中等专业学校基础课教材

主　编　刘克宁
副主编　朱水清

数学

上册

SHU XUE

中国财政经济出版社

中等专业学校基础课教材

数　　学

（上　册）

主编　刘克宁　朱水清

中国财政经济出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学　上册/刘克宁,朱水清主编.-北京:中国财政经济出版社,1996.9

中等专业学校基础课教材

ISBN 7-5005-3153-2

Ⅰ.数…　Ⅱ.①刘…②朱…　Ⅲ.数学-专业学校-教材

Ⅳ.01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 12336 号

中国财政经济出版社　出版

社址:北京东城大佛寺街 8 号　　邮政编码:100010

武汉第二印刷厂印刷

787×1092 毫米　32 开　11.5 印张　252 000 字

1996 年 8 月第 1 版　1996 年 8 月武汉第 1 次印刷

印数:1—20 000　定价:13.00 元

ISBN 7-5005-3153-2/H・0040

编 写 说 明

为适应中等（职业、职工、成人）专业学校基础课教学的需要，我们组织全国几所财经（财贸）、商业、供销、粮食学校的高级讲师、副教授和资历深厚的讲师，编写了中等专业学校基础课系列教材．全套教材包括《语文》上、下册，《数学》上、下册，《物理》，《财经英语》基础部分、提高部分和专业部分三册，《物理习题题与实验》．

《数学》是中等专业学校基础课系列教材之一，由副教授刘克宁任主编，朱水清任副主编，参加编写的还有康俊桥、刘正新、袁华．全书由刘克宁总纂．

该书在编写过程中，得到各有关兄弟学校的大力支持，在此表示感谢．对于书中的不足之处，请读者指正．

编 者

1996 年 6 月

目　　录

第一章　集　合

集合论是现代数学的一个重要分支，它不仅自身已经成为一门学科，而且它的基本知识已渗透到数学的各个领域．

§1.1　集合的概念

一、集合与元素

在经济工作中，常常会遇到如下的数学问题：

某商场进了两批货，第一批有电视机、自行车、电饭煲、录放机、皮鞋、肥皂，共计 6 个品种；第二批有毛巾，尼龙袜、自行车、电饭煲、皮鞋，共计 5 个品种．要计算两批货共进了多少个品种？

这个问题显然不能简单地用 $6+5=11$(种) 进行计算，分别考察两批进货的 6 个品种和 5 个品种，发现把它们合在一起时，自行车、电饭煲、皮鞋这 3 个品种是两批共有的，所以实际进货品种只有 8 种．

在上述问题中，我们所处理的对象是由自行车、电视机之类的商品所组成的总体，处理的方法采用了“合并”与“共有”的运算方法．

我们再来考察下面的例子：

(1) 某校一年级的全体学生；

(2) 某地区所有的食品商店；

(3) 与一个角的两边距离相等的所有的点；

(4) 自然数 1、2、3、4、5、6；

(5) 直线 $y = x$ 上的所有点．

上面几个例子有一个共同的特点，就是每一个问题所考察事物的对象（这里指学生、商店、数、点）都具有某种公共属性，这里所用的“全体”、“所有”，都是指具有某种公共属性的对象的总体．

我们把具有某种公共属性的对象的总体叫做集合，简称集．把组成集合的每一个对象叫做这个集合的元素．

例如，上面例子中，(1) 是由某校一年级的学生组成的一个集合，一年级的每一个学生都是这个集合的元素．(4) 是由自然数 1，2，3，4，5，6 组成的一个集合，数 1、2、3、4、5、6 都是这个集合的元素．(5) 是由直线 $y = x$ 上的所有点组成的一个集合，这条直线上的每一个点都是这个集合的元素．

习惯上，我们用大写字母 A，B，C，……，表示集合，用小写字母 a，b，c，…… 表示元素．如果 a 是集合 A 的元素，就记作“$a \in A$”，读作“a 属于 A”；如果 a 不是集合 A 的元素，就记作“$a \notin A$”（或 $a \overline{\in} A$），读作“a 不属于 A”．例如用 A 表示由 1，2，3，4，5，6 组成的集合，那么 $1 \in A$，$2 \in A$，$4 \in A$ 等，但 $8 \notin A$，$0 \notin A$．

又如，一条已知直线上所有的点组成的集合 L，这时若点 P 在直线上，则 $P \in L$；若点 Q 不在直线上，则 $Q \notin L$．

由数组成的集合叫数集．常见的数集及其符号如下表所示：

数集	自然数集	整数集	有理数集	实数集
字母	N	Z	Q	R

若数集中的元素都是正数，就在集合记号的右上角标以“+”号；若数集中的元素都是负数，就在集合记号的右上角标以“-”号．例如，正整数集记作 Z^{+}，负实数集记作 R^{-} 等等．

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的、互异的、无序的，也就是说：

(1) 任何一个对象或者是这个集合的元素，或者不是它的元素，都能准确的加以判断．例如，对于整数集 Z，数 6 是它的元素，$\sqrt{5}$ 不是它的元素．

(2) 同一个集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入集合时，只能算一个元素．因此，集合中的元素是不允许重复的．

(3) 在给定的集合中，元素之间是没有顺序关系的．

如果集合包含的元素为有限个，这样的集合叫做有限集合．如果集合所包含的元素为无限多个，这样的集合叫做无限集合．如前面的例子中(1)、(2)、(4) 是有限集合，(3)、(5) 是无限集合．

二、集合的表示法

集合一般有以下两种表示法：列举法和描述法．

1. 列举法

把属于某个集合的元素一一列举出来，彼此之间用逗号分开，写在大括号“{ }”内，这种表示集合的方法，叫做列举法．例如，由自然数 1,2,3,4,5,6 组成的集合可以表示为 $\{1,2,3,4,5,6\}$ 或 $\{2,1,4,3,6,5\}$．又如，全体正偶数所组成的集合可表示为 $\{2,4,6,8,\cdots\cdots\}$．

2. 描述法

把属于某个集合的元素所具有的公共属性描述出来，写在大括号“{ }”内，这种表示集合的方法，叫做描述法．描述法有两种表示形式：

(1) 把集合中的元素的公共属性直接写在大括号内．例如：

{某校一年级的全体学生}；

{某地区所有的食品商店}；

{与一个角的两边距离相等的所有点}；

{不大于 6 的自然数}．

(2) 在括号内先写出集合元素的一般形式，再划一条竖线（或冒号），在竖线（或冒号）右边列出元素的公共属性．例如，集合 $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ 也可以表示为

$$\{x \mid x \text{ 是不大于 6 的自然数}\}.$$

又如，直角坐标平面内，所有在反比例函数 $y = \dfrac{1}{x}$ 的图象上的点 (x,y) 组成一个集合，这个集合可表示为

$$\{(x,y) \mid y = \frac{1}{x}, x \neq 0\}.$$

方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解组成的集合可以表示为

$$\{x \mid x^2 - 4 = 0\}.$$

实数集 R 也可以表示为

$$\{x \mid x \in R\}.$$

例 1 用列举法写出本章开始所述商场两批进货品种所组成的集合．

解：设第一、二批进货品种分别为集合 A_1、A_2 则

A_1 = {电视机，自行车，电饭煲、录放机，皮鞋，肥皂}；

A_2 = {毛巾，尼龙袜，自行车，电饭煲，皮鞋}．

例 2 用描述法表示以下集合：

(1) 数轴上所有坐标不小于 0，不大于 2 的点所组成的集合；

(2) 直角坐标平面内，直线 $y=3x+2$ 上所有点组成的集合；

(3) 直角坐标平面第一象限内的所有点组成的集合.

解：如图 1-1 所示，

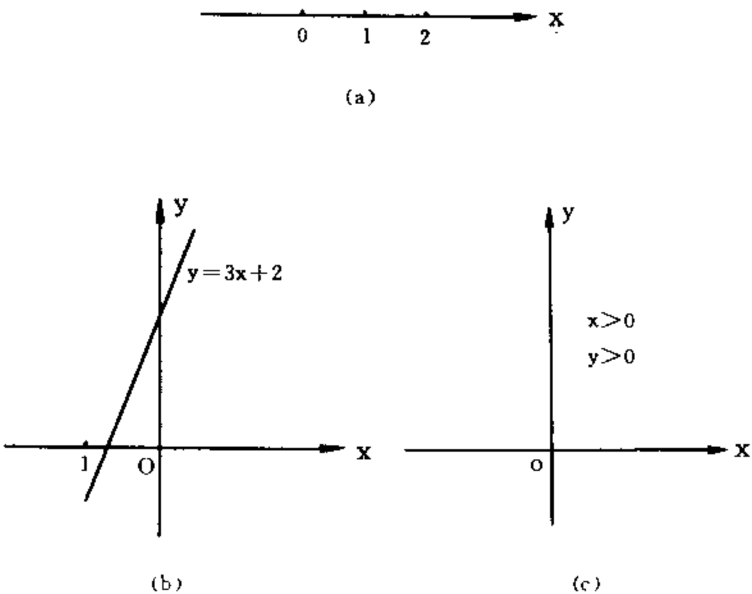

图 1-1

(1) 数轴上所有坐标不小于 0，不大于 2 的点组成的集合是

$$\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 2\}.$$

(2) 直角坐标平面内，直线 $y=3x+2$ 上所有点的集合是

$$\{(x,y)\,|\,y = 3x + 2\}.$$

(3) 直角坐标平面内第一象限内的所有点的集合是

$$\{(x,y)\,|\,x > 0, y > 0\}.$$

列举法和描述法是集合的两种不同的表示法，运用时要根据具体问题确定选用哪种方法．有些集合两种方法都可选用．例如，用描述法表示的集合$\{x\,|\,x^2 - 4 = 0\}$也可以用列举法表示为$\{-2,2\}$.

三、单元素集与空集

单元素集和空集是两种特殊的集合，下面给出它们的定义．

1. 单元素集

只含有一个元素的集合，叫做单元素集．

例如，方程$x - 3 = 0$的解只有3，因此这个方程的解集$\{3\}$就是单元素集．

2. 空集

不含任何元素的集合，叫做空集，记作$\varnothing$或$\{\ \ \}$.

例如，$x^2 + 1 = 0$在实数范围内无解，因此这个方程的解集$\{x\,|\,x^2 + 1 = 0\}$是空集，可记作$\varnothing$.

应注意：

(1) 单元素集$\{a\}$与一个元素a是两个不同的概念，前者表示由一个元素a组成的集合，而后者就是一个元素a.

(2) 空集$\varnothing$和集合$\{0\}$是两个不同的概念，前者表示不含任何元素的集合，而后者表示含有一个元素0的单元素集合．

习　题　1-1

1. 在___处填上符号 $\in$ 或 $\notin$：

0 ___ N；2 ___ Z；-3 ___ Q；$\sqrt{2}$ ___ R.

$\frac{1}{2}$ ___ Z；0 ___ $\{0\}$；-3 ___ R^-；2 ___ Q.

2. 用列举法表示下列集合：

(1){一年中有 31 天的月份}；

(2){大于 3 小于 13 的偶数}；

(3){平方后等于 1 的数}；

(4)$\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$；

(5)$\{x \mid x \leqslant 28, x = 4n, n \in Z^+\}$.

3. 设集 $A = \{x \mid 3x = 6\}$，问是否 $A = 2$？为什么？

4. 回答下列问题：

(1) 0 与{0}相同吗，为什么？

(2) {0}与 $\varnothing$ 相同吗，为什么？

(3) 0 与 $\varnothing$ 相同吗，为什么？

5. 指出下列集合哪些是空集，哪些是有限集合，哪些是无限集合.

(1)$\{x \mid x + 1 = 1\}$；

(2)$\{x \mid x^2 = 4, x \in R\}$；

(3)$\{x \mid -2x + 3 < 6\}$；

(4)$\{(x,y) \mid x \in R, y \in R\}$；

(5)$\{x \mid x^2 + 1 = 0, x \in R\}$；

(6)$\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$；

(7){小于 1000 的正整数的平方数}.

§1.2 集合之间的关系与运算

一、子集

1. 子集

对于两个集合 A 和 B,如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A.$$

读作"A 包含于 B"或"B 包含 A".

例如,集合$\{5,6\}$中的每一个元素都是集合$\{4,5,6\}$中的元素,因此$\{5,6\}$是$\{4,5,6\}$的子集,可记作

$\{5,6\} \subseteq \{4,5,6\}$ 或 $\{4,5,6\} \supseteq \{5,6\}$.

又如,在数集中:

$N \subseteq Z$; $Z \subseteq Q$; $Q \subseteq R$.

对于任何一个集合 A,因为它的每一个元素都属于 A,所以 $A \subseteq A$.

也就是说,任何一个集合是它本身的子集.

规定,空集是任何集合的子集,这就是说,对于任何集合 A,都有

$\varnothing \subseteq A$.

2. 真子集

如果 A 是 B 的子集,且 B 中至少有一个元素不属于 A,那么,集合 A 叫做集合 B 的真子集,记作

$$A \subset B \text{ 或 } B \supset A.$$

例如,集合$\{1,2\}$不但是集合$\{1,2,3\}$的子集,而且还是它的真子集,可记为

$\{1,2\} \subset \{1,2,3\}$.

又如，数集中：

$N \subset Z$；$Z \subset Q$；$Q \subset R$.

显然，空集是任何非空集合的真子集.

为了形象地说明集合之间的包含关系，通常用平面上的封闭区域内部表示一个集合，而区域内的点表示该集合的元素，这样的图形称为文氏图. 图1-2就是用文氏图表示A是B的真子集.

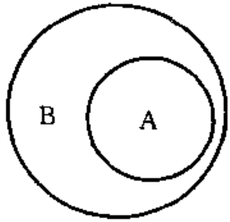

图1 2

例1 设集合 $M = \{0,1,2\}$，试写出M的所有子集，并指出M的真子集.

解：集合M有3个元素，现按元素个数从少到多，依次写出M的子集如下：

$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，

$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{1,2\}$，$\{0,1,2\}$.

集合的子集共有8个，其中除$\{0,1,2\}$外，其余都是M的真子集.

二、交集

我们来考虑§1.1的例1. 把A_1与A_2中所有相同的元素选出来，就可得到两批进货相同品种所组成的集合A_3，

$A_3 = \{$自行车，电饭煲，皮鞋$\}$.

A_3是由A_1与A_2的公共元素组成的集合，称为A_1与A_2的交集.

一般地，设A、B是两个集合，由既属于A又属于B的所有元素组成的集合，叫做集合A与B的交集，记作$A \cap B$，读

作“A 交 B”,即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

这里“$x \in A$ 且 $x \in B$”指的是元素 x 是 A 与 B 的公共元素．图 1-3 中的阴影部分表示集合 A 与 B 的交集．

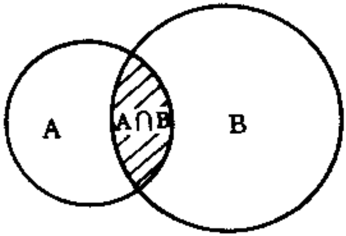

图 1-3

由图 1-3 可以看出：$A \cap B \subseteq A$；

$A \cap B \subseteq B$.

对于任何两个集合 A 与 B,显然有

$A \cap A = A$； $A \cap \varnothing = \varnothing$； $A \cap B = B \cap A$.

按照集合 A 与 B 的相互关系,它们的交集有如图 1-4 所示的四种情形(图中的阴影部分表示 $A \cap B$).

求集合的交集的运算叫做交运算．

例 2 设 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 = 0\}$， $B = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$,求 $A \cap B$.

解:将集合 A 与 B 用列举法表示为：

$A = \{-1,2\}$；　　　$B = \{1,2\}$.

因此 $A \cap B = \{-1,2\} \cap \{1,2\} = \{2\}$.

例 3 设 A = {矩形}, B = {菱形}, C = {三角形}，求 $A \cap B$ 和 $A \cap C$.

解：

A ∩ B = {矩形} ∩ {菱形}

　　= {既是矩形又是菱形} = {正方形}.

A ∩ C = {矩形} ∩ {三角形}

　　= {既是矩形又是三角形} = ∅.