p^3+\frac{3}{64}p^5+\cdots\cdots\right)\sin\theta-\left(\frac{1}{24}p^3+\frac{3}{128}p^5+\cdots\cdots\right)$$

$$\sin 3\theta+\left(\frac{3}{640}p^5+\cdots\cdots\right)\sin 5\theta+\cdots\cdots \qquad (9)$$

$$\frac{d^2\phi}{dt^2}=-\left\{\left(p+\frac{1}{8}p^3+\frac{3}{64}p^5+\cdots\cdots\right)\sin\theta-\left(\frac{3}{8}p^3+\frac{27}{128}p^5+\cdots\cdots\right)\right.$$

$$\left.\sin 3\theta+\left(\frac{15}{128}p^5+\cdots\cdots\right)\sin 5\theta+\cdots\cdots\right\}\omega^2$$

$$\Delta M=\frac{W}{g}(hk-q^2)lr\,\omega^2\left\{\left(1+\frac{1}{8}p^2+\frac{3}{64}p^4+\cdots\cdots\right)\sin\theta\right.$$

$$-\left(\frac{3}{8}p^2+\frac{27}{128}p^4+\cdots\cdots\right)\sin 3\theta+\left(\frac{15}{128}p^4+\cdots\cdots\right)\sin 5\theta$$

$$\left.+\cdots\cdots\right\} \tag{10}$$

$hk-q^2$ 之值，一般而論，均爲正數。蓋根據轉動惰性之定義，當吾人假設全部之質量，集中於兩端時，各質點對重心之平均距離，均行增加。設非連桿兩端有過度之突出，則轉動惰性不見增加也。

例：求前題中之剩餘力偶，假定連桿質量之分佈，爲三角形的。

解：由三角形之分佈　可知：　$hk=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

又
$$q^2=\frac{\frac{bl^3}{36}}{\frac{bl^3}{2}}=\frac{1}{18}$$

故
$$hk-q^2=\frac{2}{9}-\frac{1}{18}=\frac{1}{6}$$

$$\text{最大剩餘力偶}=\frac{2.75}{32.2}\times\frac{1}{6}\times\frac{7\times 2}{144}\times\left(\frac{4000\times 2\pi}{60}\right)^2\{1.036\}$$

$$=253\text{ 呎一磅}$$

第二章　直線發動機之均衡

2-1. 單缸發動機　由前章所述，吾人已知在單汽缸發動機中，往復之惰性力，係由不同次之簡諧力組成，無由均衡。在用向量表示時，吾人僅取沿汽缸中心線方向之力，固可與簡諧力相等。然苟冀用一迴轉之配重，可抵銷此惰性力，則在與汽缸中心線垂直方向，又將發生一相同大小之簡諧力，故單缸發動機，不能用單一之配重以得均衡。在通常應用上，單缸發動機，多用於比較笨重或振動無大關係之處，為使振動力之影響較小計，吾人可在配重上，加以相當之重量，使其在汽缸中心線方向之力，恰為一次不平衡惰力之半。若是，則在此方向之不平衡力將為：

$$A_1 \cos\theta - \frac{A_1}{2}\cos\theta = \frac{A_1}{2}\cos\theta$$

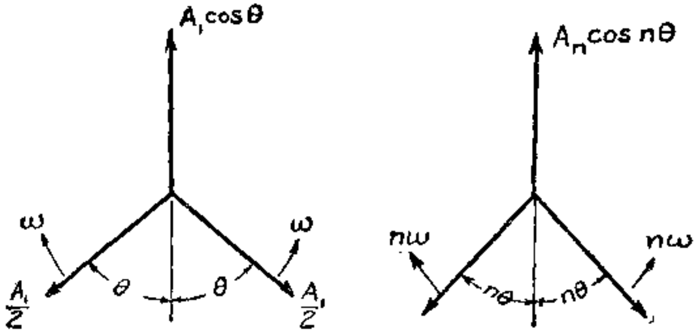
配重在與汽缸中心線垂直方向所生之平衡力為

$$-\frac{A_1}{2}\sin\theta。$$

此種裝置，可使第一次力之影響，減至一半，而降低其嚴重性。對於二次力，亦可採取相似辦法，惟二次力之迴轉速度，既為曲軸之二倍，則所用配重，須另加齒輪裝置，始克有效。

由一次力之不平衡部份觀之，兩垂直方向力相加，恰成為一大小為

$\frac{A_1}{2}$之旋轉力，其轉速與曲軸相同，而方向則相反。故苟用兩大小相同而旋轉方向相反之兩配重，裝於發動機軸上，則一次力之影響，可以完全免除。第二次力，亦可用相似方法平衡之，如第 2-1 圖。



2-1

前述之方法，在理論上，固可適用。在商業上，因所需機件之複雜，重量之增加，對於此種簡單之發動機，殊不經濟。故實際應用，除用爲實驗室之 CUE 發動機外，無採用者。

例：某單缸發動機之汽缸尺寸爲 $5'' \times 6''$，曲柄銷重一磅，連桿在曲柄中心之重量爲 3 磅，在活塞銷中心之重量爲 2 磅，各往復部份之重量爲 6 磅，設平衡重量之重心距機軸中心 3.5 吋，試求應有之平衡重量。

解：相當轉動重量$=1+3=4$ 磅

相當往復重量$=2+6=8$ 磅

平衡重量　$=\left(4+\frac{8}{2}\right)\times\frac{3}{35}=6.86$ 磅