Classical Authoritative

Magical

红魔数学

MAGICAL MATHEMATICS

主编　易小平　邓璐娥

紧跟新教材.紧扣新课标.紧盯新考标

适合使用各种版本教材的学生

数学

Basic knowledge of Mathematics

基础知识必备

★初中★

国防科技大学出版社

封面设计：周纯

前　言

任何学科都有自己的规律，学习的基本途径就是要掌握这些规律。数学是研究空间形式和数量关系的科学，是刻画自然规律和社会规律的科学语言和有效工具。“数学的全部力量就在于直觉和严格性巧妙地结合在一起。受控制的精神和富有灵感的逻辑正是数学的魅力所在，也是数学教育者努力的方向。”

为了帮助同学们更好的学习数学，我们特组织部分资深的专家和教学一线的骨干教师编写了《红魔数学·初中数学基础知识必备》(以下简称《必备》)。本书力求将目标、知识、方法与应用融为一体，使学生通过“课标—知识网络—基本概念—典型例题—思想方法—解题规律”的学习过程，实现由知识向能力的转化。《必备》内容全面、系统、深入、实用，能有效弥补新教材的不足，避免了重复、枯燥的习题训练，传输给学生更多的策略与方法。它如同餐后的甜点，虽不能替代教材这道主菜，却能以其独特的口味、多样的风格，让更多的孩子在神奇的数学王国里流连忘返，而不是在题海里挣扎沉浮。

本书将努力体现以下特色：

1.通用性　本书编写以《课标》、《考纲》为指导，按“数与代数”“空间与图形”“统计与概率”逐章展开，渗透了教师的集体智慧与教学经验，结合了近年来全国各地中考情况，因而具有普遍性和实用性。

2.新颖性　本书注重思维点拨，力求正确处理好课标、教材和学生的关系，着眼于学生的长远发展。更新对数学基础知识和基本技能的认识，侧重从实例中培养学生的理性认识和创新精神，提高学生发现和提出、探索和解决问题的能力。

3.基础性　本书在编写中，注意结合新课标，从学生同步复习的实际出发，夯实基础。以生动的形式、充实的内容，精选例题，全方位、多角度地讲解知识点，帮助读者用最短时间学会最基本、最实用的知识，进而迅速全面地掌握本阶段学习的基本内容，全面提高学生学习数学的兴趣和解题能力。

4.高效性　本书着重突出知识整合，在条分缕析的知识阐述基础

上进行总结和归纳，精心构建知识网络。通过清晰的条理、分明的层次，切实让学生看到零散知识和试题背后的知识网络，帮助学生把书读薄，掌握知识体系的内在脉络，大幅度提高综合能力。

本书的栏目设置如下：

明确课标要求　以章为单位，分解并简说新课标提出的基本要求。

建构知识网络　以章为单位，归纳要点，理清脉络，连通知识网络。

感知基本概念　以节为单位，展示本节的基本知识，明确基本概念。

解析典型例题　从方法论高度整合本节内容，提炼隐含于问题中的通性、通法，分条陈述，用经典、新颖并能反映中考数学命题改革方向的例题予以说明。

点拨思想方法　对例题和仿真练习考查的要点、重点给予归纳，使考查的目的明确化。对各个问题的切入方法、突破技巧，从数学思想和解题策略的高度，给予启发式的引导，使之豁然开朗、茅塞顿开。

亲爱的读者朋友们，《必备》内容充实厚重，不仅是学生学习的工具，还可作为教师的教学参考书。在这里，你定能找到新课标设置的坐标，领悟到数学学习的真谛。为体现内容的典型性，书中部分例题引自他人著作，在此表示衷心的感谢。由于我们水平有限，书中若有不尽如意的地方，敬请广大读者指点斧正。

目　录

第一章 实 数

明确课标要求

1. 理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数，会比较有理数的大小.
2. 借助数轴理解相反数和绝对值的意义，会求有理数的相反数与绝对值（绝对值符号内不含分母）.
3. 理解乘方的意义，掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算（以三步为主）.
4. 理解有理数的运算律，并能运用运算律简化运算.
5. 能运用有理数的运算解决简单的问题.
6. 能对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断.
7. 了解平方根、算术平方根、立方根的概念，会用根号表示数的平方根、立方根.
8. 了解开方与乘方互为逆运算，会用平方运算求某些非负数的平方根，会用立方运算求某些数的立方根，会用计算器求平方根和立方根.
9. 了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应.
10. 能用有理数估计一个无理数的大致范围.
11. 了解近似数与有效数字的概念；在解决实际问题中，能用计算器进行近似计算，并按问题的要求对结果取近似值.
12. 了解二次根式的概念及其加、减、乘、除运算法则，会用它们进行有关实数的简单四则运算（不要求分母有理化）.

建构知识网络

- 实数（正数、零、负数）
  - 有理数
    - 有理数的概念
    - 数轴、相反数、绝对值、倒数
    - 有理数的分类
    - 有理数的大小比较
  - 无理数
    - 无理数的概念
    - 数的开方
      - 平方根
        - 平方根
        - 算术平方根
      - 立方根
      - n次方根
      - 用计算器进行加、减、乘、除、乘方、开方计算
  - 实数与数轴上的点一一对应
  - 实数性质与运算

1.1 有理数

感知基本概念

① 有理数

(1)正数与负数：像 5,1.5,$10\frac{1}{2}$ 等大于 0 的数叫做正数.在正数前面加上“-”(读作负号)的数叫做负数.0 既不是正数，也不是负数. 零和正数统称为非负数；零和负数统称为非正数.

(2)有理数

正整数、零、负整数统称为整数.

正分数、负分数统称为分数.

整数和分数统称为有理数.

任意一个有理数都可以写成分数$\frac{p}{q}$的形式，其中 $q\neq0$,p 与 q 是整数且最大公约数是 1.

(3)有理数的分类

按有理数的定义分：有理数$\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\left.\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\right\}\text{有限小数或无限循环小数}\end{cases}$

按有理数的性质分：有理数$\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{零}\\\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$

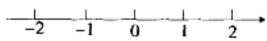

图 1—1

② 数轴

(1)规定了原点、正方向、单位长度的直线叫做数轴.我们把原点、正方向、单位长度叫数轴的三要素.

(2)任何一个有理数都可以用数轴上唯一确定的点来表示(数轴上的点并不都表示有理数).

(3)数轴是用“形”来研究“数”的性质的有力工具，充分了解数轴的结构及应用特点，可以帮助我们快捷、准确地解答有关数的问题.

③ 相反数

(1)相反数的代数意义：像 6 与-6,$2\frac{1}{2}$与$-2\frac{1}{2}$这样只有符号不同的两个数，我们说其中一个是另一个的相反数,0 的相反数是 0.

(2)相反数的几何意义：在数轴上的原点两旁，离开原点的距离相等的两个点所表示的两个数互为相反数，零的相反数仍是零.

(3)相反数的判定

方法一：若 $a+b=0$(a、b 为任意实数)(即 $a=-b$ 或 $b=-a$)，则 a、b 互为相反数.

方法二：绝对值相等，符号相反的两个数，互为相反数，零的相反数是零.

(4)相反数的应用

a、b(a、b 为任意实数或式)互为相反数，则 $a+b=0$；当 $a\neq0$ 时，$\frac{a}{b}=-1$(此时 b 也不等于 0).

4 绝对值

(1)绝对值的定义

①几何定义：在数轴上，表示一个数的点到原点的距离叫做这个数的绝对值.

②代数定义：一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0.

即：$|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$

(2)绝对值的性质

①$|a|\geqslant0$；②$|a|\geqslant a$；③如果 $|a|=|b|$，那么 $a=b$ 或 $a=-b$；

④$||a|-|b||\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$ (a、b 为任意实数).

5 倒数

(1)1 除以一个不为 0 的数的商叫做这个数的倒数，零没有倒数，即实数 $a(a\neq0)$的倒数是 $\frac{1}{a}$.

(2)a 与 b 是非零的有理数，如果 $a\cdot b=1$，那么 a、b 互为倒数.

6 有理数比较大小

(1)正数都大于 0，负数都小于 0，正数大于一切负数；两个负数比较大小，绝对值大的反而小.

(2)在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大.

7 有理数的运算

(1)运算法则(加、减、乘、除)

①加法：同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加；绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；互为相反数的两个数相加得 0；一个数同 0 相加，仍得这个数.

②减法：减去一个数等于加上这个数的相反数，即 $a-b=a+(-b)$，a、b 均为有理数.

③乘法：a)两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.任何数同 0 相乘都得 0.
b)几个不等于 0 的数相乘，积的符号由负因数的个数决定，当负因数有奇数个时，积为负；当负因数有偶数个时，积为正.几个数相乘，有一个因数为 0，积为 0.

④除法：

法则 1：除以一个数等于乘以这个数的倒数.即 $a\div b=a\times\frac{1}{b}$ $(b\neq0)$，0 不能作除数.

法则 2：两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除.0 除以任何一个不等于 0

的数,都得 0.

⑤乘方:

有理数乘方的意义:求几个相同因数的积的运算,叫做乘方,乘方的结果叫做幂.

如:n 个相同的因数 a 相乘,即 $\underbrace{a\cdot a\cdots a}_{n个}=a^n$,在 a^n 中,a 叫做底数,n 叫做指数,a^n 读作"a 的 n 次方",看作 a 的 n 次方的结果时,也可读作"a 的 n 次幂".

运算规律:

正数的任何次幂都是正数;负数的奇次幂是负数,负数的偶次幂是正数;零的任何次幂都是零;任何数的偶次幂都是非负数,即 $a^{2n}\geqslant 0$(a 为任何数,n 为自然数);$(-a)^{2n}=a^{2n}$,$(-a)^{2n-1}=-a^{2n-1}$(n 为整数).

(2)运算律

加法交换律:$a+b=b+a$; 加法结合律:$(a+b)+c=a+(b+c)$;

乘法交换律:$ab=ba$; 乘法结合律:$(ab)c=a(bc)$; 分配律:$a(b+c)=ab+ac$.

(3)有理数的混合运算顺序

先算乘方(三级运算),再算乘除(二级运算),最后算加减(一级运算);同级运算按从左到右的顺序运算;如果有括号,先算小括号,再算中括号,最后算大括号.

〈8〉近似数与科学记数法

(1)求一个数的近似数的方法一般有:四舍五入法;收尾法(进一法);去尾法.一般采用四舍五入法.

(2)一般的,一个近似数,四舍五入到哪一位,就说这个近似数精确到哪一位.

(3)有效数字:一个近似数,从左边第一个不是 0 的数字起,到右边精确到的数为止,所有的数字,都叫做这个数的有效数字.

(4)科学记数法:把一个数写成 $a\times10^n$ 的形式(其中 $1\leqslant a<10$),n 是整数,这种记数法叫做科学记数法.

〈9〉计算器的使用

(1)计算器的特点:电子计算器具有运算快、操作简便、体积小等特点.在信息高速发展的时代,它已经成为人们广泛使用的计算工具.

(2)计算器的分类:计算器按功能的多少分为简单计算器、科学计算器和图形计算器等几种类型,我们学习的是科学计算器的使用.

(3)计算器的面板结构:面板由键盘和显示器组成.键盘的每个键标明了该键的功能;显示器是用来显示计算时输入的数据和计算结果的装置,不同的计算器,显示器能显示的数的位数不尽相同.

常见的计算器

如图 1-2 所示.

(A)型

(B)型

图 1-2

解析典型例题

例1 下面说法：

(1)在数轴上表示$-a$的相反数的点一定在原点的右边.

(2)两个表示相反意义的数是相反数.

(3)符号不同的两个数是相反数.

(4)任何一个数的相反数与这个数本身不相同.

其中正确的个数是(　　)

A. 3　　　　B. 2　　　　C. 1　　　　D. 0

解 选D.

点评：

(1)$-a$的相反数是a.当$a\geqslant 0$时,数轴上表示的数是原点或在原点的右边;当$a\leqslant 0$时,数轴上表示的点是原点或在原点的左边,故(1)错;相反数是体现两个数之间关系的一个定义,强调"只有符号"不同,其本质是:①两数符号相反;②两数除符号外的数字相同,二者缺一不可,故(2)(3)错;零的相反数是零,故(4)错.

(2)本题主要考查学生对相反数的理解,$-a$的相反数是a,$-a$不一定是负数,它随着a的值变化而变化,因而在数轴上的位置也不同.

(3) 初学者最易混淆字母代替数的形式与实质的区别，常见的错误如将-5与$-a$类比,以为$-a$也一定是负数.为了避免这一错误,我们一定要记住:**a(或$-a$)既可以是正数,也可以是负数,还可以是0.**

当$a>0$时,$-a$是负数,如$a=3$为正数,则$-a=-3$为负数;

当$a<0$时,$-a$是正数,如$a=-5$为负数,则$-a=-(-5)=5$为正数;

当$a=0$时,$-a$还是0.

例2 把$3,-\frac{5}{10},-\frac{10}{5},0,0.12+\frac{22}{25},3.6$分别填入相应的大括号里.

整数集合:{3,______ …}　　分数集合:{______ …}

负分数集合:{______ …}　　正数集合:{______ …}

负数集合:{______ …}

解 整数集合:$\left\{3,-\frac{10}{5},0,0.12+\frac{22}{25},\cdots\right\}$,

分数集合:$\left\{-\frac{5}{10},3.6,\cdots\right\}$,

负分数集合:$\left\{-\frac{5}{10}\cdots\right\}$,

正数集合:$\left\{3,0.12+\frac{22}{25},3.6\cdots\right\}$,

负数集合:$\left\{-\frac{5}{10},-\frac{10}{5}\cdots\right\}$.

点评：

(1)有理数可分为整数和分数两大类；也可以分为负有理数、零、正有理数三大类.

所以，"3"既是整数，又同时可以是正有理数，它没写性质符号，表示是正数.但"0"前不写性质符号，并不表明它是正数，"0"既不是正数，也不是负数.

分数集合内的一部分成员(元素)组成了负分数集合，因而，$-\frac{5}{10}$既属于负分数集合，也属于分数集合.

有限小数和无限循环小数，都是分数.但$0.12+\frac{22}{25}$不是分数，运算过程中的数在分类时要看最后的结果.

因而，$-\frac{10}{5}$也不是分数.

(2)写解答时，虽然我们据−2来判断$-\frac{10}{5}$的，但不宜把$-\frac{10}{5}$写作−2，否则，易给人以答(−2)非所问$\left(-\frac{10}{5}\right)$的感觉.

(3)每个{ }内的删节号"…"不可略去.否则，表达的意思是：整数集合只是有$3,-\frac{10}{5},0,0.12+\frac{22}{25}$这4个数，这就是数学的"严谨".

例3 下列说法中正确的是(　　)

A. 近似数1.70与近似数1.7的精确度相同

B. 近似数5百与近似数500的精确度相同

C. 近似数4.70×10^4是精确到百位的数，它有三个有效数字是4、7、0

D. 近似数24.30是精确定到十分位的数，它有三个有效数字是2、4、3

分析 可用排除法.

近似数1.70精确到0.01，1.7精确到0.1，故A是错误的；

近似数五百精确到百位，近似数500精确到个位，故B是错误的；

近似数4.70×10^4的有效数字只与4.70有关，与10^4无关，它有三个有效数字是4、7、0，精确度由所得近似数的最后一位有效数字在该数中所处的位置决定，而$4.70\times10^4=47\ 000$，本题中有效数字0在47 000中处在百位，故精确到百位，C是对的.

解 选C.

点评：

(1)近似数中要求熟练掌握精确度和有效数字的概念.

(2)要注意：如3.04与3.040 0的区别.3.04精确到0.01，有效数字是3、0、4；而3.0400精确到0.000 1，有效数字是3、0、4、0、0.两者表示的精确度和有效数字不同，所以小数点后面的"0"不能随意舍去.

(3)近似数和有效数字理解应用中还有如2.4万精确到哪一位的问题比较容易犯错.常见的错解为：2.4万精确到十分位.错误的原因在于：只看2.4这个数字确实精确到十分位，但

2.4 万是有单位的，所以要看 4 这个数字处在哪一位，2.4 万可读成 2 万 4 千，即 4 处在千位，所以 2.4 万精确到千位，类似于 4.70×10^4 精确到哪一位.

例4 填空

(1)已知 $|x|=3$，$|y|=2$，且 $xy<0$，则 $x+y$ 的值等于 ________；

(2)若 $(a+2)^2+|b-3|=0$，则 $a+b=$________；

(3) 观察下列等式：$7^1=7$，$7^2=49$，$7^3=343$，$7^4=2\,401$……由此可判断 7^{100} 的个位数字是 ________.

解 (1)±1；(2)1；(3)1.

点评：

(1)由已知得 $x=\pm3$，$y=\pm2$，因为 $xy<0$，所以 $x=3$，$y=-2$ 或 $x=-3$，$y=2$. 故 $x+y=1$ 或 -1. 故应填±1.

(2)我们把 $a^2(\geqslant0)$、$|a|(\geqslant0)$ 称为非负数，非负数有如下性质：几个非负数的和仍为非负数；几个非负数的和为 0，则它们同时为 0.

因为 $(a+2)^2\geqslant0$，$|b-3|\geqslant0$，又它们的和为 0. 所以 $a+2=0$，$b-3=0$. 故 $a=-2$，$b=3$，$a+b=1$.

(3)归纳、猜想规律的题目，是近几年中考的热点，方法基本类似，但题材丰富多样. 本题考查乘方意义的规律探索. 经观察发现此题的规律是：以 7 为底的幂的个位数字是按 7，9，3，1 循环一次，100 能被 4 整除，故 7^{100} 的末位数字是 1.

例5 计算 $-40\frac{1}{2}\times\left(1\frac{1}{4}+\frac{109}{144}\right)\div(-0.5)\div\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}-\frac{4}{3}\times[(-2)^2-2^2]$.

解 **解法一** 原式 $=-\frac{81}{2}\times\frac{289}{144}\div(-0.5)\div\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}-\frac{4}{3}\times[4-4]$

$=-\frac{81}{2}\times\frac{289}{144}\times(-2)\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}-0$

$=289.$

解法二(改变运算程序)

原式 $=-\frac{81}{2}\times\left(\frac{5}{4}+\frac{109}{144}\right)\times(-2)\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}-0$

$=9\times\left(\frac{5}{4}+\frac{109}{144}\right)\times16$

$=9\times\frac{5}{4}\times16+9\times\frac{109}{144}\times16$

$=180+109=289.$

点评：

(1)要注意运算顺序. 例如，千万不要将式中 $\cdots\div\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}-\frac{4}{3}\cdots$，变为 $\cdots\div\left(\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\right)-\frac{4}{3}\cdots$ 即 $\cdots\div1-\frac{4}{3}\cdots$，或变为 $\cdots\div\frac{3}{4}\times\left(\frac{4}{3}-\frac{4}{3}\right)\cdots$ 即 $\cdots\div\frac{3}{4}\times0\cdots$.

(2)要注意 $(-2)^2$ 和 -2^2 的区别. $(-2)^2$ 表示 -2 的平方，即 $(-2)\times(-2)=4$；而 -2^2 表示 2^2 的相反数，即 $-2^2=-4$. 又如：$\frac{3^2}{4}$，$\left(\frac{3}{4}\right)^2$ 的区别：$\frac{3^2}{4}=\frac{9}{4}$，先乘方后乘除，而 $\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$；再比如 $6\times(2+3)=6\times2+6\times3$，但 $6\div(2+3)\neq6\div2+6\div3$，而 $(2+3)\div6=2\div6+3\div6$；$-6\frac{11}{12}+\frac{1}{12}\neq-6\frac{12}{12}$，而 $-6\frac{11}{12}-\frac{1}{12}$

$=-6\frac{12}{12}=-7$；$15\div\frac{2}{13}\times\frac{13}{2}\div2\neq15\div1\div2$，而 $15\div\left(\frac{2}{13}\times\frac{13}{2}\right)\div2=15\div1\div2=7\frac{1}{2}$；$8\div27\div3\neq8\div9$，而 $8\div(27\div3)=8\div9$；…

这种计算中的关键细节，特例并不是很多的，我们最好在每道题的演算中，自己随时总结、发现、积累．

例6 比较大小

(1)比较 $-\frac{5}{6}$ 与 $-\frac{6}{7}$ 的大小；

(2)比较 a 与 $\frac{1}{a}$ 的大小；

(3)若 a 是整数，比较 a^2 与 a 的大小．

(1)分析：比较几个负数的大小，一般先求它们的绝对值，再把这几个数用小数或同分母(或同分子)的分数来表示，用小数或分数比较大小的方法进行比较，最后用"两个负数相比较，绝对值大的反而小"得出结论．

解 **解法一：作差法比较**

$$\because -\frac{5}{6}-\left(-\frac{6}{7}\right)=-\frac{5}{6}+\frac{6}{7}=\frac{-35+36}{42}=\frac{1}{42}>0,$$

$$\therefore -\frac{5}{6}>-\frac{6}{7}.$$

解法二：把分母化为相同

$$\because \left|-\frac{5}{6}\right|=\frac{5}{6}=\frac{35}{42},\quad \left|-\frac{6}{7}\right|=\frac{6}{7}=\frac{36}{42},$$

$$\text{又}\because \frac{35}{42}<\frac{36}{42},\quad \therefore \left|-\frac{5}{6}\right|<\left|-\frac{6}{7}\right|.$$

$$\therefore -\frac{5}{6}>-\frac{6}{7}.$$

解法三：把分子化为相同

$$\because \left|-\frac{5}{6}\right|=\frac{5}{6}=\frac{30}{36},\quad \left|-\frac{6}{7}\right|=\frac{6}{7}=\frac{30}{35},$$

$$\text{又}\because \frac{30}{36}<\frac{30}{35},\ \therefore \left|-\frac{5}{6}\right|<\left|-\frac{6}{7}\right|.$$

$$\therefore -\frac{5}{6}>-\frac{6}{7}.$$

解法四：作商法比较

$$\because \left|-\frac{5}{6}\right|=\frac{5}{6},\ \left|-\frac{6}{7}\right|=\frac{6}{7},$$

$$\text{又}\because \frac{\frac{5}{6}}{\frac{6}{7}}=\frac{35}{36}<1,$$

$\therefore \frac{5}{6}<\frac{6}{7}$，$\therefore -\frac{5}{6}>-\frac{6}{7}$.

(2)分析：这类题看似简单，若要解答完整也并非易事，只要稍有疏忽就会发生遗漏的现象.若把各个范围在数轴上表示出来，借助数轴讨论其大小，则条件与结论就一目了然.首先找到当 a 与 $\frac{1}{a}$ 相等的数，即当 $a=1$ 或 $a=-1$ 时，$a=\frac{1}{a}$；当 $a=0$ 时，$\frac{1}{a}$ 无意义，据此三个数结合数轴把实数分为七个部分(如图 1-3).

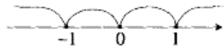

图 1-3

解 当$a<-1$ 时，$a<\frac{1}{a}$；

当$a=-1$ 时，$a=\frac{1}{a}$；

当$-1<a<0$ 时，$a>\frac{1}{a}$；

当$a=0$ 时，$\frac{1}{a}$无意义；

当 $0<a<1$ 时，$a<\frac{1}{a}$；

当$a=1$ 时，$a=\frac{1}{a}$；

当$a>1$ 时，$a>\frac{1}{a}$.

(3)分析：可采用分类讨论法.

解 当a是负整数时，$a^2>a$;
当a是 0 或 1 时，$a^2=a$;
当a是大于 1 的整数时，$a^2>a$.
综合上述三种情况得，a是整数时，$a^2\geqslant a$.

点评：

(1)比较几个实数的大小，常用的方法有直接比较法、数轴法、作差法、作商法、近似值法、特殊值法、绝对值法、倒数法等，应根据不同的题目灵活地选用合适的方法.

(2)两个被比较的数的先后顺序、答案的写法，宜与原题给出的顺序一致.三个或三个以上的数比大小，答案中，一定要从小到大或从大到小排成一列，并以前者为多用.

(3)当我们比较与字母有关的代数式的大小时，分类讨论与数形结合是准确解答的有力武器，在做比较大小的题时，可以用特殊值检验我们的结论.

例7 用计算器求 2.8^5.

解 $\boxed{2}\ \boxed{.}\ \boxed{8}\ \boxed{y^x}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$

点评：

使用科学计算器是新课标和近年中考的热点，考察形式一般由单纯考察乘幂的运算输入方法改为计算器进行有理数的混合运算，也有可能在一个数据较大的应用题中，要求运用计算器计算.

本题产生错误的主要原因是对常用键的功能不熟悉，易误将小数点键当成乘号键.

例8 化简 $|x-1|+|x-2|$.

分析 常见解法是零点区间法. 步骤是：①确定零点，令 $x-1=0, x-2=0$，解得 $x=1$，$x=2$. ②把实数分成几个部分进行讨论，如图 1-4 所示.

图 1-4

解 当 $x<1$ 时，$x-1<0, x-2<0$. $\therefore$ 原式 $=-(x-1)-(x-2)=-2x+3$；

当 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时，$x-1\geqslant 0, x-2\leqslant 0$. $\therefore$ 原式 $=(x-1)-(x-2)=1$；

当 $x>2$ 时，$x-1>0, x-2>0$. $\therefore$ 原式 $=(x-1)+(x-2)=2x-3$.

$$\therefore 原式=\begin{cases}-2x+3 & (x<1)\\ 1 & (1\leqslant x\leqslant 2)\\ 2x-3 & (x>2)\end{cases}$$

点评：

有关绝对值的化简问题，首先判定符号内的数或式的值是正、负，还是零；然后再根据绝对值的定义把绝对值符号去掉. 至于多个绝对值的化简、变形问题，关键在于正确地确定零点，利用零点把实数分成几个部分，再分别在这些部分内化简求值. 在处理绝对值问题时，注意应用下面一些基本性质：

(1) 实数的绝对值是一个非负数，即 $|a|\geqslant 0$；

(2) 任何一个实数都不大于它的绝对值，即 $a\leqslant |a|$；

(3) 两个数若互为相反数，则这两个数的绝对值相等，即 $|a|=|-a|$；

(4) 两个数相等，这两个数的绝对值相等；两个数的绝对值相等，这两个数不一定相等；

(5) 实数 a 在数轴上的对应点是 A，即 $|a|=|OA|$，一般来讲，设 a、b 在数轴上的对应点分别是 A、B，则 $|a-b|=|AB|$，即 $|a-b|$ 表示数轴上代表这两个数的两点之间的距离.

点拨思想方法

<1> 有理数单纯的代数计算比较抽象，最好用数形结合的方法解决这类问题，这样更简单、更直观.

<2> 如何培养准而快的运算能力

(1) 掌握简便运算的 5 种方式：

①取整式：某几项数的和刚好是整数，先算出它们的和，再算其它，如 5.38−7.34+4.62.

②提取式：对含有公因数的，把公因数提出来，如 $\frac{4}{7}-\frac{4}{7}\times\frac{2}{5}$.

③分乘式：利用乘法的分配律. 如 $\left(\frac{3}{9}-\frac{5}{8}\right)\times 72$.

④拆和式：把一个数看成是另两个数的和. 如：$305\times 9=(300+5)\times 9$.