



苏联大百科全书选譯

相对論 · 万有引力

高等 教育 出版 社

相对論·万有引力

林立成譯

高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺 7 号
(北京市书刊出版业营业許可證出字第 054 号)

人民教育印刷厂印装 新华书店发行

统一书号 13010 · 393 开本 787×1092^{1/16} 印张 14^{1/16}

字数 20,000 印数 1—2,500 定价 (8) 元 0.14

1959 年 9 月第 1 版 1959 年 9 月北京第 1 次印刷

相對論

內容：

- I. 旧的时空理論
- II. 相對論的基本原理
- III. 惯性参考系統和洛倫茲變換
- IV. 間隔概念
- V. 相對論的論証
- VI. 力學和電動力學的基本方程
- VII. 相對論方程的協變性
- VIII. 空間、時間和万有引力

相對論就是現代物理学的时空理論，這個名稱是在歷史上形成的。辯証唯物主義教導我們說，空間和時間是物質的存在形式。“世界上除了運動着的物質，什麼也沒有，而運動着的物質只有在空間和時間之內才能運動。”（列寧全集，第14卷，第179頁，人民出版社）。因此，也可以說，相對論是運動物質的空間-時間關係的學說。通常把相對論分為所謂“狹義相對論”（參閱第II—VII節）和所謂“廣義相對論”，廣義相對論的更正確的名稱是萬有引力理論（參閱第VIII節及萬有引力條）。

I. 旧的时空理論

在現代的时空觀念產生之前，有跟歐几里得、伽利略和牛頓這些名字相聯繫的时空觀念。人們首先假定，空間是三維的，遵從歐几里得幾何學（歐几里得幾何學的原理可以看作剛體的空

間性質的合理的数学抽象)。除了三維的空間流形之外，人們还考察了跟它无关的一維流形——时间。时间概念是由于研究物体运动規律而明确起来的，牛頓力学就是这些規律的最准确的表述。

对于时空理論說來，特別重要的是牛頓第一定律。根据这个定律，不受力作用的(例如，离开一切其它物体足够远的)物体匀速直線地运动着。这个定律的意义是：它断定有惯性参考系統(參閱該條)存在，在惯性参考系統中，其余的运动規律也都是正确的。为了強調這意义，可以把牛頓第一定律和第二定律表述如下：

I. 存在着一种参考系統，在这种参考系統中，不受力作用的物体匀速直線地运动着。

II. 在这种参考系統中，动量的变化率和作用力成正比，方向和作用力相同。

牛頓第三定律的表述和通常一样，而且它在这种参考系統中显然是正确的。

牛頓力学的定律都滿足伽利略相对性原理。根据这个原理，整个系統的匀速直線运动，并不影响系統內部发生的力学过程的进行。跟其它的物理学原理一样，伽利略相对性原理起源于經驗，并且是实验事实的合理概括。

在相对地作匀速直線运动的两个参考系統之間，坐标和時間都是用伽利略变换式来联系的(我們暫时停留在牛頓力学觀念的范围内)。这些变换式可以根据欧几里得几何学对空間的正确性、长度和時間間隔的不变性等假設推出。这些假設可以写成下列数学形式：

$$\begin{aligned}(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 = \\= (x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2 + (z'_1 - z'_2)^2,\end{aligned}\quad (1)$$

$$t_1 - t_2 = t'_1 - t'_2. \quad (2)$$

带撇的字母指新参考系統的变数，不带撇的字母指旧参考系統的变数。新旧变数間的最普遍的变换式，可以从下述各点得出：1)坐标和時間的参考原点的移动；2)坐标系的空間轉动，包括反射；3)下列形式的变换：

$$x' = x - V_x t; \quad y' = y - V_y t; \quad z' = z - V_z t, \quad (3)$$

$$t' = t, \quad (4)$$

这称为伽利略变换。式中的常数 V_x , V_y , V_z 的物理意义是：一个参考系統相对于另一个参考系統的分速度。

以三維的矢量記号表示，伽利略变换可写成：

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V} t; \quad t' = t. \quad (3')$$

公式(4)虽然简单，但應該特別加以注意的是：它肯定了時間的絕對性。根据这个公式，两事件（即使相互远离的两事件）的同时性是一个絕對的概念，跟任何附加条件无关。

由此可見，伽利略变换式是一些假設的結果，这些假設是以欧几里得——伽利略——牛頓的时空理論为基础的。

我們可以根据物理学后来的发展，来評定这个理論的优点和缺点。空間理論的数学形式（欧几里得几何学）非常完美，跟自然界的符合又极其准确，这些无疑是优点。欧几里得几何学的准确性是这样大，以致它独占地統治了 2000 年；而必須罗巴切夫斯基的天才，才能建立新的更普遍的一种几何学，才能对欧几里得几何学在物理空間的适用性提出怀疑。

上述时空理論和物体运动理論（牛頓力学）有着联系，是它的进一步的优点。至于空間和時間的联系，在上述理論中是显得远远不够的。对匀速直線运动的理論，空間和時間的联系曾起了特別重要的作用，但这种联系就仅仅显示在这一作用中，建立空間和時間的密切得多的联系，是相对論的功績。相对論是

爱因斯坦（参阅该条）創立的，但洛倫茲（参阅该条）为相对論作了准备。

II. 相对論的基本原理

相对論采取了旧理論的一些基本原理，沒有加以改变，这些原理就是：欧几里得几何学对空間的正确性，牛頓第一定律和广义的伽利略相对性原理。广义的伽利略相对性原理是說：“整个封闭物质系統的匀速直線运动，并不影响在系統内部发生的过程的进行。”这一句話表示相对論不仅适用于力学过程，而且也适用于封闭系統内部的所有其它过程（其中包括电磁过程）。相对論把这原理跟“光速不变原理”結合在一起，根据光速不变原理，光速与光源速度无关。

相对論的基本原理，最好是概括为相对性原理和自由空間中光波波陣面傳播定律的結合。

若

$$\omega(x, y, z, t) = \text{const} \quad (5)$$

是运动着的波面的方程，那么，光波波陣面的傳播定律有如下形式：

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)^2 - \left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 \right] = 0. \quad (6)$$

这个定律是从电磁場方程（麦克斯韦方程）推出的。根据相对論，不論那一种作用（包括重力作用）的傳播，都有一个极限速度，而这极限速度等于自由空間中的光速。

相对論的基本假設就是：方程(6)虽然是从麦克斯韦方程推出的，跟光波的特性沒有关系，但有着十分普遍的性质，不論是那种性质的波陣面以极限速度傳播，这种傳播都跟方程(6)有关。这假設的一切推論完全为實驗証实。

方程(6)是下述事实的数学表达式：波面(波陣面)上的所有各点沿着波面的法綫方向以等于光速的常速度运动着。光綫就是由这些点的轨迹所确定的，它的直綫性也可从方程(6)推得。方程(6)反映了这样的事实：空間的几何学是欧几里得几何学。最后，它包含了光速跟光源速度无关的断言。

方程(6)具有基本的性质，因此可以把它作为整个时空理論的基础。首先要注意，在确定空間概念时以及在几何量的測量方法中，光和光的傳播定律起着基本的作用。虽然长度标准(剛尺)的不变性，已經利用把长度标准与光波波長进行比較的方法檢驗过了(光波波長的不变性是量子規律所决定的)。但利用剛尺只能測定很短的距离，較长的距离通常就用三角測量(參閱該條)法来确定。但三角測量的根据是光綫的直綫性和欧几里得几何学的适用性，而这两者都已包含在方程(6)中了。

三角測量早已用来測量地面距离。何况，当我们涉及天文距离时，那就更不能用什么剛尺来測量了。因此，我們的距离概念(因而，几何概念也是这样)跟光的傳播定律的联系，比起跟剛体性质的联系来，要密切得多。

在原則上，无线电大地測量和无线电定位是确定距离的特別重要的方法。然而，这些方法也是以利用电磁波傳播定律为根据的，归根到底，就是以方程(6)为根据的。

所有这些考慮証明了这样的事实：表述为方程(6)那样形式的自由空間中的光波波陣面傳播定律，表达着空間和時間的性质。

III. 惯性参考系統和洛倫茲变换

在相对論中，可以基于牛頓第一定律和波陣面傳播定律，来

定义慣性参考系統。在旧理論中，牛頓第一定律要求有慣性参考系統存在，这就可以看作空間和時間性質的表征。在新理論中，这些性质，是利用慣性参考系統的新定义来表征得更完善。我們可以作如下的断言：

I. 空間和時間的性质是这样的：有一种参考系統存在，在这种参考系統中：1) 凡不受力作用的物体都作匀速直綫运动，2) 波陣面傳播定律有(6)的形式。从現在起，我們把这种参考系統称为慣性参考系統。

我們可以把相对性原理跟这个論斷放在一起，相对性原理已在第二节中表述过了，它是說：

II. 整个封閉物質系統的匀速直綫运动，不影响在系統內部发生的过程的进行。

原理 I 可以看作牛頓第一定律的推广，原理 II 可以看作伽利略相对性原理的推广。

从原理 I 和原理 II 可以推知，如果已經有一个慣性参考系統，那么，相对于这个系統作匀速直綫运动的其它一切系統也是慣性系統。因而，就发生了这样的問題：如何建立从一个慣性系統轉到另一个慣性系統的轉換規則，确切些說，就是如何建立一个慣性参考系統中的坐标和时间 (x', y', z', t') 跟另一个慣性参考系統中的坐标和时间 (x, y, z, t) 之間的函数关系。可以利用純粹的数学方法，根据原理 I 所包含的慣性参考系統的定义，来建立这种关系的最普遍的形式。可以証明，这种变换式必定是綫性的，并使下式保持不变：

$$\begin{aligned} c^2(t'_1 - t'_2)^2 - [(x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2 + (z'_1 - z'_2)^2] &= \\ = c^2(t_1 - t_2)^2 - [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2], \end{aligned} \quad (7)$$

这与伽利略变换式使表达式(1), (2) 保持不变相类似。对于无限接近的两点和无限小的时间間隔，不变式(7)采取如下形式：

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (8)$$

从一个惯性参考系统轉到另一个惯性参考系統的新变换式称为洛倫茲变换式。

最普遍的洛倫茲变换可从下述各處得出：1) 坐标和时间的参考原点的移动，2) 坐标系的空間轉動，包括反射，3) 如下形式的变换(以三維的矢量記号表示)：

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{V}^2}{c^2}}} - 1 \right) \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{V}^2} (\mathbf{V} \cdot \mathbf{r} - \mathbf{V}^2 t) \quad (9)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{V}^2}{c^2}}} \left[t - \frac{1}{c^2} (\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}) \right]. \quad (10)$$

公式(9)和(10)是伽利略变换式的推广。不难看出，当 $\mathbf{V}^2 \ll c^2$ 时，公式(9)和(10)便化为伽利略变换式。跟伽利略变换式中的 \mathbf{V} 一样，这里的 \mathbf{V} 也是两个参考系统的相对运动速度。

如果把 \mathbf{V} 的方向作为 x 軸，那么，公式(9)和(10)便取下列形式：

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z \quad (9')$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (10')$$

在这里，非常重要的事是，时间也受到变换。这就引起了长度概念和期間概念的相对性。

在旧理論中，物体的坐标也不是物体本身所固有的量，它是表达物体对于某一参考系統的关系(物体的相对位置)。同样，关于任一事件发生的时间，也可以說，当指出一个时刻时，总是指一定的時間参考原点而言。但在新理論中，为了指出物体的

长度和過程的期間，并不需要引用參考系統，因為長度和期間是由公式(1)和(2)確定的，跟參考系統沒有關係。

在新理論中，就不是這樣了，因為公式(1)和(2)不再成立。現在，不論是長度，還是時間間隔，都依賴於物体或過程對參考系統的關係。相對於高速地運動著的參考系統，跟相對於低速或靜止的參考系統比較起來，同一過程將較慢地進行，而長度會沿運動方向縮短（洛倫茲收縮）。這種現象的原因，是因為客體對參考系統的關係發生了變化。應該強調指出，物体或過程對參考系統的關係是客觀的（不依我們的意識轉移），就跟物体的一切物理性質和其它性質一樣。

IV. 間隔概念

我們來討論兩個限制在點處發生的事件，即討論兩個點-瞬間。設在某一參考系統中，其中一個事件的坐標和時間是 (x_1, y_1, z_1, t_1) ；另一事件的坐標和時間是 (x_2, y_2, z_2, t_2) 。在這個參考系統中，它們之間的空間距離將等於：

$$r_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}, \quad (11)$$

它們之間的時間間隔將等於 $t_2 - t_1$ 。讓我們來比較一下，這個時間間隔和光通過距離 r_{12} 所用的時間（等於 $\frac{1}{c}r_{12}$ ）。如果這兩事件的時間間隔這樣大，使得

$$|t_2 - t_1| > \frac{1}{c}r_{12}, \quad (12)$$

那麼，在通常意義上說來，這兩個事件是順序的，即其中一事件將先於另一事件。因為不等式(12)可寫成下列形式：

$$c^2(t_1 - t_2)^2 - r_{12}^2 > 0, \quad (13)$$

而上式的左邊是一個不變量，所以兩事件是順序的這一性質，跟

参考系統无关，因而，在这个意义上說來，這一性质是絕對的。

正量

$$T = \sqrt{(t_1 - t_2)^2 - \frac{1}{c^2} r_{12}^2} \quad (14)$$

也跟参考系統无关，它称为类時間隔。

如果这两事件的距离 r_{12} 这样大(或間隔 $t_2 - t_1$ 这样小)，使得

$$-\frac{1}{c} r_{12} < t_2 - t_1 < \frac{1}{c} r_{12}, \quad (15)$$

那么，不等式(15)中的差 $t_2 - t_1$ 的數值甚至符号都将依赖于参考系統；不指出参考系統，就不能談到那一个事件先于或后于另一事件，在这样的意义上說來，这两个事件实际上是同时发生的。

在这种場合，这两个事件称为准同时事件。不等式(15)可以写成下列不变式：

$$c^2(t_1 - t_2)^2 - r_{12}^2 < 0 \quad (16)$$

正量

$$R = \sqrt{r_{12}^2 - c^2(t_1 - t_2)^2} \quad (17)$$

称为这两个事件之間的类空間隔。

限制在点处发生的事件分为順序的(有类時間隔 T)和准同时的(有类空間隔 R)，这反映了空間和時間的深刻的性质，因此具有重大的原則性意义。讓我們来指出这种划分和因果律的关系。两个事件必須是順序的，其中一个事件才可能是另一事件的原因。同时，彼此之間有因果关系的两个事件之間的順序性，保持有絕對的性质，即原因总是先于結果。另一方面，对于准同时事件，差 $t_1 - t_2$ 就沒有絕對性；特別是，同时性概念是相对的，在一个参考系統中是同时的，在另一个参考系統中就不是同时的。

因为运动物体的长度，是这物体的两端在同一时刻的位置之間的距离，所以，同时性概念的相对性显然将导致长度的相对性（在第Ⅲ节末提到过的洛倫茲收缩）。

V. 相对論的論証

相对論所以产生在 20 世紀初，是因为在当时需要把运动物体的电动力学中所确立的一些实验事实綜合起来。迈克耳孙实验（參閱該集）是这些实验中的一个，这个实验證明，光各向同性地（以同一速度）向一切方面傳播，并且地球沿其轨道的运动并不扰动这种各向同性（根据光的力学理論，这样的扰动是能够产生的，光的力学理論利用了至今还存在的宇宙以太或世界以太的概念，它在 19 世紀占統治地位）。德西捷尔考慮了双星所发出的光的速度，这可以用来論証在第Ⅱ节中說过的光速与光源速度无关的假設：假如向我們靠近来的星体发出的光的速度，比离远去的星体发出的光大，那么，双星沿其轨道的視运动将会是不規則的，但在事实上，这并沒有觀察到。因此，可以認為，在第Ⅱ节中表述的相对論基本原理也已用直接实验驗証过了。

然而，对于相对論最好的証明，是把相对論应用到物理学的各个領域（主要是經典力学，量子力学，量子电动力学和基本粒子理論）所取得的无数成就。原子能的全部學說完全根据相对論所建立的质量和能量的关系式[參閱下面的公式(25)]。

VI. 力学和电动力学的基本方程

讓我們引入經典力学的基本方程和電动力学的基本方程——麦克斯韦-洛倫茲方程組。用三維的矢量記号时，这个方

程組有下列形式：

$$\text{rot } \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0; \quad \text{div } \mathbf{H} = 0; \quad (18a)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi\rho; \quad (18b)$$

式中， \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 是电場矢量和磁場矢量， ρ 是电荷密度， \mathbf{j} 是电流密度 ($\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$ ，这里， \mathbf{v} 是电荷的运动速度)。后面两个量满足下列关系式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0, \quad (19)$$

这个关系式表达电荷守恒定律。

用坐标形式时，方程(18a)可写成：

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0 \text{ 等等}, \quad (18'a)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial x} = 0,$$

方程(18b)取下列形式：

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} j_z \text{ 等等}, \quad (18'b)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} + \frac{\partial E_y}{\partial x} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = 4\pi\rho$$

关系式(19)可化为下列形式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = 0, \quad (19')$$

而

$$j_x = \rho v_x, \quad j_y = \rho v_y, \quad j_z = \rho v_z. \quad (19'')$$

这个方程组完全满足从空间和时间性质推出的相对论要求，这种要求就是：即使按洛伦兹变换式(9)和(10)转到新的坐

标和时间 r' 和 t' , 并且, 即使随着这一转换同时发生场矢量 E 和 H 以及量 ρ 和 j 的对应变换, 而方程组(18)—(19)仍取自己原先的形式。方程的这个特性称为协变性。刚才所說的场矢量变换可以写成:

$$E' = \frac{\mathbf{V}}{V^2}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{E}) + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \left\{ \mathbf{E} - \frac{\mathbf{V}}{V^2}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{E}) + \frac{1}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{H}] \right\} \quad (20)$$

$$H' = \frac{\mathbf{V}}{V^2}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{H}) + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \left\{ \mathbf{H} - \frac{\mathbf{V}}{V^2}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{H}) - \frac{1}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{E}] \right\}$$

如果速度 \mathbf{V} 的方向和 x 轴相同, 那么, 采取分量形式时, (20) 的前三个方程可以写成:

$$E'_x = E_x; \quad E'_y = \frac{E_y - \frac{V}{c} H_z}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad E'_z = \frac{E_z + \frac{V}{c} H_y}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (20'a)$$

类似地, 磁场表达式可写成:

$$H'_x = H_x; \quad H'_y = \frac{H_y + \frac{V}{c} E_z}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad H'_z = \frac{H_z - \frac{V}{c} E_y}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (20'b)$$

为了获得密度和电流矢量的变换式, 可在(9)和(10)式中, 用 ρ 代替 t , 用 j 代替 r [这对应于在(9')和(10')式中, 用 ρ 代替 t , 以 j_x, j_y, j_z 代替 x, y, z]。在 E' 的表达式中, 不仅含有 E , 还含有 H ; 而在 H' 的表达式中, 不仅含有 H , 还含有 E , 这一情况表明, 电场和磁场间存在着密切的联系。于是, 纯粹的电场 E (当 $H=0$), 在运动着的参考系统中, 就不仅转变为电场, 还转变为磁场 ($H' \neq 0$)。

其次, 我们来指出在外场中的带电质点(质量 m , 电荷 e)的

运动方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \right) \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}). \quad (22)$$

方程(22)是方程(21)的结果,但由于它的重要性,我們把它单独写出来了。

用分量形式时, (21)中的第一个方程可以写成:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mv_z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = e \left\{ E_z + \frac{1}{c} (v_y H_z - v_z H_y) \right\}, \quad (21')$$

方程(22)将取下列形式:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = e(v_z E_z + v_y E_y + v_x E_x). \quad (22')$$

方程(21)和(22)也具有协变性, 即把(9)–(10)式中的坐标和时间变换以获得电磁场的变换(20)时, 这两个方程保持不变。

在方程(21)的右边, 是洛伦兹力的表达式, 洛伦兹力不仅依赖于电场, 还依赖于磁场。在(22)式的右边是功率, 即单位时间内场对粒子所作的功。洛伦兹力和相应的功率使下列两个量发生变化:

$$\mathbf{P} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \mathbf{W} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (23)$$

这两个量在方程(21)和(22)对时间求导数的符号旁边。其中第一个量应解释为粒子的动量, 第二个量应解释为粒子的能量。事实上, 根据一般的力学原理, (23)中的两个量的变化, 一定分

別等于動量和能量的變化。從量的變化轉到量本身時，會出現一個常數，這個常數決定於協變性要求：量 P 和 $\frac{W}{c^2}$ 一定要組成四維矢量（即當轉到新的參考系統時，它們象 r 和 t 那樣地變換）。同時可以得出，當 $v=0$ 時，有 $P=0$ ，這是跟舊觀念符合的。但當 $v=0$ 時，能量 W 的值並不等於零：

$$W_0 = mc^2. \quad (24)$$

這個結果跟舊觀念相矛盾，但完全為實驗所証實。只要把 M 理解為依賴於速度的量

$$M = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (25)$$

那麼，質量和能量的類似關係式

$$W = mc^2 \quad (26)$$

對任意速度也能成立。量 M 應當作為質量概念的合理推廣。在動量 P 的表達式(23)中，它就是速度 v 旁邊的因子。量 M 簡稱質量，量 m 稱為靜止質量。與此對應，量 W 簡稱能量，量 W_0 稱為靜止能量。

方程(21)和(22)，已為一直到近於光速的最高速實驗所証實（參閱宇宙射線、帶電粒子的加速器等條）。同時，還驗証了質量 M 對速度的關係式，這個關係式適用於一切物体。它表明：當物体的速度接近於光速時，物体的質量便無限地增大。因此，根據相對論，不論在那一個參考系統中，凡是靜止質量不等於零的物体都不能達到光速。這個情況直觀地証實了光速的極限性質。

質量和能量的關係式(25)有極普遍的性質；它不僅對於這裡討論過的情況，即靜止質量恆定的質點是正確的，就是對於任何的混合物体或物体系統，在它們的內部可能發生改變靜止質

量的过程，关系式(25)也是正确的。这个关系式表达了质量和能量成正比的基本定律。这个定律的建立，指出了与实物相联系的能量轉变为与辐射相联系的能量的可能性，因而成了整个现代原子核物理学的基础。

VII. 相对論方程的协变性

相对論建立了空間和時間的密切联系，这是它的基本的原则性意义。相对論加之于物理定律公式的那些普遍要求，即方程协变性的要求，就是这种联系的反映。方程协变性的要求是說：一个惯性参考系統中写出的方程，在数学上，必須相当于其它任何惯性参考系統中写出的同一形式的方程。因为从一个慣性系統轉到別的慣性系統，是通过洛倫茲变换来进行的，所以，这里所指的，就是对于洛倫茲变换的协变性。方程的协变性的一般形式，是应用特殊的数学工具，即四維空-时流形中的矢量計算和張量計算（以及旋量計算）來得到的。在第 VI 节中所討論的場方程組(18)–(19)和运动方程(21)–(22)，都是协变方程的重要例子。

根据方程协变性的要求，人們建立了各种物理量的关系，例如，电場和磁场的关系[公式(20)]，或能量和动量的关系，或一系列被能量張量所統一起来的各个量（密度，能流，动量，張力）的关系。在这些关系中，有許多已經在以前通过實驗途徑摸索出来，但相对論指出，这些关系乃是空間和时间的一般性质所造成的，因而，首先确定了它们的根源和普遍性质。

不論在經典物理領域，还是在量子物理領域，要研究新現象和发现新規律，就必须掌握从相对論推出的协变性要求。例如，我們已經看到，从协变性考慮推出了质量和能量成正比的基本