

# 课题学习的教学设计和实践案例



北京师范大学出版社  
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

主编 张思明 王尚志  
编者 隋丽丽 张思明 白永潇  
仇金家 李大永

# 课题学习的教学设计和实践案例

KETI XUEXI DE JIAOXUESHEJI HE SHIJIAN ANLI



北京师范大学出版社  
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

## 前言

目前,在许多中小学研究性学习的研究报告中都出现了教师指导了,从资料收集和分析、数据整理和结论形成等环节,教师完全地教会知识、应用知识、解决实际问题的活动。根据新课程标准(实验稿)中引入的“研究性学习”概念,其内涵应该是怎样的呢?事实上,研究性学习有广义和狭义之分理解。广义的含义是它泛指“学生主动探究的过程”,它是一种学生自主选择并进行有计划的学习;“学”就是“学”,为的是学习知识;狭义的含义是将“研究性学习”的概念具体化为“研究性学习”,即“以学生完成“课题”的学习。”

教学是学习的一个重要途径,但数学课远远不能满足所有学习者的需求,它必须变成一种“学科”。最初(1900)后,数学与体验研究“策志而王”,但后来“舶来品”逐步取代了“本土货”。近年来,随着新一轮的《2006年基础教育课程改革方案》(2001)和《普通高中数学课程标准(实验稿)》(2003)的颁布,“数学课”已正式进入了《普通高中数学课程标准(实验稿)》(2003)和《普通高中数学课程标准(实验稿)》(2003)。基础教育课程改革的宗旨是“面向全体学生,使每一个学生都能得到充分发展”,数学课改革的宗旨是“面向全体学生,使每一个学生都能得到充分发展”。数学课改革的宗旨是“面向全体学生,使每一个学生都能得到充分发展”。

- (1)让学生感受和体验知识产生、发展、变化的过程;
- (2)让学生了解社会,了解实际,了解身边的事物;
- (3)让学生主动探索、学习、尝试、实践、交流、合作、评价、反思和改善,改变学生的学习方式。

编 主  
者 编

仇金家 张思明 王尚志  
隋丽丽 白永潇  
李大永

◎ 选注:2001·研究性学习指南

**图书在版编目 (CIP) 数据**

课题学习的教学设计和实践案例/张思明, 王尚志编著. —北京: 北京师范大学出版社, 2006.7  
ISBN 7 - 303 - 08193 - 3

I . 数… II . ①张…②王… III . 数学课 - 教学研究 - 高中 IV . G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 078379 号

北京师范大学出版社出版发行

(北京新街口外大街 19 号 邮政编码: 100875)

<http://www.bnup.com.cn>

出版人: 赖德胜

北京东方圣雅印刷有限公司印刷 全国新华书店经销

开本: 185 mm × 260 mm 印张: 8.5 字数: 200 千字

2006 年 7 月第 1 版 2006 年 7 月第 1 次印刷

印数: 1~2 000 册 定价: 13.00 元



王尚志

教育部数学指导委员会委员，教育部基础教育教材审查委员，《普通高中数学课程标准（实验）》研制组副组长，北京市数学会副理事长，国际数学教育委员会数学建模与数学应用委员会委员，北师大版高中数学教材主编。



张思明

北京大学附属中学数学特级教师，《普通高中数学课程标准（实验）》研制组核心成员，北师大版高中数学教材副主编，“数学课题学习”课题组组长。

隋丽丽

北京市数学学科带头人，  
北京市第十五中学数学教研组  
组长，北师大版高中数学教材  
主要编写者之一，“数学课题学  
习”课题组副组长。

白永潇

北京教育学院教师培训中  
心讲师。参加北师大版高中数学  
教材的编写和讨论。

仇金家

北京市青年骨干教师，中  
国人民大学附属中学教师，参  
加北师大版高中数学教材的编  
写和讨论。

李大永

北京市青年骨干教师，首  
都师范大学附属中学教师，参  
加北师大版高中数学教材的编  
写和讨论。

## 前　　言

目前，在我国，对中小学研究性学习的研究较为普遍。一般认为，研究性学习是指学生在教师指导下，从自然、社会和生活中选择和确定研究专题，以类似科学研究的方式主动地获取知识、应用知识、解决问题的学习活动。教育部颁布的《全日制普通高中课程计划（试验修订稿）》中列入的“研究性学习”，其内涵也是如此。

事实上，研究性学习有广义和狭义两种理解。以上的涵义可以说是狭义上的理解，而广义上它泛指“学生主动探究的学习活动。它是一种学习的理念、策略、方法，适用于学生对所有学科的学习。”<sup>①</sup>也就是说，研究性学习既可以作为一种课程开设，也可以作为一种学习方式的转变运用于各个学科的教学中。

课题学习是将研究性学习的思想和方法体现在学科教学中，通过教师对教材内容的处理，把教学内容转化成课题，以课题为核心，综合多科教学内容，依靠学生的自主探索来完成“课题”的学习。

数学课题学习，又称数学研究性学习，就是将研究性学习的思想和方法体现在数学学科教学中，使教学过程变成一种“科研”或“微科研”的过程，让学生在获得知识的同时，参与体验研究性学习过程，从而提高学生独立提出研究课题和解决问题的能力。

近年来，国家新一轮的基础教育课程改革备受瞩目。以数学建模、数学探究为主要形式的数学课题学习已正式进入了《普通高中数学课程标准（实验）》（本书以下简称《标准》）。《标准》中关于“数学建模”“数学探究”和“数学文化”有如下的表述：“数学探究、数学建模、数学文化是贯穿于整个高中数学课程的重要内容，这些内容不单独设置，渗透在每个模块或专题中。高中阶段至少各应安排一次较为完整的数学探究、数学建模活动。”数学课题学习的课程目标可以主要归纳为以下几点：

- (1) 让学生感受和体验知识产生、发展和形成的过程。
- (2) 让学生了解社会，了解实际，了解学科之间的联系。
- (3) 让学生尝试主动探究的学习，尝试在实践和工作中学习，合作学习，借助于工具学习和探索；改变学生的学习方式。
- (4) 培养学生收集、整理、分析、处理信息和资料的能力。
- (5) 培养学生提出、分析、解决问题能力。
- (6) 培养学生创新意识和实践能力。
- (7) 激发兴趣、提升观念、养成态度、培养习惯。

在我们已经出版的高中数学新教材（北师大版）的各个模块中，都出现了数学课题学习的教学内容、教学环节和教学插件。我们把课题学习的设计作为我们这套教材的特色。我们专门成立了有多年开展数学建模、数学探究活动实验的一批优秀教师组成的课题

---

<sup>①</sup> 霍益萍. 2001. 研究性学习：实施与探索. 南宁：广西教育出版社，10

组,结合我们开展数学课题学习的经验,翻阅、收集了国内外课题学习的大量资料,集体讨论完成了教材中数学课题学习内容的设计和编写任务。

由于教材篇幅的限制,一些我们认为有价值的数学课题学习的背景材料、案例、素材等并没有进入到教材中。为此我们认为有必要将这部分内容整理加工,配合新教材的使用,生成一本以“怎样开展高中数学课题学习?”为核心内容的教与学共用的参考书。我们把它定名为《中学数学新课程中课题学习的教学设计和实践案例》。我们希望这本书能为广大师生提供更广泛的课题学习背景、可选择的问题资源、可操作的教学案例、可借鉴的实践经验。

本书主要分为三个主要内容,上篇包括三章,主要在一般意义上介绍高中数学课题学习的含义、国内外实施课题学习的情况介绍,高中数学课程标准中对数学课题学习的要求,数学课题学习的实施过程等。中篇具体介绍在必修模块和选修模块中的 17 个可操作的课题学习的教学设计和教学案例。下篇主要是北京人大附中,首都师范大学附中,第十五中学,北京大学附中这 4 所长期开展数学课题学习的学校进行课题学习的经验介绍和成果报告。具体介绍了这 4 所学校的数学教研组在问题的选择和设计、课程安排、学生活动、教师指导策略等方面的想法和做法。本书的作者是北京市一批长期参加中学数学建模、数学知识应用和数学课题学习理论和实践研究的中学骨干教师和北京教育学院的教师,作者们作为一个科研集体,一直参与了新课程标准的研制和讨论,新高中数学教材的编写和讨论,参与了新课程培训工作。我们希望这本书能对一线数学教师开展数学课题学习有所借鉴和帮助。

中学数学课题学习是一个实践性和创造性很强的教学载体,它需要更多的教师一起来参与,我们希望也期待着能有更多的教师朋友和我们一起,通过讨论、探求、实践、创新,为数学新课程和我们的学生提供更多、更好的课题学习的资源。

## 目 录

### 上篇 我们对中学数学课题学习的认识

#### 第一章 数学课题学习概述/3

- 一、什么是数学课题学习/3
- 二、数学课题学习的形式/3
- 三、数学课题学习的特点/5
- 四、国内外数学课题学习现状的综述/7
- 五、数学课题学习的价值/11

#### 第二章 高中课程标准中的数学课题学习/15

- 一、《标准》的一些基本理念/15
- 二、课程标准对数学课题学习要求的相关表述/15
- 三、数学课题学习与《标准》/18

#### 第三章 数学课题学习的实施过程/20

- 一、寻求素材/20
- 二、实施过程/22
- 三、有效指导/24
- 四、完善评价/24
- 五、建立资源/25

### 中篇 新课程中数学课题学习的教学设计与案例

#### 案例一 个人所得税的计算/29

#### 案例二 同种商品不同型号的价格问题/31

#### 案例三 打包问题/35

#### 案例四 教育储蓄/44

#### 案例五 拱桥系列问题/49

#### 案例六 正方体截面的形状/51

#### 案例七 追及问题/56

#### 案例八 平均值/61

#### 案例九 升旗中的数学问题/63

#### 案例十 “东方魔液”/67

- 案例十一 关于两平面平行的性质的研究/70
- 案例十二 距离问题/74
- 案例十三 多边形数中的发现/80
- 案例十四 摩天轮中的数学问题/86
- 案例十五 烧开水中的数学问题/87
- 案例十六 清洗衣服和蔬菜中的数学问题/89
- 案例十七 较优存储的数学模型/92

## 下篇 实验学校的有关研究报告

### 第一章 开展中学数学课题学习实践的报告/97

- 一、数学课题学习的实践背景/97
- 二、数学课题学习实施目的/98
- 三、数学课题学习的实施过程/98
- 四、主要研究成果/101
- 五、开展课题学习的意义/102
- 六、结束语/105

### 第二章 中学数学建模与数学教育改革/106

- 一、课题研究的背景/106
- 二、理论支撑/107
- 三、主要成果/108

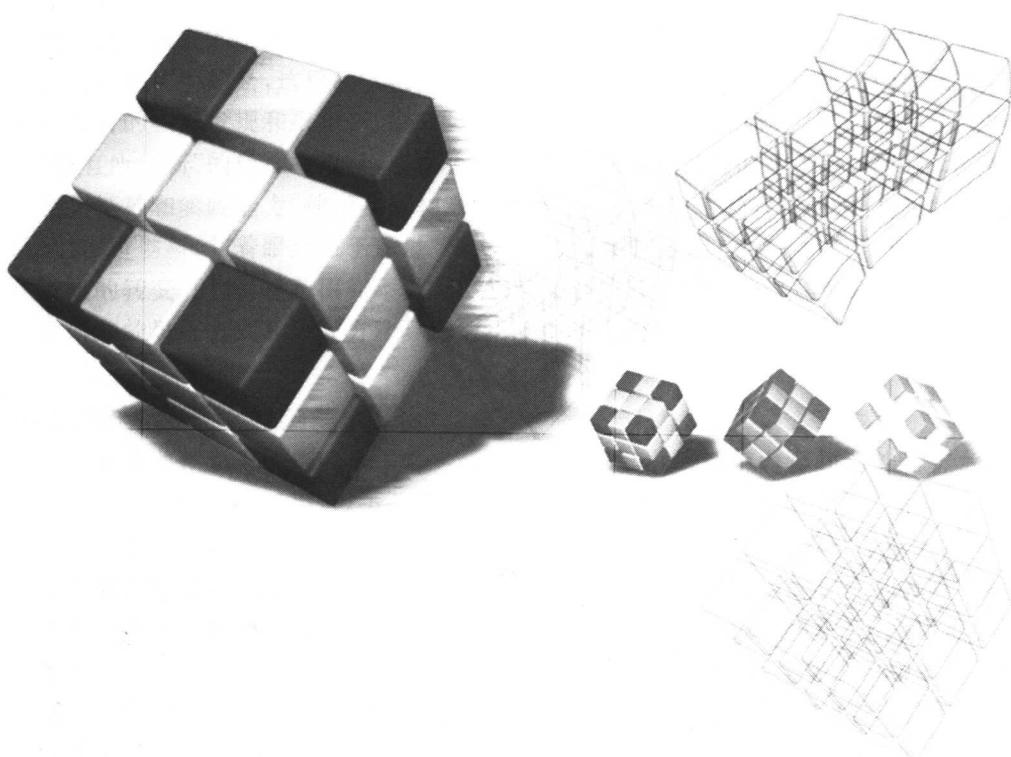
### 第三章 中学数学课题学习的设计与实践/114

- 一、课题研究的时代背景/114
- 二、研究过程及进展状况/115
- 三、理论方面主要研究成果/115

### 第四章 中学数学课题学习的设计与实施/123

- 一、课题研究的背景/123
- 二、课题实施的过程/124
- 三、课题研究的主要成果/125
- 四、结束语/129

## 上篇 我们对中学数学课题学习的认识





# 第一章 数学课题学习概述

## 一、什么是数学课题学习

目前,在我国,对中小学研究性学习的研究较为普遍。研究性学习泛指“学生主动探究的学习活动。它是一种学习的理念、策略、方法,适用于学生对所有学科的学习”。

课题学习是将研究性学习的思想和方法体现在学科教学中,通过教师对教材内容的处理,把教学内容转化成课题,以课题为核心,依靠学生的自主探索来完成“课题”的学习。

数学课题学习,又称数学研究性学习,就是将研究性学习的思想和方法体现在数学学科教学中,使教学过程变成一种“科研”或“微科研”的过程,让学生在获得知识的同时,参与体验研究性学习过程,从而提高学生独立提出研究课题和解决问题的能力。

需要说明的是,这里的“研究”有别于高等院校与研究机构开展的研究工作,后者的最终目的在于发现和揭示新的规律。而中小学生所进行的“研究”则不能完全用“有所发明,有所创新”的标准去衡量,在中小学,“研究”并不是目的而是手段,是为了培养学生的创新精神和实践能力,使学生能相对于自己已有的知识领域有所感悟、有所发现、有所突破、有所创新。其着眼点在于通过“研究”的过程使学生能在中小学阶段体验和尝试学习方式的转变。因此,这种探究不具有严格意义上的科学的研究的规范性和严谨性,只是将科学的研究的思维方式和研究方法具体应用于中小学教学中而已。

## 二、数学课题学习的形式

数学课题学习的形式是丰富多彩的,并且可以根据教学内容和培养目标的不同,灵活地在数学教学中运用。以下是常见的几种数学课题学习形式。

### 1. 数学建模

数学建模(mathematical modeling),是寻求建立数学模型的方法的过程。数学建模可以看成是问题解决的一部分,它的作用对象更侧重于非数学领域,但需用数学工具来解决的问题。如来自日常生活、经济、工程、物理、化学、生物、医学等学科中的应用数学问题。这类问题往往还是“原坯”形的问题,怎样将它抽象、转化成一个相应的数学问题的本身就是一个问题。作为问题解决的一种模式,它更突出地表现了对原始问题的分析、假设、抽象的数学加工过程;数学工具、方法、模型的选择和分析过程;模型的求解、验证、再分析、修改假设、再求解的迭代过程等。数学建模对训练学生的数学科学研究方法,培养学生的数学应用意识、数学思维和数学品质等具有重要的作用。

数学建模更完整地表现了学数学和用数学的关系。一般地,数学建模的过程可用下面的框图表示(图 1-1)。

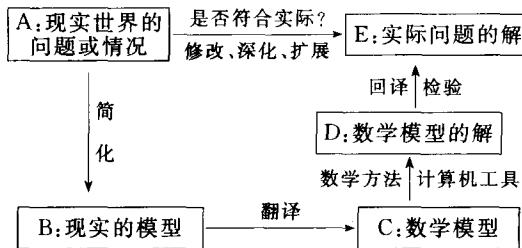


图 1-1

## 2. 数学实验.

数学实验是指为了获得某些数学知识,形成或检验某个数学猜想,解决某类数学问题,学生运用有关工具(如纸张、剪刀、模型、测量工具、作图工具以及计算机等),在数学思维活动的参与下进行的一种以实际操作为特征的数学验证或探究活动.它与物理、化学、生物等学科实验的共同点是有参与者亲身的实践、操作,需要对实验结果进行观察和实际测算,并根据实验实际出现的结果、提供出的数据进行观察归纳、分析演算、猜想推证、形成结论.它与物理、化学、生物等学科实验的不同之处在于,数学思维活动、数学方法、数学测算工具在实验设计、方法选用、实验过程、实验结果的确认中起着关键作用.

近年来,数学实验越来越受到人们的重视.一方面是由于人们对数学学科和数学教学有了新的认识;另一方面依托迅速发展的信息技术,数学实验变得更易实施,从而使它的内容变得更加丰富多彩,成了数学课题学习的重要内容.

## 3. 数学探究学习.

数学探究学习主要是指学生在学习课本数学知识的过程中,围绕某个数学问题,自主探究、学习的过程.这个过程常常包括:观察、分析数学事实,提出有意义的数学问题,猜测、探求适当的数学结论或规律,并给出解释或证明.事实上,对学生学法影响最大的将是这部分内容.

## 4. 数学主题阅读.

数学主题阅读是指就一个确定的数学内容或主题,由教师或学生自己选择一些相关的数学文献,学生自主地进行阅读学习,并达到一定的阅读目标(了解、理解、掌握、应用文献中的数学知识)的过程.在现代信息社会中,主题阅读的重要形式是指导学生合理有效地利用图书、网络、报纸杂志等各种媒体上的数学资源.如利用网络收集数据,选取资料,合作学习、及时交流、分享成果等,可以有效地提高数学主题阅读的效率和质量.数学主题阅读的意义还在于培养学生合理有效地寻找信息、加工信息、利用信息、表达信息、分享信息的能力,使学生能实现自我的可持续发展.

这里介绍的中学数学课题学习的几种形式,从逻辑上说,我们并没有试图把它们做一个严格的、界限分明的分类,更主要的是强调它们各自的特点.事实上,这几种形式之间是可以互相渗透的,比如可以用数学实验的方法做数学建模,也可以用数学实验的方法做数学探究,建模的过程需要数学主题阅读,阅读的结果可以通过解决一个数学实际问题来表现等.数学课题学习的形式可以是多种多样的,后面几章还可以通过一些数学课题学习的实践案例来反映形式的多样性.

### 三、数学课题学习的特点

#### 1. 数学课题学习是学生探究问题的过程.

探究是人类认识世界的一种基本方式,科学的发现、发明和创造无不是科学探究活动的结晶,人类正是在对未知领域的不断探索中得到发展的.中小学生对外部世界充满着新奇感和探究欲,数学课题学习就是把科学的探究活动引入数学教学活动,使学生经历类似科学家的探究过程.这种探究性表现在研究课题的结论是未知的,结论的获得也不是由教师传授或从书本上直接得到,而是学生通过搜集资料、整理资料,分析问题,最后解决问题得出自己的结论.

#### 2. 数学课题学习主要由学生自己完成,学生具有高度的主体性.

数学课题学习相信学生具有巨大的发展潜能,相信学生有能力自己解决问题,高度尊重学生的人格和创造力.因此数学课题学习以学生的自主性学习为基础,学生掌握学习的自主权,在学习活动中有很大的自由度.在学习内容上,学生从学习生活和社会生活中自主选择和确定他们自己感兴趣的问题进行研究.这些问题可以是教师提供的,也可以是学生自己选择和确定的;可以是学科知识的拓展延伸,也可以是对自然和社会现象的探究;可以是已经证明的结论,也可以是未知的知识领域.在课题学习的过程中,学生自己制定计划(包括活动的时间、地点和方式等),进行自我监控、自我评价,从而培养学生的自主意识和自主学习能力.这种学习过程,是学习主体对学习客体的主动探索和不断创新,从而不断发现客体的特征,不断改进已有的认识和经验,建构自己的认知结构的过程.

总之,在数学课题学习过程中,无论是在学习的方式、进度,还是在实施地点、最终成果的呈现等方面,学生都拥有高度的自主性和积极性;教师不再是作为知识的权威,将预先组织的知识体系传递给学生,而是与学生共同参与探究知识的过程;学生不再只聆听教师一再重复的事实和结论,而是自己提出和整理问题并自己解决问题得出结论.

#### 3. 数学课题学习具有的实践性,使学生更好地理解数学在实际中的应用.

数学学习与实践的脱离始终是数学教育中的一个问题,因此强调数学的应用性是各国数学课程改革的一个共同的趋势.数学课题学习强调与社会、科学和生活实际的联系,特别是用数学知识发现社会和生活中的问题,并在力所能及的范围内解决,同时推动学生去关心现实、了解社会,体验人生,并积累一定的感性知识和实践经验.

可以这样说,课题学习中所探究的问题源于社会生活实践,整个探索过程充满了思考、调研、试探、操作、实验,而探索的结果又运用于实践.因此,数学课题学习具有明显的实践性特点.

#### 4. 数学课题学习具有开放性.

与一般的数学教学活动相比,数学课题学习具有明显的开放性.首先,学生课题的选择是开放的,可以在教师的指导下,自己选择感兴趣的课题;其次,学习的形式是开放的,可以是数学建模、数学实验、动手制作等;再次,学习的空间是开放的,要求学生从课堂走到课外,从校园走向社会;另外,学习的途径是开放的,可以检索计算机、利用图书馆,可以走访社会有关部门、单位,可以采访各方面的专家、学者等;最后,学习的结论是开放

的,鼓励学生就研究的问题提出自己独特的见解.

数学课题学习允许不同的学生按自己的理解以及自己熟悉的方式去解决问题,允许不同的学生按各自的能力和所掌握的资料,用自己的思维方式去得出不同的结论,它并不追求结论的唯一性和标准化,这种开放性的特点有利于学生创造性思维品质的培养.

#### **5. 数学课题学习注重学生在学习过程中的体验.**

与常规数学教学只重视学生学习的成绩不同,课题学习注重学生学习的过程.学生的学习成果不一定是具体而有形的制作成品,可能是提出一种见解、产生一个方案、设计一种产品、策划一次活动,也许最后的研究结果相当稚嫩、不足称道.但是,学生通过诸如设计课题、查找资料、动手实验、社会调查、撰写研究报告等亲身实践,掌握了科学探究的一般流程和方法,学会了与他人交往和合作,初步掌握了调查、观察、实验以及现代信息技术等科学探究的方法和技能.在课题学习的过程中,学习者是否掌握某项具体的知识或技能并不是头等重要,关键是能否对所学的知识有所选择、判断、解释和运用,从而有所发现、有所创造.

课题学习十分注重学生在学习过程中的感受和体验.一个人的创造性思维离不开一定的知识基础,而这个基础应该是间接经验与直接经验的结合.间接经验只有通过直接经验才能更好地被学习者所掌握,并内化为个人经验体系的一部分.在研究性学习中,学习者通过亲身实践获得感悟和体验,获得丰富的非结构性的知识,在思维方式上大量地依靠直觉与顿悟,这些都是创造性思维的重要组成部分.

如果说以上几点是数学课题学习与一般课题学习所共有的性质,那么,数学学科自身的高度抽象性、广泛应用性等特点又决定了数学课题学习具有独特的性质,具体体现在以下几个方面.

#### **6. 数学学科内容的高度抽象性,决定了数学课题学习结果应用的广泛性.**

随着人类对数学对象认识过程的不断深入,数学的抽象程度也在不断提高.抽象越来越成为数学的重要特点.由于数学的高度抽象性,使得许多人认为数学理论与现实世界没有多大关系.但是,近些年来我们却看到在自然科学与社会科学中的许多领域内日益增长的数学化趋势,并且数学的抽象程度越高,其应用范围就越广.正如怀特海(A. N. Whitehead)所说:“没有什么比这一事实更令人难忘,数学脱离现实而进入抽象思维限度的最高层次,当它返回现实时,在对具体事物的分析时,其重要性也相应增强了……最抽象的东西是解决现实问题最有力武器,这一悖论已完全为人们接受了.”

越是具有较高抽象化的概念,其适用和包含的对象就越多、范围越广.例如各种数学模型的提炼,同一数学模型往往可以作为现实中许多不同现象的数学刻画.在作为数学课题学习的一个重要组成部分的数学建模中,对一个数学模型的解,可以用于不同的社会生活领域.由此可以使学生更全面地认识数学,更真实地感受到数学与现实生活的紧密联系,体会到数学在社会生活中的广泛应用性和重要性.

#### **7. 数学课题学习更加强调学生思维的参与性.**

数学研究的对象与物理、化学等学科不同,它更多的是研究思维的材料数与形.数学的抽象性和严谨性特点,使得数学课题学习不仅仅满足于找到一些规律,在经历了猜想、实验得出某些结论后,必要时还需对结论的合理性加以推理和证明.在数学课题学习的过程中,较之物理和化学等学科,学生的思考量更大,更强调思维参与,需要更深入地发

现真实问题与数学知识之间的联系,建立模型,解决问题.

### 8. 数学课题学习中解决问题采用方法的多样性.

数学课题学习中,对于同一个问题,既可以用小学、初中学过的数学知识解决,也可以用高中数学知识解决;既可以几何的角度,也可以从代数的角度,或者用三角函数、概率统计的知识来分析解决;既可以用推理的方法,又可以用实验的方法解决……数学课题学习过程的开放性,使学生能够根据自己的知识结构,灵活地运用知识,更好地把握所学知识之间的联系,融会贯通地掌握知识. 数学学科内容的丰富性决定了问题解决方法的多样化,给学生提供了广阔的思维空间,使学生真正感受到数学课题学习的魅力.

### 9. 计算机的发展使数学课题学习具有更加广泛的内容.

计算机强大的信息处理能力和图像功能,使它在数学教学中得到广泛的应用. 可以说,没有哪一门学科能像数学这样,由于计算机的介入使其教学发生了飞跃性的变化. 在数学教学中,计算机可以帮助学生从一些烦琐、枯燥和重复性的习题中解脱出来,使他们有更多的机会动手、动脑、思考和探索,这无疑将极大地改变数学教育的现状. 但是计算机在数学教育中的优势并不是天然就有的,如果仅仅将其用于代替黑板的演示性教学,或类似“课本搬家”和“题库”式的数学教育软件的开发和应用,则不能真正发挥计算机的功能. 我们认为,如果计算机不能促进学生思考,它在数学教育中的意义就不如想像中的那样大.

在数学课题学习中,一方面,利用计算机进行问题探究、发现规律,深入理解概念的形成等,可以最大化地发挥计算机的优势. 另一方面,计算机使数学课题学习有了更加广泛的内容,它改变了数学纯演绎的性质,许多以前无法看到的数学可以通过计算机来模拟,许多以前无法解决的问题可以通过计算机进行实验,然后猜想结论并证明结论.

## 四、国内外数学课题学习现状的综述

1994年7月,日本数学教育学会、日本数学会、日本应用数理学会、联合发表了“数学教育危机”的声明. 声明中指出:“近年来在学校数学教育中,学生讨厌数学,逃避理工科的倾向十分显著……这种自然科学教育中的危机状态,对我国的将来是一个严重的影响.”而国际上,自1980年全美数学教师联合会提出“问题解决”是80年代学校数学的焦点之后,受到了世界范围内许多国家的重视. 日本的“课题学习”就是在“问题解决”的影响下,结合本国实际情况提出来的,并被写进教学大纲中. 从这个意义上讲,课题学习是解决“危机”的一种最佳决策.

日本的课题学习是1984年修订,1993年实施的,日本的《现代中学校数学学习指导要领》中指出:“为了促进以学生为主体的学习,为了培养学生的数学观点和思考方法,要设置将各部分内容综合起来的和日常生活相联系的课题,进行课题学习,并要把这种课题学习放在教学计划的适当位置加以实施.”

为了配合“课题学习”的实施,1993年日本出版了6套初中数学教科书,共设置255个课题. 这些课题分布在初中数学的数式、图形、关系(包括函数和概率统计)和信息(包括数学史、计算机等)等几项内容之中,其中和数式有关的课题有79个,和图形有关的课题有107个,和关系有关的课题有44个,和信息有关的课题有25个. 这些课题中和数学

文化价值有关的有 42 个,和数学应用价值有关的有 34 个,和数学的模型化、一般化有关的有 47 个,和数学美、数学的优越性、趣味性有关的有 65 个,这说明课题的设置既要考虑到数学的需要又要考虑到教育的需要.为了使课题学习的内容更加丰富,大阪教育大学松宫哲夫先生还提出了 CRM(composite real mathematics)型课题学习,他们十分重视课题的现实性.积极主张从现实中的问题出发进行课题学习.

日本数学课程中的课题学习是让学生通过综合数学知识,或者数学知识与其他知识的综合来解决一个研究课题.在数学课程中设置课题学习的目的是多方面的:学生综合地运用各科的知识和技能,养成综合解决问题的能力;培养自己发现问题的意识、思考判断的能力、掌握信息的收集、调查、总结的方法等;并培养以问题解决、探究活动为主的创新能力.在数学课程设置课题学习,更深层次的目的是使学生获得对数学的正确看法、养成灵活应用数学的习惯.

美国科学院下属的国家研究委员会在 1989 年发表的调查报告《关于未来数学教育的报告》中把数学建模进入中学列为数学教育改革最急需的项目.在美国每年举行的大学生数学建模竞赛中,都有中学生的代表队参加.专为高中学生数学建模设立的杂志“HIMAP”从 1984 年创办以来,登载了许多中学数学建模的教学模块.日本数学教育协会的会刊上,经常可以看到中学数学建模(特别是初中)的教案和教学实例.

1990 年初,前苏联国家教委和教育部属下的全苏中小学教育科研委员会数学组,就中小学数学教育变革提出了一份题为“关于发展中小学数学教育的若干观点的报告”.该报告提出要经常把所涉及的数学对象同自然、社会、艺术中的学生喜闻乐见的事物联系起来,启发学生在生活中寻找数学.

英国国家数学课程将成绩目标分成几大块并据此安排教学内容,打破了传统的中学数学体系,明显地体现了注重应用这一特点.它不仅将“运用和应用数学”单独列为一项成绩目标,而且贯穿于整个数学课程之中.“运用和应用数学”十分注意面对解决实际问题与日常生活中的问题包括提出问题、设计任务、做出计划、收集信息、选用数学、运用策略、获得结论、检验和解释结果等,而不是局限于书本上现成的“问题”.例如,为研究最好的储蓄方式(或地点),就要去调查各家银行不同存款形式、期限的利率;研究公用电话的位置等.

英国的高年级的数学课程中,重视问题解决,特别是建立数学模型能力的培养. A 水平的数学不仅专门开设了“问题解决”作为必修单元,而且由于微积分、概率统计、力学的引入拓宽了数学建模的范围.例如在“微积分入门”中优化问题(极大极小)的数学模型,“微积分方法”中列微分方程来求解的数学模型,在“牛顿运动定律”单元的第一个课题也是“数学模型”.至于选修单元,更是显著地研究两大系列(力学、概率)中的大量数学模型.注重应用还表现在加强数学与其他学科的联系,建立交叉课程等方面.

在近几届的国际数学教育大会(ICME)上,数学建模与应用都有固定的专题分组.1996 年 6 月在西班牙召开的第八届 ICME 大会上,不仅有欧美国家的数学建模的专题报告和经验介绍,也有巴西这样的发展中国家的代表介绍巴西国内 10 年来数学建模的发展情况.我国代表叶其孝教授在“数学建模与应用专业组”的报告中,介绍了我国首创的中学数学知识应用竞赛的情况,受到了与会代表的欢迎,引起了极大的反响.

我国的上海市从 1991 年以来,已组织了多届“金桥杯”中学生数学知识应用竞赛,参