

速算

下 册

褚鳳儀 著



商務印書館

速 算

——目 次——

下 册

第 三 章 應 用 計 算 表 之 速 算

第 一 節 乘 法 與 平 方 之 速 算

第 二 節 除 法 之 速 算

第 三 節 開 平 方 之 速 算

附 錄

半 方 表

倒 數 倍 數 表

第三章 應用計算表之速算

第一節 乘法與平方之速算

101. 甲乙二數相乘之積，等於甲乙相加後半數之平方，減去甲乙相減後半數之平方。

(證) 設 A, B 爲甲乙二數

$$\left(\frac{A+B}{2}\right)^2 = \frac{A^2+B^2+2AB}{4}$$

$$\left(\frac{A-B}{2}\right)^2 = \frac{A^2+B^2-2AB}{4}$$

$$\left(\frac{A+B}{2}\right)^2 - \left(\frac{A-B}{2}\right)^2 = \frac{A^2+B^2+2AB-A^2-B^2+2AB}{4} = \frac{4AB}{4}$$

$$\therefore AB = \left(\frac{A+B}{2}\right)^2 - \left(\frac{A-B}{2}\right)^2$$

附錄中之半方表即爲此而編製，凡四位數以下之乘法，均可檢查半方表直接求得。

例一 求 876×784

876	876	3
× 784	784	× 1
+1660	688900	3
- 92	2116	
	688784	
	3 ←	→ 3

例二 求 8937×7246

$$\begin{array}{r} 8937 \\ 7246 \\ \hline +16183 \\ -1691 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8937 \\ 65472372.25 \\ 714870.25 \\ \hline 64757502 \\ 0 \leftarrow \text{-----} \rightarrow 0 \end{array}$$

$\begin{array}{c} 0 \\ \uparrow \\ \downarrow \\ 0 \end{array}$

102. 五位數至八位數之乘法，可依下列步驟，應用半方表間接求得：

- (I) 將被乘數之右端四位數與乘數之右端四位數相乘；
- (II) 將被乘數之左端各位數（右端四位數以外之數）與乘數之右端四位數相乘；
- 將乘數之左端各位數（右端四位數以外之數）與被乘數之右端四位數相乘；
- (III) 將被乘數之左端各位數與乘數之左端各位數相乘；
- (IV) 將以上三步驟中所得各數相加，(II)之單位數置於(I)之右端第五位數之下(III)之單位數置於(II)之右端第五位數之下。

(證) 設 $10000a+b$ 為被乘數， $10000c+d$ 為乘數， b 與 d 為最大為 9999 之正整數， a 與 c 為最小為 1，最大為 9999 之整數。

$$(10000a+b)(10000c+d) = 100000000ac + 10000(ad+bc) + bd$$

例三 求 4875698×3923754

8754		
5698		
+14452	52215076	
- 3056	2334784	
	49880292	
8754		
487		
+9241	21349020.25	
- 8267	17085822.25	
	4263198	
5698		
392		
+6090	9272025	
- 5306	7038409	
	2233616	
48		
392		
+879	193160.25	
- 95	2256.25	
	190904	
49880292		
4263198	4875698	2
2233616	3923754	× 2
190904		4
19155418020252		

4 ← ————— → 4

例四 求 48765387×72489374

9374

5387

+14761

- 3987

9374

4876

+14250

- 4498

7248

5387

+12635

- 1861

7248

4876

+12124

- 2372

50497738

45707624

39044976

35341248

35341248

54471780.25

3974042.25

50497738

50765625

5058001

45707624

39910806.25

865830.25

39044976

36747844

1406596

35341248

~~48765387~~ 3

~~72489374~~ × 8

24

6 ← → 6

103. 九位數至十二位數之乘法，可依下列步驟，應用半方表間接求得：

- (I) 將被乘數與乘數中各位數字分為右端數字，中部數字與左端數字三部，自右而左，每四位一分；
- (II) 將被乘數之右端數字與乘數之右端數字相乘；
- (III) 將被乘數之中部數字與乘數之右端數字相乘；
將被乘數之右端數字與乘數之中部數字相乘；
- (IV) 將被乘數之左端數字與乘數之右端數字相乘；
將被乘數之中部數字與乘數之中部數字相乘；
將被乘數之右端數字與乘數之左端數字相乘；
- (V) 將被乘數之左端數字與乘數之中部數字相乘；
將被乘數之中部數字與乘數之左端數字相乘；
- (VI) 將被乘數之左端數字與乘數之左端數字相乘；
- (VII) 將(II)至(VI)五步驟中所得各數相加，後一步驟中各數之單位數置於前一步驟中各數右端第五位數之下。

(證) 設 $100000000a + 10000b + c$ 為被乘數， $100000000d + 10000e + f$ 為乘數， b, c, e, f 為最大為 9999 之正整數， a 與 d 為最小為 1 最大為 9999 之整數

$$(100000000a + 10000b + c)(100000000d + 10000e + f)$$

$$= 10^{16}ad + 10^{12}(ae + bd) + 10^8(af + be + cd)$$

$$+ 10^4(bf + ce) + cf$$

例五 求 $8394 \mid 8756 \mid 4386 \times 3873 \mid 6794 \mid 8172$

8172	
<u>4386</u>	
+12558	39425841
- 3786	3583449
	<u>35842392</u>
8756	
<u>8172</u>	
+16928	71639296
- 584	85264
	<u>71554032</u>
6794	
<u>4386</u>	
+11180	81248100
- 2408	1449616
	<u>29798484</u>
8394	
<u>8172</u>	
+16566	68608089
- 222	12321
	<u>68595768</u>
8756	
<u>6794</u>	
+15550	60450625
- 1962	962361
	<u>59488264</u>

4386	
<u>3873</u>	
+8259	17052770.25
- 513	<u>65792.25</u>
	16986978

8394	
<u>6794</u>	
+15188	57668836
- 1600	<u>640000</u>
	57028836

8756	
<u>3873</u>	
+12629	39872910.25
- 4883	<u>5960922.25</u>
	33911988

8394	
<u>3873</u>	
+12267	37619822.25
- 4521	<u>5109860.25</u>
	32509962

35842392

71554032

29798484

68595768

59488264

16986978

57028836

33911988

32509962

325190575332114581002392

~~839487584888~~ 8

~~387387948172~~ × 2

16

7 ← ————— → 7

104. 四位數以下之平方，可檢查半方表直接求得。

$$\begin{array}{l} \text{例六 求 } 8374^2 \qquad \qquad \qquad 4^2 = 16 \\ 8374 \times 2 = 16748 \text{ 查半方表得 } 70128876 \quad 7 \leftarrow \longrightarrow 7 \end{array}$$

105. 單位數為5之五位數之平方，可依下列步驟，應用半方表間接求得：

(I) 將單位數以外之數二倍後加一；

(II) 根據此數檢查半方表，並將表中數字之小數點移去。

(證) 設 $10a+5$ 為單位數為5之任何五位數， a 為最小為1000最大為9999之整數。

$$\begin{aligned} (10a+5)^2 &= 100a(a+1)+25 = 100 \left[\left(\frac{a+a+1}{2} \right)^2 - \left(\frac{a+1-a}{2} \right)^2 \right] \\ &+ 25 = 100 \left[\left(\frac{2a+1}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] + 25 = 100 \left(\frac{2a+1}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

例七 求 76385

$$\begin{array}{l} 76385 \times 2 + 1 = 152771 \text{ 查表去小數點得} \\ 5884868225 \qquad \qquad \qquad 2^2 = 4 \\ 4 \leftarrow \longrightarrow 4 \end{array}$$

106. 五位數至八位數之平方，可依下列步驟，應用半方表間接求得：

(I) 求右端四位數之平方；

(II) 求右端四位數與左端各位數相乘之積之二倍；

(III) 求左端各位數之平方；

(IV) 將以上三步驟中所得各數相加，(II)之單位數置於(I)之右端第五位數之下，(III)之單位數置於(II)之右端第五位數之下。

例八 求 8745687^2

$5687 \times 2 = 11374$ 查表得 32341969

5687

874

+6561 查表得 10761680.25

-4813 5791242.25

4970438× 2

9940876

$874 \times 2 = 1748$ 查表得 763876

32341969

9940876

763876

8745687

0

76487041101969

↑

↓

0 ← ————— → 0

例九 求 76548793^2

$8793 \times 2 = 17586$ 查表得 77316849

8793

7654

+16447 查表得 67625952.25

- 1139 查表得 324330.25

67301622× 2

134603244

$7654 \times 2 = 15308$ 查表得 58583716

77316849

134603244

58583716

76548793

4

5859717709758849

× 4

7 ← ————— → 7

16

107. 九位數至十二位數之平方，可依下列步驟，應用半方表間接求得：

- (I) 分各位數字為右端數字，中部數字與左端數字三部，自右而左，每四位一分；
- (II) 求右端數字之平方；
- (III) 求中部數字與右端數字相乘積之二倍；
- (IV) 求中部數字之平方；
求左端數字與右端數字相乘積之二倍；
- (V) 求左端數字與中部數字相乘積之二倍；
- (VI) 求左端數字之平方
- (VII) 將(II)至(VI)五步驟中所得各數相加，後一步驟中各數之單位數置於前一步驟中右端第五位數之下。

例十 求 438765948728 ：

$$4387 \mid 6594 \mid 8728$$

$$8728 \times 2 = 17456 \text{ 查表得 } 76177984$$

8728		
6594		
+15322	查表得	58690921
- 2134		1128489
		57552432
		× 2
		115104864

$$6594 \times 2 = 13188 \text{ 查表得 } 43480836$$

8728		
4387		
+13115	查表得	43000806.25
- 4341		4711070.25
		38289736
		× 2
		76579472

$$\begin{array}{r}
 6594 \\
 4387 \\
 \hline
 +10981 \\
 - 2207 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{查表得} \\
 30143590.25 \\
 1217712.25 \\
 \hline
 23927878 \\
 \hline
 \times 2 \\
 \hline
 57855756
 \end{array}$$

$$4387 \times 2 = 8774 \text{ 查表得 } 19245769$$

$$76177984$$

$$115104864$$

$$43480836$$

$$76579472$$

$$438765948728 \quad 8$$

$$57855756$$

$$\times 8$$

$$19245769$$

$$64$$

$$192515557763181924817984$$

$$1 \leftarrow \text{-----} \rightarrow 1$$

習題三十六

1—25應用平方表求下列各乘積：

1 876×634

2 487×927

3 8756×8947

4 6789×7854

5 7687×8326

6 4678×7254

7 8374×8674

8 7186×4382

- 9 6394×6187
 10 4672×7384
 11 43875643×3764832
 12 7694857×6328471
 13 4867543×8631782
 14 $3785.6438 \times 27.86943$
 15 $43.72865 \times 3.8769487$
 16 37826487×71248764
 17 43768294×38726754
 18 6789372×43718674
 19 46738274×61728656
 20 64732476×36718493
 21 $4378657486 \times 7487569487$
 22 $387569879845 \times 438758697384$
 23 $36875483286 \times 61748756438$
 24 $38728694872 \times 43727654487$
 25 $63748732864 \times 63748738429$

26—30應用半方表求下列各數之平方

題次	a	b	c	d	e
26	387	486	7286	5387	6473
27	4694	8716	3867	7592	8438
28	43875	52865	53745	58645	58725
29	58765	58785	58815	58925	58945
30	3786437	6394872	48765487	6374867	8374886

31—35應用半方表求下列各數之平方

題次	a	b	c
31	387567.89	4387693	487567869482
32	438672.86	3867894	387643828753
33	387467.53	4386937	38724387654
34	869784.73	3875643	68718753862
35	328756.74	4387682	38724386286

第二節 除法之速算

108. 除數為三位數以下之除法，可應用倒數倍數表，化除法為加法。

例一 求 $\frac{243}{37}$ 至小數三位為止

$$\frac{200}{37} = 5.405405$$

$$\frac{40}{37} = 1.081081$$

$$\frac{3}{37} = 0.081081$$

$$6.568$$

例二 求 $\frac{37}{483}$ 至小數四位為止

$$\frac{30}{483} = 0.0621118$$

$$\frac{7}{483} = 0.0144928$$

$$0.0766$$

例三 求 $\frac{432}{768}$ 至小數四位為止

$$\frac{400}{768} = 0.520833$$

$$\frac{30}{768} = 0.039063$$

$$\frac{2}{768} = 0.002604$$

$$0.5625$$

例四 求 $\frac{32.27}{476}$ 至小數四位為止

$$\frac{30}{476} = 0.0630252$$

$$\frac{2}{476} = 0.0042017$$

$$\frac{0.2}{476} = 0.0004202$$

$$\frac{0.07}{476} = 0.0001471$$

$$0.0678$$

109. 除數為四位數或四位數以上之除法，可應用倒數倍數表與比例法而求商數之近似值。

例五 求 $\frac{5380}{3876}$ 至小數四位為止

$$\frac{5380}{3876} = \frac{538}{387.6} \quad \frac{1}{387} \quad \frac{1}{388}$$

$$500 \quad 1.291990 \quad 1.288660$$

$$30 \quad 0.077519 \quad 0.077320$$

$$8 \quad 0.020672 \quad 0.020619$$

$$1.390181 \quad 1.386599$$

$$-1.386599$$

$$0.003582$$

$$\times 0.6$$

$$0.0021492$$

$$\begin{array}{r} 1.390181 \\ -0.0021492 \\ \hline 1.3880 \end{array}$$

例六 求 $\frac{8679}{7383}$ 至小數四位爲止

$$\frac{8679}{7383} = \frac{867.9}{738.3}$$

	<u>1</u>		<u>1</u>	
	738		739	
800	1.084011	6	1.082544	8
60	0.081301	4	0.081191	2
7	0.009485	8	0.009473	4
0.9	0.001220	5	0.001218	3
	<u>1.176017</u>	<u>5</u>	<u>1.174425</u>	<u>6</u>
	-1.174425	6		
	0.001592	8		
	× 0.3	× 3		
	<u>0.004776</u>	<u>24</u>		
	6 ← → 6			
	1.176017			
	<u>-0.0004776</u>			
	1.1755			

例七 求 $\frac{387}{48693}$ 至小數六位爲止

$$\frac{387}{48693} = \frac{3.87}{486.93}$$

	<u>1</u>		<u>1</u>	
	486		487	
3	0.00817284	1	0.00816018	2
0.8	0.00164603	8	0.00164271	3
0.07	0.00014403	3	0.00014374	1
	<u>0.00796296</u>	<u>3</u>	<u>0.00794867</u>	<u>6</u>
	-0.00794661	6		
	0.00001835	6		
	× 0.07*	7		
	<u>0.000001145</u>	<u>42</u>		
	+0.00794661*			
	0.007948			