文都教育考研精品系列

2005

考研数学高分突破客观题1500道精析

主　编：蔡子华

副主编：韩於羹　曾祥金　童　武

现代出版社

文都教育

2005年考研数学高分突破
客观题1500道精析

主　编：蔡子华
副主编：韩於羹　曾祥金　童武
策　划：文都考研信息中心

现 代 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

考研数学高分突破客观题1500道精析/蔡子华编. 一北京：现代出版社，2004.2

(学习战略丛书)

ISBN 7-80188-215-6

Ⅰ. 考… Ⅱ. 蔡… Ⅲ. 高等数学-研究生-入学考试-解题 Ⅳ. 013—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 008108 号

编　　者：蔡子华

责任编辑：刘宝明

出版发行：现代出版社

地　　址：北京市安定门外华安里 504 号

邮政编码：100011

电　　话：010—64267325　64240483(传真)

电子邮箱：xiandai@cnpitc. com. cn

印　　刷：北京长阳汇文印刷厂

开　　本：787×1092 毫米 1/16

印　　张：23.5

版　　本：2004 年 2 月第 1 版　　2004 年 2 月第 1 次印刷

印　　数：1—6000 册

书　　号：ISBN 7-80188-215-6

定　　价：30.00 元

考研数学精品名师简介

蔡子华

全国著名考研数学辅导专家，连续五年担任研究生入学考试数学阅卷组组长。蔡老师从事考研辅导工作十几年，熟悉考生的弱点和考试的难点，深谙命题规律和重点，授课针对性极强，效果卓著。同时蔡子华老师更以能全程讲授微积分、线代、概率并能融会贯通和押题精准而闻名。

韩於羹

北京航空航天大学数学系教授，具有多年考研辅导经验。“从来不需要想起，永远也不会忘记”，是韩老师的经典名句，他诙谐幽默却又不失生动技巧的讲课方式使你对数学的兴趣猛增，从更深，更广泛的层面去理解数学，掌握数学，从而顺利渡过考研难关。

曾祥金

著名考研辅导专家，数学系博士生导师，长期参与研究生考试的命题研究、辅导及阅卷工作。全国经济博弈论专业委员会常务理事，主持或参与了多项国家级科学研究基金资助项目以及多项教学研究项目，并有多项成果获奖励。

童　武

著名考研辅导专家，首都师范大学教授、北京大学客座教授。以全程讲解微积分、线性代数、概率论与数理统计而著称考研数学界。其从事考研辅导数十年。足迹遍及华夏，桃李广布九州，授课上一直倡导“在课堂上解决问题”，其解题方法独特，记忆方法更是令人叫绝，受到广大学员的一致好评。

前　言

客观题(填空题与选择题)在研究生入学考试数学试卷中占有近40%的比例,而且求解客观题应用概念广泛、严密,几乎覆盖数学考研大纲规定的所有范围和知识考点,另外,客观题解题技巧独特,使不少考生感到棘手.事实上,每年考生在解答客观题花费的时间并不少,而得分率却不高.

在考研辅导班上不少同学建议能否编写一本关于如何快速有效准确求解客观题的辅导用书,以帮助考生正确理解概念,掌握正确的解题思路、方法与技巧.

本书就是针对上述情况,专门为2005年报考硕士研究生的考生编写,精选1500道考研数学客观题并附有详尽的解析过程,适合数学一至数学四4个卷种,内容包括高等数学(微积分)、线性代数、概率论与数理统计,希望对考生有较大的帮助.

作为多年从事考研数学辅导和参与阅卷工作的老师,我们深知在考研数学复习中,一定量的习题训练是必不可少的,我们可以负责任地讲,如果要想在考研数学中取得高分,多做题是必不可少的一个环节.当然我们不提倡搞题海战术,所以我们编写的1500道客观题是精选而成,重视三基(基本概念、基本原理与基本解题方法)的训练,难度与真题相当.

硕士研究生入学考试作为一种具有选拔性质的水平考试,除了考察考生的基本功和知识面外,考生其他的能力也很重要,如发现问题、分析问题与解决问题的能力,这些能力的培养与训练并不是一朝一夕完成的,"冰冻三尺非一日之寒",希望同学们在使用本书的过程中,最好自己先动动手,做一做,想一想,不要急于看后面的答案.这一步很重要.

答案详尽、重视解析过程是本书的特色之一。因此,题目后面的答案重在分析,对不同题型、知识点、解题思路与方法、答题技巧都有不同程度的揭示与评析,希望同学们在对照的时候,仔细揣摩其中的点点滴滴、快慢得失.

需要提醒注意的是,在考研数学复习的过程中,眼高手低是考生普遍的问题.因此,同学们在复习的过程中,多动手,勤动手、早动手,在实战中培养并提高自己发现问题、分析问题和解决问题的能力,逐步提高自己的数学素养,从而避免"会而不熟、熟而不精"的尴尬境地.

在本书的编写过程中,文都考研信息中心全体同志做了大量有益的工作,在此一并表示感谢.由于时间仓促,错误和疏漏之处难免,恳请广大读者、数学同仁批评指正.

编者

2004年2月

目　录

绪　论

硕士研究生入学统一考试客观题分为两类:填空题和单项选择题.填空题主要考察考生掌握基本概念的程度和对基本计算题的解题能力、运算速度及技巧,故主要用观察法和计算法来求解.

例 1　(2000403)已知四阶矩阵 A 相似于 B,A 的特征值为 2,3,4,5,E 为四阶单位矩阵,则 $\det(B-E)=$ __________.

本题主要考察了知识点:

(1) 相似矩阵有相同的特征值.

(2) λ 是 B 的特征值,则 $\lambda-1$ 为 $B-E$ 的特征值.

(3) 矩阵的行列式等于特征值的乘积.

故此题是一个概念型的题,用观察法即可求解.

解　因为 A 相似于 B,所以 B 的特征值为 2,3,4,5,则 $B-E$ 的特征值为 1,2,3,4,所以 $\det(B-E)=1\times2\times3\times4=24$.

例 2　(2001203)$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^3+\sin^2 x)\cos^2 x\,dx=$ __________.

本题主要考察的知识点:

(1) 奇偶函数在关于原点对称的区间上的定积分的求法.

(2) 定积分的换元积分法.

故此题基本上是一个计算型的填空题,应用计算法求解.

解　$$\text{原式}=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}x^3\cos^2 x\,dx+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\cos^2 x\,dx=0+2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{4}\sin^2 2x\,dx$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1-\cos4x}{2}dx=\frac{1}{4}\left[x-\frac{1}{4}\sin4x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{8}$$

对类似的计算型填空题,寻求快速解法是良策,如:

例 3:　(2004102)已知 $f'(e^x)=xe^{-x}$ 且 $f(1)=0$,则 $f(x)=$ ________.

本题的快速解法: $f'(e^x)=\ln e^x e^{-x}\Rightarrow f'(t)=\frac{1}{t}\ln t\Rightarrow f(t)=\frac{1}{2}\ln^2 t+c$

代入 $f(1)=0$ 得 $c=0\Rightarrow f(t)=\frac{1}{2}\ln^2 t$

选择题主要考察考生掌握基本概念、定理、重要公式等的程度,可用观察法、排除法、推演法、赋值法与图示法来求解.

例 4　(2001103)将一枚硬币重复掷 n 次,以 X 和 Y 分别表示正面朝上和反面朝上的次数,则 X 和 Y 的相关系数为(　　)

A. -1　　B. 0　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

解　本题完全是一个概念题，用观察法求解．因为 $Y = n - X$，即它们存在线性关系，由 $Y = aX + b$ 中的 $a = -1 < 0$，故它们负相关，相关系数为 -1．

例 5　(1998203) 设数列 x_n 与 y_n 满足 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$，则下列断言正确的是(　　)

A. 若 x_n 发散，则 y_n 必发散　　B. 若 x_n 无界，则 y_n 必有界

C. 若 x_n 有界，则 y_n 必无穷小　　D. 若 $\dfrac{1}{x_n}$ 为无穷小，则 y_n 必为无穷小

解　用排除法．设 $y_n = 0$，$x_n = n$，排除 A；

设 $x_n = \begin{cases} 2k & n = 2k \\ 0 & n = 2k-1 \end{cases}$，$y_n = \begin{cases} 0 & n = 2k \\ 2k-1 & n = 2k-1 \end{cases}$　排除 B；

设 $x_n = \dfrac{1}{n}$，$y_n = 1 + \dfrac{1}{n}$，排除 C，故 D 正确．

例 6　(1999203) 记行列式 $\begin{vmatrix} x-2 & x-1 & x-2 & x-3 \\ 2x-2 & 2x-1 & 2x-2 & 2x-3 \\ 3x-3 & 3x-2 & 4x-5 & 3x-5 \\ 4x & 4x-3 & 5x-7 & 4x-3 \end{vmatrix}$

为 $f(x)$，则方程 $f(x) = 0$ 的根的个数为(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

解　计算行列式得 $f(x) = 5x(x-1)$，故 B 正确．

例 7　(1991303) 若曲线 $y = x^2 + ax + b$ 和 $2y = -1 + xy^3$ 在点 $(1, -1)$ 处相切，其中 a、b 是常数，则(　　)

A. $a = 0,\ b = -2$　　B. $a = 1,\ b = -3$

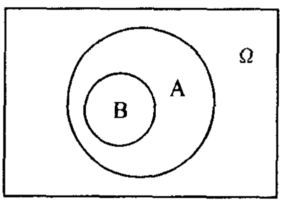
C. $a = -3,\ b = 1$　　D. $a = -1,\ b = -1$

解　将 $a = -1,\ b = -1$ 代入得 $y = x^2 - x - 1$，由 $y' = 2x - 1 \Rightarrow y'(1) = 1$．对 $2y = -1 + xy^3$ 两边求导得 $2y' = y^3 + 3xy^2y'$，将 $x = 1, y = -1$ 代入得 $y'(1) = 1$，知 D 正确．此题所用方法为赋值法，当选择题为确定待定常数时用此法较好．

例 8　(1990403) 设 A、B 为两随机事件，且 $B \subset A$，则下列式子正确的是(　　)

A. $P(A+B) = P(A)$　　B. $P(AB) = P(A)$

C. $P(B \mid A) = P(B)$　　D. $P(B-A) = P(B) - P(A)$



解　画出文氏图为

则从图中可以看出，$A + B = A$，所以 $P(A+B) = P(A)$．图示法多用来求解概率类的已知事件之间的关系求概率的题目．

第一部分

客观题集

第一篇　高等数学

一、函数与极限

(一) 填空题

1. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,4]$，则函数 $\psi(x)=f(x+1)+f(x-1)$ 的定义域为 ________.

2. 设 $f(x)=e^x$，$f[g(x)]=1-x^2$，则 $g(x)=$ ________.

3. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln[1+f(x)]}{x^2}=2$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=$ ________.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^4\sin\dfrac{1}{x}+e^x-e^{-x}-2x}{\sin^3 x}=$ ________.

5. 设 $f(x)=\left(\dfrac{x-1}{1+x}\right)^x$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x+1)=$ ________.

6. 已知 $f(x)=\begin{cases}1+x, & x<2\\ 0, & x=2\\ x-1, & x>2\end{cases}$，$g(x)=e^x+1$，$\lim\limits_{x\to 0}f[g(x)]=$ ________.

7. $\lim\limits_{x\to+\infty}\arctan(x-\cos x\ln x)=$ ________.

8. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{2x}-x-1}{3x}, & x>0\\ \dfrac{\int_0^x \sin t^2\,dt}{x^3}, & x<0\end{cases}$ 则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$ ________.

9. 设 $f(x)=b\int_0^{\tan x}\sin^a t\,dt$，$g(x)=x^5+x^4$，当 $x\to 0$ 时，$f(x)\sim g(x)$，则 $a=$ ________，$b=$ ________.

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin[\sin(\sin x)]}{\tan x}=$ ________.

11. 函数 $f(x)=\dfrac{e^x-b}{(x-a)(x-1)}$ 有无穷型间断点 $x=0$，有可去间断点 $x=1$，则 $a=$ ________，$b=$ ________.

12. 若 λ、k 均为常数，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}\left(\dfrac{\lambda}{n}\right)^k\left(1-\dfrac{\lambda}{n}\right)^{n-k}=$ ________.

13. 若 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的偶函数，且图形关于 $x=2$ 对称，则 $f(x)$ 一定是周期函数，其周期 $T=$ ________.

14. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+x^n+\left(\dfrac{x^2}{2}\right)^n}\ (x\geqslant 0)$，则 $f(x)=$ ________.

15. $\lim\limits_{n\to\infty}\tan^n\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{2}{n}\right)=$ ________.

16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{ax-\sin x}\displaystyle\int_0^x\dfrac{t^2}{\sqrt{b+t}}\mathrm{d}t=1$，则 $a=$ ________，$b=$ ________.

17. $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln^2 x\ln\left(1+\dfrac{x}{\ln x}\right)=$ ___0___.

18. $\lim\limits_{N\to\infty}\displaystyle\sum_{n=1}^{N}\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+n}=$ ________.

19. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{x\cos x}}{x\ln(1+x^2)}=$ ________.

20. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-1}{x+2}\sin\dfrac{1}{x^2}\cdot\cos x=$ ___0___.

21. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x\tan x}\right)=$ ________.

22. $\lim\limits_{x\to 0}\left[1+x+\dfrac{f(x)}{x}\right]^{\frac{1}{x}}=e^3$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\left[1+\dfrac{f(x)}{x^2}\right]=$ ________.

23. $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & 0\leqslant x<4\\ x, & 4<x\leqslant 6\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}x^2, & 0\leqslant x<2\\ 2+x, & 2<x\leqslant 4\end{cases}$，则 $f[g(x)]=$ ________.

24. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\sin x+x^2\cos\dfrac{1}{x}}{(1+\cos x)\ln(1+x)}=$ ________.

25. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\left[\sqrt{1+\cos\dfrac{\pi}{n}}+\sqrt{1+\cos\dfrac{2\pi}{n}}+\cdots+\sqrt{1+\cos\dfrac{n\pi}{n}}\right]=$ ________.

26. 若常数 $a\neq\dfrac{1}{2}$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left[\dfrac{n-2na+1}{n(1-2a)}\right]^n=$ ________.

27. 已知 $f(x)=\sin x$，$f[\varphi(x)]=1-x^2$，则 $\varphi(x)=$ ________，$\varphi(x)$ 的定义域为 ________.

28. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+5}{5x+3}\sin\dfrac{2}{x}=$ ________.

29. 若 $f(x)=\begin{cases}(\sin 2x+e^{2ax}-1)/x & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，则 $a=$ ___2___.

30. 已知$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n}{a(\sqrt{n})^3+bn+c}=2$，则 $a=$ ________，$b=$ ________.

31. $\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^1\dfrac{x^n}{1+x^2}\mathrm{d}x=$ ________.

32. 若 $x\to 0$ 时，$[(1-ax^2)^{1/4}-1]$与 $x\sin x$ 是等价无穷小，则 $a=$ ________.

33. $\lim\limits_{x\to 0}[1+\ln(1+x)]^{2/x}=$ ________.

（二）选择题

1. 设在区间$(-\infty,+\infty)$内函数 $f(x)>0$，且当 k 为大于 0 的常数时有

$f(x+k)=\dfrac{1}{f(x)}$，则在区间$(-\infty,+\infty)$内函数 $f(x)$ 是（　　）

A. 奇函数　　B. 偶函数　　C. 周期函数　　D. 单调函数

2. $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{t}{\sqrt{1-\cos t}}=$（　　）

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 不存在

3. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}\cos\dfrac{1}{x}$，在 $x=0$ 点的任何邻域内都是（　　）

A. 有界的　　B. 无界的　　C. 单调增加的　　D. 单调减少的

4. 若 $f(x)=\begin{cases}\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{x+e^{tx}}{1+e^{tx}}, & x\leqslant 0\\ \lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^x-n^{-x}}{n^x+n^{-x}}, & x>0\end{cases}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（　　）

A. 连续点　　B. 无穷型间断点　　C. 跳跃间断点　　D. 可去间断点

5. 已知 $\lim\limits_{x\to+\infty}(5x-\sqrt{ax^2+bx+c})=2$，则必有（　　）

A. $a=25,\ b=-20$　　B. $a=b=25$

C. $a=-25,\ b=0$　　D. $a=1, b=2$

6. 已知$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$且在 x_0 点的某个邻域内 $|g(x)|\geqslant M$（M 为大于 0 的常数），则当 $x\to x_0$ 时，$f(x)g(x)$ 为（　　）

A. 一定是无穷大　　B. 一定是无穷小

C. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\cdot g(x)$ 存在　　D. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\cdot g(x)$ 不存在但不是无穷大

7. 若$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\ln[3+\frac{f(x)}{x^2}]}{x^a}=a$（其中 a 为大于 0 的常数），则必有（　　）

A. $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$ 存在且不为 0　　B. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x^a}$ 存在且不为 0

C. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x^2}$ 存在且不为 0　　D. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x^{2+a}}$ 存在且不为 0

8. 设 $x \to x_0$ 时，$\alpha(x),\beta(x),\gamma(x)$ 都是无穷小，且 $\alpha(x)=o[\beta(x)],\beta(x)\sim\gamma(x)$，则 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)+\beta(x)}{\gamma(x)}=(\quad)$

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. ∞

9. 设 $f(x+1)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+x}{n-2}\right)^n$，则 $f(x)=(\quad)$

A. e^{x-1}　　B. e^{x+2}　　C. e^{x+1}　　D. e^{-x}

10. 设 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{\int_0^x tf(t)\mathrm{d}t}{x^2}, & x\neq 0\\ C, & x=0\end{cases}$ 是连续函数，其中 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，$f(0)=0$，则 $C=(\quad)$

A. 0　　B. 1　　C. 不存在　　D. -1

11. 若 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-x-2}=2$，则必有（　）

A. $a=2,b=8$　　B. $a=2,b=5$

C. $a=0,b=-8$　　D. $a=2,b=-8$

12. $f(x)=\int_0^{\sin x}\tan t^2\mathrm{d}t,g(x)=x-\sin x$，则当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 $g(x)$ 的（　）

A. 高阶无穷小　　B. 低阶无穷小

C. 同阶非等价无穷小　　D. 等价无穷小

13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{(\arctan x)^2\tan x}=(\quad)$

A. 0　　B. 1　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $-\dfrac{1}{2}$

14. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[1+\dfrac{(-1)^n}{n}\right]^{1/\sin\sqrt{1+n^2}\pi}=(\quad)$

A. e^{π}　　B. $e^{\frac{1}{\pi}}$　　C. 1　　D. $e^{\frac{2}{\pi}}$

15. 设 $0<x_n<1,n=1,2,\cdots$，且有 $x_{n+1}=-x_n^2+2x_n$，则（　）

A. $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\infty$　　B. $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 不存在

C. $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=1$　　D. $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=2$

16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x+xf(x)}{x^3}=0$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6+f(x)}{x^2}=(\quad)$

A. 0　　B. 6　　C. 36　　D. ∞

17. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a\tan x+b(1-\cos x)}{c\ln(1-2x)+k(1-e^{-x^2})}=2$，其中 $a^2+c^2\neq 0$，则（　）

A. a、c 任意，$b=4k$　　B. a、c 任意，$b=-4k$

C. b、k 任意，$a = 4c$　　　　D. b、k 任意，$a = -4c$

18. 设函数 $f(x) = \dfrac{x}{a + e^{bx}}$ 在$(-\infty, +\infty)$内连续，且 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$，则常数 a、b 满足(　　)

A. $a < 0, b < 0$　　　　B. $a > 0, b > 0$

C. $a \leqslant 0, b > 0$　　　　D. $a \geqslant 0, b < 0$

19. 设 $f(x)$ 在$(-\infty, +\infty)$内可导，且对任意 $x_2 > x_1$，都有 $f(x_2) > f(x_1)$，则正确的结论是(　　)

A. 对任意 x，$f'(x) > 0$　　　　B. 对任意 x，$f'(-x) \leqslant 0$

C. 函数 $-f(-x)$ 单调增加　　　　D. 函数 $f(-x)$ 单调增加

20. 在区间$(-\infty, +\infty)$内方程 $|x|^{\frac{1}{4}} + |x|^{\frac{1}{2}} - \cos x = 0$(　　)

A. 无实根　　　　B. 有且仅有一个实根

C. 有且仅有两个实根　　　　D. 有无穷多个实根

21. 若 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$，则(　　)

A. 当 $g(x)$ 为任意函数时，有 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)g(x) = 0$

B. 当 $g(x)$ 为有界函数时，有 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)g(x) = 0$

C. 仅当 $g(x)$ 为常数时，有 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)g(x) = 0$

D. 仅当 $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = 0$ 时有 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)g(x) = 0$

22. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$ 都不存在，则(　　)

A. $\lim\limits_{x \to x_0}[f(x) + g(x)]$ 一定不存在

B. $\lim\limits_{x \to x_0}[f(x) - g(x)]$ 一定不存在

C. 当 $\lim\limits_{x \to x_0}[f(x) - g(x)]$ 与 $\lim\limits_{x \to x_0}[f(x) + g(x)]$ 中只要有一个存在，则另一个也一定存在

D. $\lim\limits_{x \to x_0}[f(x) + g(x)][f(x) - g(x)]$ 有可能存在

23. 下列说法正确的是(　　)

A. 两个无穷大量之和一定是无穷大

B. 有界函数与无穷大量的乘积一定是无穷大

C. 无穷大与无穷大之积一定是无穷大

D. 不是无穷大量一定是有界的

24. 设 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$ 在$(-\infty, +\infty)$内有定义，$f(x)$ 为连续函数，且 $f(x) \neq 0$，$\varphi(x)$ 有间断点，则(　　)

A. $\varphi[f(x)]$ 必有间断点　　　　B. $[\varphi(x)]^2$ 必有间断点

C. $f[\varphi(x)]$ 必有间断点　　D. $\dfrac{\varphi(x)}{f(x)}$ 必有间断点

25. 设对任意 x 总有 $\varphi(x) \leqslant f(x) \leqslant g(x)$，且 $\lim\limits_{x\to\infty}[g(x)-\varphi(x)]=0$，则 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) =$ (　　)

A. 存在且一定为 0　　B. 存在且一定不为 0

C. 一定不存在　　D. 不一定存在

26. 设 $x \to 0$ 时，$e^{\tan x} - e^x$ 与 x^n 是同阶无穷小，则 n 为(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

27. 设函数 $g(x)=\begin{cases} 2-x & x \leqslant 0 \\ x+2 & x>0 \end{cases}$；$f(x)=\begin{cases} x^2 & x<0 \\ -x & x \geqslant 0 \end{cases}$，则 $g[f(x)]=$ (　　)

A. $\begin{cases} 2+x^2 & x<0 \\ 2-x & x \geqslant 0 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} 2-x^2 & x<0 \\ 2+x & x \geqslant 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2-x^2 & x<0 \\ 2-x & x \geqslant 0 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} 2+x^2 & x<0 \\ 2+x & x \geqslant 0 \end{cases}$

28. 设 $f(x)=\begin{cases} 1 & |x| \leqslant 1 \\ 0 & |x|>1 \end{cases}$，则 $f\{f[f(x)]\}$ 等于(　　)

A. 0　　B. 1　　C. $\begin{cases} 1 & |x| \leqslant 1 \\ 0 & |x|>1 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} 0 & |x| \leqslant 1 \\ 1 & |x|>1 \end{cases}$

29. 设当 $x \to 0$ 时，$(1-\cos x)\ln(1+x^2)$ 是比 $x\sin x^n$ 高阶的无穷小，而 $x\sin x^n$ 是比 $(e^{x^2}-1)$ 高阶的无穷小，则正整数 n 为(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

30. 设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$，则下列结论成立的是(　　)

A. $f(x)$ 无间断点　　B. $f(x)$ 有间断点 $x=1$

C. $f(x)$ 有间断点 $x=0$　　D. $f(x)$ 有间断点 $x=-1$

31. $x=\dfrac{1}{n}(n=2,3,\cdots)$ 是函数 $f(x)=x\cdot\left[\dfrac{1}{x}\right]$ 的([$\cdot$] 为取整函数)(　　)

A. 无穷间断点　　B. 跳跃间断点　　C. 可去间断点　　D. 连续点

32. 设 $f(x)=2^x+3^x-2$，则当 $x \to 0$ 时(　　)

A. $f(x)$ 与 x 是等价无穷小量　　B. $f(x)$ 与 x 是同阶但非等价无穷小量

C. $f(x)$ 是比 x 较高阶的无穷小量　D. $f(x)$ 是比 x 较低阶的无穷小量

33. 设数列的通项为 $x_n=\begin{cases} (n^2+\sqrt{n})/n & n \text{ 为奇数} \\ 1/n & n \text{ 为偶数} \end{cases}$，则当 $n \to \infty$ 时，x_n 是(　　)

A. 无穷大量　　B. 无穷小量　　C. 有界变量　　D. 无界变量

34. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2 & x \leqslant 0 \\ x^2+x & x>0 \end{cases}$，则(　　)

A. $f(-x)=\begin{cases}-x^2 & x\leqslant 0\\ -(x^2+x) & x>0\end{cases}$　　B. $f(-x)=\begin{cases}-(x^2+x) & x<0\\ -x^2 & x\geqslant 0\end{cases}$

C. $f(-x)=\begin{cases}x^2 & x\leqslant 0\\ x^2-x & x>0\end{cases}$　　D. $f(-x)=\begin{cases}x^2-x & x<0\\ x^2 & x\geqslant 0\end{cases}$

35. 设 $f(x)=\int_0^{\sin x}\sin t^2\mathrm{d}t$，$g(x)=x^3+x^4$，则当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 $g(x)$ 的(　　)

A. 等价无穷小　　B. 同阶但非等价的无穷小

C. 高阶无穷小　　D. 低阶无穷小

36. 当 $x\to 0$ 时，变量 $\frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}$ 是(　　)

A. 无穷小量　　B. 无穷大量

C. 有界的但不是无穷小　　D. 无界的但不是无穷大

37. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-(ax+bx^2)}{x^2}=2$，则(　　)

A. $a=1,b=-5/2$　　B. $a=0,b=-2$

C. $a=0,b=-5/2$　　D. $a=1,b=-2$

38. $f(x)=|x\sin x|e^{\cos x}(-\infty<x<+\infty)$ 是(　　)

A. 有界函数　　B. 单调函数　　C. 周期函数　　D. 偶函数

39. 函数 $f(x)=x\sin x$(　　)

A. 当 $x\to\infty$ 时为无穷大量　　B. 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有界

C. 在 $(-\infty,+\infty)$ 内无界　　D. 当 $x\to\infty$ 时有有限极限

40. 对于函数 $y=\sin(\tan x)-\tan(\sin x)$　$(0\leqslant x\leqslant\pi)$，$x=\pi/2$ 是(　　)

A. 连续点　　B. 第一类间断点　　C. 可去间断点　　D. 第二类间断点

41. 单调有界函数若有间断点，则其类型为(　　)

A. 必为第一类间断点　　B. 必为第二类间断点

C. 第一类或第二类间断点　　D. 不能确定

42. 已知 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 $x=0$ 点的某邻域内连续，且 $x\to 0$ 时 $f(x)$ 是 $g(x)$ 的高阶无穷小，则当 $x\to 0$ 时，$\int_0^x f(t)\sin t\mathrm{d}t$ 是 $\int_0^x t\cdot g(t)\mathrm{d}t$ 的(　　)

A. 低阶无穷小　　B. 高阶无穷小

C. 同阶但不等价无穷小　　D. 等价无穷小

43. 下列极限存在的是(　　)

A. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{|\sin x|}{x}\arctan\frac{1}{x}$　　B. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\arctan\frac{1}{x}$

C. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{|x|}\arctan\frac{1}{|x|}$　　D. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{|\sin x|}{|x|}\arctan\frac{1}{x}$

44. 下列命题中正确的是(　　)