

中等专业学校教材

工科专业通用

代 数

DAISHU

曹安礼 任 必編



人民教育出版社

中等专业学校教材
工科专业通用
代 数

曹安礼 任 必编

北京市书刊出版业营业许可登记证第2号
人民教育出版社出版(北京景山东街)

商务印书馆上海厂印装
新华书店上海发行所发行
各地新华书店经售

统一书号 K13020·1097 开本 787×1092 1/32 印张 11 8/16
字数 250,000 印数 70,001—110,000 定价(4) 0.80
1963年6月第1版 1963年10月第1次印刷

編写說明

本书是根据中华人民共和国教育部 1963 年中等专业学校工科专业通用的数学教学大綱(修正草案)的要求,在 1956 年中等专业学校工科专业使用的《代数》教材的基础上,参考了 1960 年的試用教材,并且吸取了几年来教学实践的經驗編成的。在編写中,注意了与初中代数的銜接,与中等专业学校的三角、立体几何和高等数学的相互联系,并且注意了加强基本概念的讲述和实际計算技能的訓練。

在內容方面,刪去了已下放初中讲授的冪与方根。二次方程及可化为二次方程的方程,本书是將它作为附录列于书后的,这是因为在某些地区,这一內容还未下放或未完全下放到初中,这样,这些地区的学校就可用它来作为正課內容。书中附加“*”或小字排印的內容,可供某些专业选用。

为了学生学习和教师选题的方便,把习题分成了复习問題、习题和总复习題三类,分插在各节、各章之后。其中复习問題可作为学生复习教材內容的参考,习题用于布置作业,总复习題是作为复习和提高綜合运算能力用的。

本书初稿曾于 1962 年印发北京、上海两市、江苏、广东、四川、辽宁等省有关学校征求意见,并請北京师范大学鍾善基先生进行审閱。华东师范大学徐春霖先生和上海机械学院居秉瑞先生也对本书提了不少意見。根据各方面的意見,由編者和王延馨、周桐孙等同志进行討論,作了必要的修改。

在这里，对所有参加审阅和提供意見的同志們的热忱帮助表示感謝。此外，蔣国松同志曾参加本书初稿的部分編写工作，在此一并致謝。

限于時間和編者的水平，缺点和錯誤在所难免，希望各地教师和讀者予以指正。

曹安礼、任 必

1963年1月

编写说明	11
第一章 最简单函数及其图象	1
I. 函数及其表示法	1
§ 1-1 常量与变量	1
§ 1-2 函数与自变量	2
§ 1-3 函数关系的三种基本表示法	7
§ 1-4 函数图象的作法	10
II. 正比例与反比例	14
§ 1-5 正比例及其图象	14
§ 1-6 反比例及其图象	18
III. 一次函数及其图象	24
§ 1-7 一次函数	24
§ 1-8 一次函数的图象	26
§ 1-9 一次函数的根	29
总复习题	33
第二章 近似计算	35
I. 近似数的概念	35
§ 2-1 引言	35
§ 2-2 数的化整	36
II. 近似数的准确度	38
§ 2-3 绝对误差及绝对误差界	38
§ 2-4 相对误差及相对误差界	42
§ 2-5 有效数字及可靠数字	44
III. 近似数的运算	50
§ 2-6 近似数的加法和减法	50
§ 2-7 近似数的乘法和除法	52

§ 2-8 近似数的乘方和开方	55
§ 2-9 近似数的混合运算	56
§ 2-10 预定准确度的计算	59
总复习题二	65
第三章 二次函数及其图象	68
§ 3-1 二次函数的概念	68
§ 3-2 函数 $y = ax^2$ 的图象和性质	69
§ 3-3 函数 $y = ax^2 + c$ 的图象	73
§ 3-4 函数 $y = a(x-m)^2$ 的图象	74
§ 3-5 函数 $y = a(x-m)^2 + n$ 的图象	77
§ 3-6 函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象	78
§ 3-7 一元二次方程的图象解法	83
§ 3-8 一元二次不等式	87
总复习题三	92
第四章 二元二次方程组	94
§ 4-1 二元二次方程组的概念	94
§ 4-2 二元二次方程组的代入解法	95
§ 4-3 二元二次方程组的特殊解法	100
§ 4-4 二元二次方程组的图象解法	102
§ 4-5 二元二次方程组的应用问题	105
总复习题四	110
第五章 数列	113
§ 5-1 数列的概念	113
§ 5-2 等差数列	116
§ 5-3 等比数列	123
总复习题五	130
第六章 幂的概念的推广 幂函数 指数函数	133
I. 整指数	133
§ 6-1 零指数幂	133
§ 6-2 负整指数幂	134
§ 6-3 零指数幂和负整指数幂的运算	136
II. 分指数	139

§ 6-4 分指数幂	139
§ 6-5 分指数幂的运算	141
III. 无理指数	144
§ 6-6 无理指数幂的概念	144
IV. 幂函数	147
§ 6-7 幂函数及其图象	147
V. 指数函数	151
§ 6-8 指数函数及其图象	151
§ 6-9 指数函数的性质	153
总复习题六	156
第七章 对数	159
I. 反函数	159
§ 7-1 反函数的概念	159
§ 7-2 正函数与反函数图象间的关系	163
II. 对数的概念及一般性质	165
§ 7-3 对数的概念	165
§ 7-4 对数函数及其图象和性质	168
§ 7-5 积、商、幂的对数	173
§ 7-6 单项式取对数法	175
III. 常用对数	178
§ 7-7 常用对数的性质	178
§ 7-8 对数表(对数尾数表)	182
§ 7-9 反对数表(真数表)	183
* § 7-10 直线条插法在对数上的应用	185
§ 7-11 首数是负数的对数的四则运算	188
§ 7-12 应用对数作计算的例子	190
§ 7-13 对数的换底	196
* § 7-14 指数方程和对数方程	199
总复习题七	204
第八章 计算尺	207
§ 8-1 计算尺的部件和尺标	207
§ 8-2 基本尺标	208

§ 8-3 C 尺及 D 尺上的刻度	210
§ 8-4 在 C 尺及 D 尺上的定数法和读数法	210
§ 8-5 利用 C 尺和 D 尺作乘法	212
§ 8-6 利用 C 尺和 D 尺作除法	215
§ 8-7 CI 尺及其用法	220
§ 8-8 数的位数定位法	222
§ 8-9 A, B 尺的刻度及其用法	227
§ 8-10 K 尺的刻度及其用法	233
§ 8-11 混合运算	235
§ 8-12 S 尺的刻度及其用法	238
§ 8-13 T 尺的刻度及其用法	239
* § 8-14 ST 尺的刻度及其用法	242
* § 8-15 应用计算尺计算的一些特殊例子	244
* § 8-16 重对数尺 $LL1, LL2, LL3$ 的刻度及其用法	250
* § 8-17 轻重对数尺 $LLO, LLOO$ 的刻度及其用法	257
总复习题八	263
第九章 复数	265
§ 9-1 复数的概念	265
§ 9-2 复数的几何表示法	268
* § 9-3 复数的加法和减法	273
* § 9-4 复数的三角形形式	274
* § 9-5 复数的乘法	279
* § 9-6 复数的除法	281
* § 9-7 复数的乘方	283
* § 9-8 复数的开方	284
* § 9-9 复数的指数形式及其运算	290
总复习题九	295
*第十章 排列 组合 二项式定理	298
I. 排列、组合	298
§ 10-1 排列	298
§ 10-2 排列种数的计算公式	299
§ 10-3 组合	304
§ 10-4 组合种数的计算公式	305

II. 二项式定理.....	311
§ 10-5 二项式定理.....	311
§ 10-6 二项式定理的性质.....	314
总复习题十.....	317
附录 一元二次方程.....	319
I. 一元二次方程的概念和解法.....	319
§ 1 一元二次方程的概念.....	319
§ 2 不完全二次方程的解法.....	320
§ 3 用配方法解一元二次方程.....	322
§ 4 一元二次方程根的一般公式.....	326
II. 一元二次方程的研究与应用问题.....	330
§ 5 一元二次方程根的判别.....	330
§ 6 一元二次方程根与系数的关系.....	332
§ 7 二次三项式的根与因式分解.....	334
§ 8 一元二次方程的应用问题.....	339
III. 可化为二次方程的方程.....	343
§ 9 左端可以分解为因式, 右端等于零的方程.....	343
§ 10 双二次方程.....	345
§ 11 可用二次方程来解的分式方程.....	348
§ 12 无理方程.....	354
总复习题.....	358

第一章 最簡單函数及其图象

1. 函数及其表示法

§ 1-1 常量与变量

在日常生活和生产实际中,我們經常要遇到各种量,如长度、体积、時間、速度、溫度、压力等等。这些量都可以用取定的同类量作为度量单位来测定它們的大小,并且用抽象的数来表示量得的结果。

当我們在某一个給定的問題中研究量的数值时,可以看到有些量常常保持着同一的数值,即它們是不变的量;另外一些量可以取不同数值,即它們是变动的量。

例 1. 某种铅笔,每枝定价 5 分。这时售出的枝数及总錢数是变动的量;而单价是不变的量。

例 2. 設火車平均以 45 公里/小时的速度行駛。这时火車行駛的時間和路程是变动的量;而速度是不变的量。

例 3. 設三角形 ABC 的底边 AB 是固定的,頂点 C 在平行于底边 AB 的直綫 L 上移动(图 1-1),可以看出这时三角形的两个側边的长与每一个內角都是变动的量;但它們的高、面积以及內角和是不变的量。

从上面所說的不变的量和变动的量的具体例子,我們給出下面的关于常量和变量的一般定义:

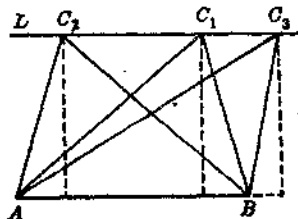


图 1-1

凡在問題所指定的條件下，保持同一數值的量叫常量，可以取各種不同數值的量叫變量。

因此上面所舉的各例中：鉛筆的單價、火車的速度、三角形的高、面積與內角和等都是常量；而鉛筆的枝數、總錢數、火車行駛的時間、路程、三角形側邊的長與每一個內角都是變量。

必須注意，一個量究竟是常量還是變量，一般地說要取決於問題所給定的條件；同一個量在某種條件下是常量，而在別種條件下可能是變量。例如，在三角形 ABC 的底邊 AB 固定的前提下，如果頂點 C 不在平行於 AB 的直線 L 上移動，而在以 AB 為直徑的半圓周上移動（圖 1-2），那末這時三角形的

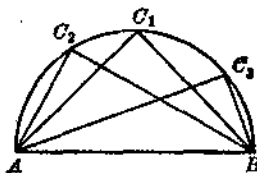


圖 1-2

高和面積都不是常量而是變量，頂角 C 的角度却反而是常量了。

變量雖然可以取各種不同的數值，但根據所研究的問題的條件，一般地有着一定的變化範圍，並不是漫無限制的。例如：所買鉛筆的枝數，只能取大於零的整數；火車行駛的時間，只能取零和正數；凸多邊形的內角和等於 $2d(n-2)$ ，其中邊數 n 只能取等於或大於 3 的自然數。在這三個例子中如果不是像所說的那樣，問題就沒有意義了。

對於變量所能取的值，我們給出下面的定義：

在所研究問題的具体條件下，變量所可能取的一切數值（即能使變量有意義的值），叫做這個變量的可能取的值。

§ 1-2 函數與自變量

1. 函數與自變量的定義

一个变量的变化并不是孤立的，往往是和另外一些变量的变化相互联系着的。在实际应用中，我們首先要研究一个变量的变化怎样引起另一个变量的变化。现在看下面的几个例子。

例 1. 設某种铅笔每枝定价为 5 分。这时售出的枝数 x 的变化和总錢数 y 的变化是相互联系着的。对于枝数 x 的每一个可能取的值，錢数 y 就有一个确定的值和它对应，譬如：

$$x=1, 2, 3, 5, 10, 12, \dots(\text{枝}),$$

$$y=5, 10, 15, 25, 50, 60, \dots(\text{分}).$$

显然，变量 x 和 y 之間有下面的相依关系：

$$y=5x.$$

例 2. 設火車平均以 45 公里/小时的速度行駛，显然它走的时间 t 愈多，所經過的路程 s 就愈长，并且对于时间 t 的每一个可能取的值，路程 s 就有一个确定的值和它对应，譬如：

$$t=0, 1, 2, 3, 3.5, 4, 10, 20, 30, 40, \dots(\text{小时}),$$

$$s=0, 45, 90, 135, 157.5, 180, 450, 900, 1350, 1800, \dots(\text{公里}).$$

显然变量 t 和 s 之間有下面的相依关系：

$$s=45t.$$

例 3. 长 12 厘米的彈簧，負荷量每增加 1 公斤，就拉长 2 厘米，那末在彈簧所能承受的負荷範圍內，每給定一个負荷量 P 的值，彈簧就有一个确定的长度 l 的值和它对应，譬如：

$$P=0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots(\text{公斤}),$$

$$l=12, 14, 16, 18, 20, 22 \dots(\text{厘米}).$$

可以看出，变量 P 和 l 之間有下面的相依关系：

$$l = 12 + 2P.$$

上面這些例子都說明兩個變量之間是有一定的相依關係：當對一個變量給予一定的數值時，另外一個變量就有一個確定的值和它對應。對於變量間的這種相依關係，我們給出下面的定義：

如果對於變量 x 的每一個可能取的值，變量 y 都有一個確定的值和它對應，那末變量 y 就叫做變量 x 的函數。變量 x 叫自變量。 x 與 y 之間的相依關係叫做函數關係。

對於前面所舉的各例，我們就可以說：買鉛筆的總錢數 y 是枝數 x 的函數；火車在行駛中，路程 s 是時間 t 的函數；彈簧的總長度 l 是負荷量 P 的函數。

例 4. 圓面積 A 的大小和它的半徑 r 有關，並可用公式 $A = \pi r^2$ 表示。顯然只要給出半徑 r 的任意一個正值，那末面積 A 就有一個確定的值和它對應。所以面積 A 是半徑 r 的函數。

應當注意：在函數關係中，哪個變量是自變量，哪個變量是自變量的函數，要根據所給問題的具體條件來決定。

譬如：由例 4 可知給定圓半徑的每一個值，圓面積就有一個確定值和它對應，所以圓半徑是自變量，圓面積是半徑的函數。反之，如果給定圓面積的每一個值，圓半徑就有一個確定值和它對應，所以圓面積是自變量，圓半徑是圓面積的函數。

2. 函數的定義域

我們已經知道變量在變化過程中，它的可能取的值一般地是有着一定範圍的，如果超出這個範圍，就會使研究的問題失去意義。在函數關係中，自變量的每一個可能取的值，不但

要使自变量本身有意义，同时还要使对应的函数也有意义。所以在研究函数关系时，首先要考虑自变量可能取的值的范围。

例如：在例 1 中，铅笔枝数 x 只能取大于零的整数；也就是说，只有当自变量 x 在大于零的整数范围内变化时，问题才有实际意义。又如：在例 2 中，假设火车是在 1800 公里路程内行驶，那末时间 t 只能在 0 到 40 小时这个时间间隔内变化；也就是说，只有当自变量 t 在 0 到 40 之间变化时，函数 s 的相应数值在 0 到 1800 之间，这时问题才有实际意义。再如：在例 3 中，假设弹簧所能承受的负荷是 30 公斤重，如果负荷量 P 超出这个范围，弹簧就有损坏的可能。这就是说，自变量 P 只能取 0 到 30 之间，包括 0 和 30 在内的任意值。

在函数关系中对于自变量可能取的值，也可简称可取值，我们给出下面的定义：

自变量可能取的值的全体叫做函数的定义域。

例如：在例 1 中，函数的定义域为一切正整数；在例 2 中则为 $0 \leq t \leq 40$ ；在例 3 中则为 $0 \leq P \leq 30$ 。

由此可知一个函数的定义域要根据所给问题的具体条件来确定。

又如：设有函数 $y = x^2$ ，当 x 取任何实数时， y 都有确定的对应值，因此函数的定义域为一切实数。但若函数 $y = x^2$ 中的 x 表示一个正方形的边长， y 表示正方形的面积，那末函数的定义域就只能是一切正数了。

又如：设有函数 $y = \frac{12}{x}$ ，当 x 取一切正数或负数，即不为

零時， y 都有確定的對應值，因此函數的定義域為一切正數或負數。但若函數 $y = \frac{12}{x}$ 中的 x 和 y 分別表示一個矩形的長和寬時，那末函數的定義域就只能是一切正數了。

3. 函數的記號

通常“ y 是 x 的函數”，我們用記號

$$y = f(x)$$

來表示。在這個記號中，括弧里的 x 表示自變量， f 不是一個量，而 $f(\quad)$ 也只是一種記號，表示變量 y 與 x 之間的某一種函數關係，不能將它理解為 f 與 x 的乘積。有時我們也用記號 $y = F(x)$, $y = \varphi(x)$ 等來表示“ y 是 x 的函數”。前面所舉三例中的函數關係：

$$y = 5x, \quad s = 45t, \quad l = 12 + 2P,$$

可分別記為：

$$y = f(x), \quad s = F(t), \quad l = \varphi(P).$$

現在我們再來介紹函數值的記號。

設 $y = f(x)$ 表示函數 $y = 2x - 3$,

在 $x = 1$ 時，對應的函數值是 $y = 2 \times 1 - 3 = -1$ ，我們用記號 $f(1)$ 表示這個函數值，也就是

$$f(1) = 2 \times 1 - 3 = -1.$$

同樣，以 $f(2)$ 表示在 $x = 2$ 時函數的對應值，也就是

$$f(2) = 2 \times 2 - 3 = 1.$$

一般地，在函數 $y = f(x)$ 里，當自變量 $x = a$ 時，函數 y 的對應值，就用記號 $f(a)$ 表示。

例 1. 設 $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ ，求 $f(2)$, $f(0)$ 和 $f(-\frac{1}{2})$ 。

$$\text{解: } f(2) = 3 \times 2^2 + 2 \times 2 - 1 = 15;$$

$$f(0) = 3 \times 0^2 + 2 \times 0 - 1 = -1;$$

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{1}{2}\right) &= 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = \\ &= -\frac{5}{4} = -1\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

例 2. 設 $F(x) = 3x^4 - x^2 + 1$, 求证

$$F(-a) = F(a).$$

证明: $\because F(a) = 3a^4 - a^2 + 1,$

$$F(-a) = 3(-a)^4 - (-a)^2 + 1 = 3a^4 - a^2 + 1,$$

$$\therefore F(-a) = F(a).$$

§ 1-3 函数关系的三种基本表示法

根据函数的定义, 我們知道两个变量之間所构成的函数关系是依据函数的定义域和这两个变量之間所具有的某种对应規律而确定的。現在我們再来研究函数关系的表示方法。通常两个变量間的函数关系, 可以用下面三种基本方法来表示:

(1) 解析法 在上一节里, 我們曾用

$$y = 5x, \quad s = 45t, \quad l = 12 + 2P$$

等数学式子来表示变量之間的函数关系。像这样用数学式子来表示变量間函数关系的方法叫做解析法。这些数学式子叫做函数的解析式。

又如, 我們已熟悉的公式

$$\text{匀速的路程公式: } s = vt,$$

$$\text{圆面积公式: } A = \pi r^2,$$

关于电流的安培定律: $I = \frac{E}{R}$

等, 都是表示变量间函数关系的解析式。

用解析法表示的优点是简单明了, 就是由解析式能够清楚地看出两个变量之间的全部相依关系; 并且可以知道当给定自变量的一个数值时, 要经过怎样的运算才能得到函数的对应值。正因为这样, 所以在科学研究上经常采用。但是这种方法也有它的缺点, 就是在求函数值时, 有时要作较复杂的计算, 而且有的函数不可能用解析式来表示。

(2) 列表法 研究各种现象中变量之间的关系时, 有时是把它们之间的对应值列成表格。譬如我们在物理实验中, 测定弹簧长度与其负荷量之间的关系时, 把测得的结果列成下表:

负 荷 量 P (公斤)	0	1	2	3	4	5	6
弹 簧 长 l (厘米)	12	14	16	18	20	22	24

表中第一行列出自变量(负荷量)的值, 第二行列出函数(弹簧长度)的对应值。这样就能清楚地看出负荷量与弹簧长度之间的函数关系。

像这样用表格来表示函数关系的方法叫做列表法。

用列表法表示两个变量间函数关系的优点是对于表中自变量的每一个值, 可以不通过计算, 就能直接找到对应的函数值; 缺点是表中不可能把所有的自变量值与函数对应值一一列出。

列表法在科学和技术上用处很大, 如四位数学用表中的平方数表、立方数表、平方根表和立方根表等都是用这种方法