



中 華 文 庫

初 中 第 一 集

比 例 及 百 分

朱 彥 頻 編

中 華 書 局 印 行



61 / 101

民國三十七年一月發行
民國三十七年一月初版



編

者

朱

彥

頰

發

行

人

李

虞

杰

中華書局股份有限公司代表

印

刷

者

上海澳門路八九號
中華書局永寧印刷廠

發

行

處

各埠中華書局

中華文庫
初中第一集
比例及百分（全一冊）
◎定價國幣二元五角

（郵運費另加）

編 例

1. 本書敘述算術中的比例及百分法兩部門，供初中程度學生自修及補習之用。

2. 本書解釋理法，不厭其詳，務期學者有無師自通之樂。

3. 本書敘述每種方法，最後都提綱挈領，顯示其要點所在，取便記憶。

4. 本書設例不嫌求多，目的在必使學者十分明了而後已；搜羅習題，也很豐富，目的在使學者習練精熟。

5. 述比例算法時，極注意於與四則算法的比較，一面既可以求其各種算法的匯通，一面又可以使其明了比例算法的根源。

6. 處處與人生日用及其他各學科上的事例互相聯絡，務使學者習其術而得其用。

7. 百分應用問題，都與國家政令法規有關係。政令法規時有改革，所以本書所述的難免有過時之處，但當隨時修改，以適應時代。

8. 利息亦屬百分法的應用，但本書因限於篇幅，未曾列入。其實利息算法，至為繁複，且為用甚廣，理當自成一編，亦不應讓它侷處在本書的一隅。

9. 編者才疏學淺，自然缺點很多，渴望方家指正，俾得隨時修改。

比例及百分目次

第一章 比	
1. 比的意義	1
2. 比的符號	1
3. 比與除	2
4. 比與分數	2
5. 比值	2
6. 前項、後項、比值的關係	2
7. 比的大小	3
8. 比值的概算	3
9. 比重	3
10. 倒數	5
11. 反比與正比	6
12. 複比與單比	6
13. 連比	7
第二章 比例	10—46
1. 比例的意義	10
2. 比例式	10
3. 比例的定理	10

4. 比例式的解法	10
5. 比例中項	11
6. 正比例	13
7. 反比例	14
8. 正反比例的解法	15
9. 正比例解法的例	16
10. 反比例解法的例	17
11. 正反比例與四則解法	18
12. 複比例	19
13. 複比例式的解法	20
14. 複比例題的解法	21
15. 複比例題的四則解法	23
16. 配分比例	24
17. 配分比例題的解法	26
18. 配分比例與四則算法	26
19. 連鎖比例	28
20. 連鎖比例的解法	28
21. 連鎖比例題解法的例	30
22. 連鎖比例題的四則解法	31
23. 混合比例	32
24. 求平均價	32
25. 求混合比	33

26. 求混合量	35
27. 混合比例題的四則解法	38
第三章 百分法	47—73
1. 百分比	47
2. 百分法	47
3. 百分比的寫法和讀法	47
4. 百分比的用途	49
5. 百分比與小數	50
6. 百分比與分數	51
7. 百分比與子數及母數	52
8. 母子和與母子差	53
9. 由母數及子數求百分比	54
10. 由母數及百分比求子數	56
11. 由子數及百分比求母數	57
12. 由母數及百分比求母子和	59
13. 由母數及百分比求母子差	61
14. 由母子和及百分比求母數	62
15. 由母子差及百分比求母數	63
16. 由母子和與母數或子數求百分比	64
17. 由母子差與母數或子數求百分比	65
18. 百分比的加減	66

19. 百分比的乘除	67
20. 內折與外折	68
21. 內折與外折的計算	69
22. 內折與外折的互化與比較	70
 第四章 百分法的應用	 74—99
1. 賺賠	74
2. 折扣	76
3. 佣錢	79
4. 保險	81
5. 租稅	84
6. 百分比較表及圖	91

比 例 及 百 分

第 一 章 比

1. 比的意義 我們比較數量的大小，通常有兩種方法：

第一：比較同類數量相差多少，譬如 2 尺比 1 尺多 1 尺；56 比 100 少 44。

第二：比較同類數量的倍數大小，譬如 6 兩是 3 兩的 2 倍；56 是 8 的 7 倍。

第一種比較，是比較兩數量的差數，其結果稱為較。譬如 2 尺與 1 尺的較為 1 尺，56 與 100 的較是 44。

第二種比較，是比較兩數量的倍數，其結果稱為比。譬如 6 兩與 3 兩的比是 2，56 與 8 的比是 7。

只有同類數量可以求較，也只有同類數量才可以求比。又兩名數的較仍為同一名數，但兩名數的比都是不名數。

從此可得比的定義如下：

以一量測另一同類量所得的倍數叫做比。

2. 比的符號 比的符號為“:”。譬如 56 與 8 的比應寫作 56:8；6 兩與 3 兩的比，應寫作 6 兩:3 兩。

在“:”號之前的一項叫做前項；在“:”號之後的一項叫做後項。例如 56:8 的比中，56 是前項，8 是後項；6 兩:3 兩的比

中，6兩是前項，2兩是後項。

3. 比與除 比其實與除相類。比的前項就是被除數，比的後項便是除數。不過名數可以給不名數所除，這便是所謂等分除法；在比卻不能將名數與不名數相比，這便是比與除的不同之點。

例如 $56:8=56\div8$ ，6兩：2兩 = 6兩 $\div$ 2兩；但 6兩：3是不成立的，6兩 $\div$ 3卻是可以的。

4. 比與分數 比也與分數相類。比的前項相當於分子，後項相當於分母。分數有真假，比也有優劣。前項比後項小的叫劣比，如 3:7；前項比後項大的叫優比，如 11:5。

分數可以擴分，又可以約分；比也可以擴比和約比。

例如：3:7=6:14=9:21，這便是擴比；

70:35=14:7=2:1，這便是約比。

應用此理，可以將各種形式的比化為最簡整數比。如

$$7.2:0.8=72:8=9:1; \quad \frac{3}{4}:\frac{5}{6}=\frac{9}{12}:\frac{10}{12}=9:10.$$

5. 比值 以比的後項除前項所得的結果叫比值，或比率。這便是兩同類量相比而得的倍數。

例如： $56:8=56\div8=7$ ，6兩：2兩 = 6兩 $\div$ 2兩 = 3，其中的 7 和 3 都是比值。

6. 前項、後項、比值的關係 從上文所述的意義，可知

$$\text{比值} = \text{前項} \div \text{後項};$$

由此可推得

$$\text{前項} = \text{後項} \times \text{比值};$$

$$\text{後項} = \text{前項} \div \text{比值}.$$

關於比的種種計算，全以此三式為根據。

7. 比的大小 比的大小，由比值來判定。

例 1. 3:5 與 6:7 孰大？

$$3:5 = \frac{3}{5} = \frac{21}{35},$$

$$6:7 = \frac{6}{7} = \frac{30}{35}.$$

因 $\frac{30}{35} > \frac{21}{35},$

$$\therefore 6:7 > 3:5.$$

例 2. 比較 $1:3.125$, $\frac{5}{6}:\frac{3}{8}$, $31:80$ 的大小。

$$1:3.125 = 1 \div 3.125 = 0.32,$$

$$\frac{5}{6}:\frac{3}{8} = \frac{20}{24}:\frac{9}{24} = 20:9 = 20 \div 9 = 2.2,$$

$$31:80 = 31 \div 80 = 0.3875,$$

$$\therefore \frac{5}{6}:\frac{3}{8} > 31:80 > 1:3.125.$$

8. 比值的概算 遇位數很多的數相比，而只須求得其大概的比值時，可用概略算法，以省麻煩。

比值的概算法，可將比的前項與後項分別割去末尾的相當位數，然後用四捨五入法計算。

例如：求 $797654:2396378$ 的概值。

$$797654:2396378 = 80:240 \doteq \frac{80}{240} = \frac{1}{3} \doteq 0.3.$$

9. 比重 以甲物質與體積相同的另一物質乙比較重量，求出其重量的比，并算出其比值，這比值便是甲物對乙物的比重。

普通所說的比重，都是指物質與純水相比所求得的比值。譬如說鐵的比重為 7.8，便是說拿鐵與同體積的純水相比，則鐵與純水重量之比的比值為 7.8。

因為純水 1 公升，在攝氏 4° 時重 1 公斤，所以鐵 1 公升便重

$$1 \text{ 公斤} \times 7.8 = 7.8 \text{ 公斤.}$$

如有鐵 25 公升，則重 $7.8 \text{ 公斤} \times 25 = 195 \text{ 公斤}$ 。

由此，可知關於比重，可以有下列的三種計算：

(1) 知一物質的比重與體積，求該物的重量。

(2) 知一物質的體積與重量，求該物的比重。

(3) 知一物質的比重與重量，求該物的體積。

這完全與第 6 節中的三種關係相同，學者可以自己比較參詳。

茲錄普通物質的比重如下：

鋁	2.58	玻璃	2.6	松樹	0.5
鉛	11.3	金	19.3	橡樹	0.8
黃銅	8.5	銀	10.5	鋅	7.1
鎳	8.9	錫	7.3	汽油	0.75
銅	8.9	鐵	7.8	酒精	0.79

例 1. 銀的比重為 10.5，求 81 立方寸之銀的重量。

$$1 \text{ 升} \times (81 \text{ 立方寸} \div 27 \text{ 立方寸}) = 3 \text{ 升} = 3 \text{ 公升,}$$

$$\therefore 10.5 \text{ 公斤} \times 3 = 31.5 \text{ 公斤} = 63 \text{ 市斤. 答 63 市斤.}$$

例 2. 牛奶的比重是 1.03，求 12.36 公斤的牛奶有幾升。

$$12.36 \text{ 公斤} \div 1.03 = 12 \text{ 公斤} \cdots \cdots \text{同體積純水之重}$$

$$1 \text{ 公升} \times 12 = 12 \text{ 公升} \cdots \cdots \text{純水的體積}$$

牛奶與水同體積，故牛奶亦為 12 公升，即 12 市升。

習 題 一

(1) 求下列各比的倍：

(a) $30:4\frac{7}{12}$,

(b) $1.25:2\frac{3}{4}$,

(c) $\frac{3}{4}$ 尺: $1\frac{2}{5}$ 尺,

(d) 12分:4時,

(e) 21斤:7斤.

(2) 華氏寒暑表與攝氏寒暑表度數的比.

(3) 時計上時針與分針旋轉速度的比是什麼?

(4) 比較下列各比的大小:

(a) 16:18 與 7:8,

(b) $\frac{4}{7}:1\frac{1}{2}$ 與 $1\frac{5}{6}:2\frac{1}{3}$,

(c) $0.1:0.35$ 與 $0.8:0.75$,

(d) $60:45, 3\frac{1}{2}:3$ 與 $1:0.6$.

(5) 化下列各比為最簡整數比:

(a) $7.2:0.8$,

(b) $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}$,

(c) $\frac{5}{12}:\frac{31}{30}$,

(d) $1.0:0.7$.

(6) 甲數等於乙數的 $\frac{5}{7}$, 求甲數與乙數的最簡整數比.(7) 比值為 $3\frac{1}{2}$, 後項為1.5, 求前項.(8) 比值為 $\frac{3}{2}$, 前項為1.5, 求後項.

(9) 什麼數與12的比等於3:2?

(10) 我國與日本的面積與人口如下表:

我國	9990000 方公里	470000000 人
日本	382000 方公里	72220000 人

求兩國面積與人口的概比.

(11) 金的比重是19.26, 求91.8立方寸的金重幾斤.

(12) 錫的比重是7.3, 求54.75公斤的錫有幾立方寸.

(13) 海水與牛奶的比重都是1.03, 如果用海水混在牛奶中, 比重會改變嗎?

(14) 酒精五升, 重3.95斤; 問酒精的比重如何?

10. 倒數 $\frac{5}{8}$ 與 $\frac{8}{5}$, 剛剛是分子分母互相倒轉之數, 這叫做互為倒數. $\frac{8}{5}$ 是 $\frac{5}{8}$ 的倒數, $\frac{5}{8}$ 也是 $\frac{8}{5}$ 的倒數. 又5可以寫為

$\frac{5}{1}$, 所以 $\frac{1}{5}$ 是 5 的倒數, 而 5 又是 $\frac{1}{5}$ 的倒數.

總而言之, 分母、分子互相顛倒的數, 互為倒數.

11. 反比與正比 和倒數相似, 凡是前項、後項互相顛倒的比, 互為反比. 例如 5:8 是 8:5 的反比, 8:5 也是 5:8 的反比; 同樣, 1:5 是 5:1 的反比, 5:1 也是 1:5 的反比.

兩個互為反比的比中, 一個稱為反比, 則另一個便是正比. 例如 5:8 是正比, 則 8:5 是反比, 如果以 8:5 為正比, 則 5:8 就是反比.

例. 如有一工程, 甲作之 7 日可成, 乙作之 5 日可成, 則

甲與乙工作日數之比為 7:5;

甲與乙工作能力之比為 $\frac{1}{7} : \frac{1}{5} = 5:7$.

從此可見工作能力之比恰為工作日數之反比.

由上知 $\frac{1}{7} : \frac{1}{5} = 5:7$, 恰為 7:5 的反比, 而 $\frac{1}{7}$ 是 7 的倒數,

$\frac{1}{5}$ 是 5 的倒數, 所以原比各項倒數之比, 為原比的倒比.

12. 複比與單比 二個以上的比, 前項與前項, 後項與後項, 分別相乘而合成的比, 叫做複比. 對複比而稱只有一個前項一個後項的比叫單比.

例如求 2:3, 4:5, 6:7 的複比, 可以記為

$$\left. \begin{array}{l} 2:3 \\ 4:5 \\ 6:7 \end{array} \right\} = (2 \times 4 \times 6) : (3 \times 5 \times 7).$$

但 $(2 \times 4 \times 6) : (3 \times 5 \times 7) = \frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 5 \times 7} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = (2:3) \times (4:5) \times (6:7)$, 所以複比的比值, 等於其所含各單比比值的連乘積。

茲更舉數例以明之:

例 1. 求 3:5, 7:9, 11:14 的複比

$$\left. \begin{array}{l} 3:5 \\ 7:9 \\ 11:14 \end{array} \right\} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} \times \frac{11}{14} = \frac{\overset{1}{3} \times \overset{1}{7} \times 11}{\underset{3}{5} \times \underset{3}{9} \times \underset{2}{14}} = \frac{11}{30} = 11:30.$$

例 2. 求 $2:\frac{1}{6}$ 與 15:8 之複比的值。

$$\left. \begin{array}{l} 2:\frac{1}{6} \\ 15:8 \end{array} \right\} = \frac{2}{\frac{1}{6}} \times \frac{15}{8} = \frac{\overset{1}{2} \times \overset{3}{6} \times 15}{\underset{1}{1} \times \underset{4}{8}} = \frac{45}{2} = 22.5.$$

例 3. 甲生每日能解算術題 5 個, 連解 7 日; 乙生每日能解 4 題, 連解 5 日。問二生解題的比如何?

甲乙解題能力之比為 5:4, 解題日數之比為 7:5, 故其解題之比為

$$\text{甲}:\text{乙} = \left\{ \begin{array}{l} 5:4 \\ 7:5 \end{array} \right\} = \frac{5}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{\overset{1}{5} \times 7}{\underset{1}{4} \times \underset{1}{5}} = \frac{7}{4} = 7:4.$$

例 4. 已知甲:乙=4:5, 乙:丙=6:7, 丙:丁=10:13, 求甲:丁。

因 $\left. \begin{array}{l} \text{甲}:\text{乙} \\ \text{乙}:\text{丙} \\ \text{丙}:\text{丁} \end{array} \right\} = \frac{\text{甲}}{\text{乙}} \times \frac{\text{乙}}{\text{丙}} \times \frac{\text{丙}}{\text{丁}} = \frac{\text{甲}}{\text{丁}} = \text{甲}:\text{丁},$

故 $\text{甲}:\text{丁} = \left\{ \begin{array}{l} 4:5 \\ 6:7 \\ 10:13 \end{array} \right\} = \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{\overset{2}{10}}{\underset{1}{13}} = \frac{48}{91} = 48:91.$

13. 連比 許多數相連成比的叫做連比。例如 3:5:7, 便是 3 與 5 與 7 三數的連比。

已知一串同類數量中兩兩相比的單比，可以應用擴比之理，求其連比。

例 1. 已知甲:乙 = 4:7, 乙:丙 = 3:5, 求甲、乙、丙的連比。

$$\begin{array}{rcl} 4:7 & & 4:7 \text{ 擴比而成 } 12:21, \\ 3:5 & & 3:5 \text{ 擴比而成 } 21:35, \\ \hline 12:21:35 \end{array}$$

$$\therefore \text{甲:乙:丙} = 12:21:35.$$

例 2. 已知甲:乙 = 5:6, 乙:丙 = 4:5, 丙:丁 = $\frac{2}{3} : \frac{6}{7}$, 求連比。

$$\begin{array}{cccc} \text{甲} & \text{乙} & \text{丙} & \text{丁} \\ 5 & : & 6 & \end{array}$$

$$5 : 6$$

$$\begin{array}{rcl} & 4 & : & 5 \\ \hline 20 & : & 24 & : & 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & & \frac{2}{3} & : & \frac{6}{7} & (\text{或化成整數比 } 7:9) \\ \hline \frac{40}{3} & : & \frac{48}{3} & : & \frac{60}{3} & : & \frac{180}{7} \end{array}$$

$$= 280 : 336 : 420 : 540 \quad (\text{各項乘以 } 21 \text{ 而擴比})$$

$$= 70 : 84 : 105 : 135. \quad (\text{以 } 4 \text{ 約比})$$

習 題 二

(1) 求 $3:7$ 及 $\frac{2}{3} : \frac{6}{7}$ 的反比各為何?

(2) 某米棧儲米，供 300 人食用與供 200 人食用，其所可支持之日數的比如何?

(3) 某項包工共得工資若干元，問 14 人分之與 32 人分之，其每人所得之比若何?

(4) 求下列複比的值

$$(a) \left. \begin{array}{l} \frac{1}{7} : \frac{1}{9} \\ \frac{5}{12} : \frac{4}{21} \end{array} \right\}$$

$$(b) \left. \begin{array}{l} 6:8 \\ 24:36 \\ \frac{3}{4} : \frac{5}{6} \end{array} \right\}$$

$$(c) \left. \begin{array}{l} 3:4 \\ 8:7 \\ 5:6 \end{array} \right\}$$

(5) 化下列二複比爲單比:

$$(a) \begin{cases} \frac{1}{7} : \frac{1}{9} \\ \frac{1}{6} : \frac{4}{21} \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2\text{碼} 1\text{呎} : 3\text{碼} 1\text{呎}, \\ 1\text{元} 5\text{角} : 1\text{元} 9\text{角} 5\text{分}, \\ 13:14. \end{cases}$$

(6) 有二矩形, 其闊的比爲 13:11, 長的比爲 66:65, 求其面積之比.

(7) 甲乙之比爲 2:3, 乙丙之比爲 4:7, 丙丁之比爲 8:11, 求四數的連比.

(8) 甲數之 3 倍等於乙數之 4 倍, 又乙數之 $\frac{1}{5}$ 等於丙數之 $\frac{1}{6}$, 求連比.

(9) 有甲乙丙丁四數, 甲比乙爲 4:5, 乙比丙爲 10:11, 丙比丁爲 22:21, 求甲丁之比.

(10) 有二長方體, 長之比爲 7:4, 闊之比爲 2:3, 體積之比爲 5:4, 求其高之比.

第二章 比例

1. 比例的意義 兩個相等的比連成一式，叫做比例。例如 3:5 與 12:20 比值相等，所以 3:5 與 12:20 四數可以聯結而成爲比例。又如 3 尺:5 尺與 12 斤:20 斤也是相等的比，所以 3 尺:5 尺與 12 斤:20 斤也成比例。

2. 比例式 如上節中的 3, 5, 12, 20 四數成比例，寫成 $3:5=12:20$ ，就是一個比例式。式中等號，有另用“::”號的，則其式如 $3:5::12:20$ 。

這種比例式，每式包有四項，這四項，順次稱爲**第一項**，**第二項**，**第三項**及**第四項**。又第一項與第四項稱爲**外項**，第二項與第三項稱爲**內項**。如上式，3 爲第一項，5 爲第二項，12 爲第三項，20 爲第四項，又 3 與 20 爲二外項，5 與 12 爲二內項。

3. 比例的定理 像上面 $3:5=12:20$

的比例式，可以寫成 $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$ ，

移除爲乘，則得 $3 \times 20 = 5 \times 12$ 。

這種性質，無論那一比例式是都有的。所以可以得到比例式的定理如下：比例式中兩外項相乘積等於其兩內項的相乘積。

如果比例式爲 3 尺:5 尺=12 斤:20 斤，

其實不妨直書爲 $3:5=12:20$ ，

所以上述定理也能成立。

4. 比例式的解法 根據上節的定理，比例式的四項中，只