

面向21世纪高等院校教材

大学物理实验

宋玉海 梁宝社 主编

 北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

面向 21 世纪高等院校教材

大学物理实验

宋玉海 梁宝社 主 编

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书是根据 2004 年 12 月的《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》、结合工程类院校的特点和多年教学改革的实践经验编写成的。考虑到“分层次教学”的基本要求,将实验项目分为预备引导实验、基础实验、综合性实验、设计性实验 4 个层次。实验内容涉及力学、热学、电磁学、光学和近代物理等方面。力求使教材层次分明,原理清晰,步骤简明,启迪思维,便于自学。

本书可作为高等工程类院校各专业实验物理课程的教材或参考书,也可作为各类成人教育或大专物理实验的教学参考书。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 宋玉海, 梁宝社主编. — 北京: 北京理工大学出版社, 2006. 8
(面向 21 世纪高等院校教材)

ISBN 7-5640-0873-3

I. 大… II. ① 宋… ② 梁… III. 物理学—实验—高等学校—教材
IV. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 098035 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京国马印刷厂

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 / 14.5

字 数 / 332 千字

版 次 / 2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

印 数 / 1~8000 册

定 价 / 20.00 元

责任校对 / 郑兴玉

责任印制 / 刘京凤

图书出现印装质量问题,本社负责调换

前 言

根据教育部《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》以及面向 21 世纪物理实验教学内容与课程体系改革的精神,结合河北工程大学目前的专业设置和实验设备的具体情况,在原河北建筑科技学院 1999 年编写的《基础物理实验》一书的基础上,融入近几年教学改革的新成果,特编写本教材。

实验物理课程是学生进入大学后必修的一门独立设置的实验课程,它既要以中学物理实验为起点,又要与后续实验课程相结合。考虑到“分层次教学”的基本要求,将实验项目分为预备引导实验,基础实验,综合性实验,设计性实验 4 个层次,每个层次中按难度递增排列,力求使教材层次分明,原理清晰,步骤简明,启迪思维,便于自学。

本书主要内容包括:第一章,绪论,有物理实验基本要求,重点介绍误差与数据处理的基本知识,阐述物理实验中常采用的几种实验方法;第二章,预备引导实验,弥补中学实验基础的不足与参差不齐,使学生达到做好基础实验所必须具备的知识和实验操作能力;第三章,基础性实验,编排了 16 个内容较简单的实验,本章内容不仅有原理的清楚叙述,公式的完整推导,还有详尽的实验步骤和数据列表,以便初学者自学和了解规范的要求;第四章,综合性实验,本章内容 18 个实验,内容安排上力求简明扼要,尽量让学生独立完成;第五章,设计性实验,仅提出实验任务、条件、要求及少许提示,由学生查阅有关资料,自拟实验步骤,在教师的指导下完成。本书大多数实验都编写了预习检测题和思考讨论题,可使学生课前认真准备,积极思考;课后深入总结,分析讨论,加深理解。这些实验中既有经过长期教学实践、内容比较成熟的实验,又有物理学与计算机技术相结合的新实验,形成了从预备引导实验、基础性实验、综合性实验到设计性实验多个层次。深入理解普通物理的概念和理论,从基础到现代逐步提高,从接受知识到培养综合能力的实验课程新的体系,目的是推进素质教育,培养学生的创新能力、实践能力、工程意识和创新精神。

多年来,本教材做过多次调整和修正,其中凝聚了许多教师和实验技术人员的智慧和劳动,本书实际上是一项集体创作成果,在此对为本书做出过贡献的所有同志表示衷心的感谢。

全书在梁宝社教授指导下完成,曹文娟编写实验 2.5, 2.6, 3.2, 3.4, 3.11, 4.8, 4.10, 4.14, 4.18, 5.3;宋修法编写实验 2.A, 2.B, 3.1, 3.5, 3.15, 3.16, 4.6, 4.7;杜红彦编写实验 2.C, 3.6, 3.10, 3.13, 4.2, 4.4, 4.5, 5.7;郭海军编写实验 3.14, 4.1;李占峰编写实验 3.7, 4.3;宋玉海编写其他部分并负责编写分工及全书统稿工作;程强等老师负责扫描识别、打字排版等工作;刘华教授审稿。

在本书编写过程中参考许多兄弟院校的教材,在此表示谢意。由于水平有限,难免有缺点和不足之处,敬请批评指正。

编者

2006 年 7 月

目 录

第1章 绪论	(1)
1.1 物理实验基本要求	(1)
1.2 测量误差与数据处理	(3)
1.3 常用实验方法与测量方法	(15)
第2章 预备引导实验	(21)
2.1 长度测量	(21)
2.2 密度测量	(23)
2.3 时间测量	(25)
2.4 温度测量	(27)
2.5 电磁学实验预备知识	(27)
2.6 光学实验预备知识	(33)
实验 2.A 自由落体法测量重力加速度	(34)
实验 2.B 动量守恒定律的实验研究	(38)
实验 2.C 万用电表的使用	(42)
实验 2.D 薄透镜焦距的测定	(47)
第3章 基础性实验	(53)
实验 3.1 拉伸法测定钢丝的杨氏弹性模量	(53)
实验 3.2 扭摆法测定物体转动惯量	(58)
实验 3.3 测定冰的熔解热	(63)
实验 3.4 落球法测液体的粘滞系数	(66)
实验 3.5 均匀弦振动实验	(69)
实验 3.6 稳态法测不良异体的导热系数	(74)
实验 3.7 电表的改装与校正	(77)
实验 3.8 模拟静电场	(81)
实验 3.9 示波器的使用	(85)
实验 3.10 线性电阻和非线性电阻的伏安特性	(91)
实验 3.11 惠斯登电桥测中值电阻	(94)
实验 3.12 用双臂电桥测低电阻	(98)
实验 3.13 电位差计的原理和使用	(101)
实验 3.14 光的等厚干涉——牛顿环、劈尖	(105)
实验 3.15 分光计调整及光栅衍射	(110)
实验 3.16 用分光计测量三棱镜的折射率	(115)
第4章 综合性实验	(119)
实验 4.1 声速的测量	(119)
实验 4.2 PN 结正向压降与温度关系的研究	(124)

实验 4.3	灵敏电流计的研究	(127)
实验 4.4	冲击电流计测螺线管磁场	(132)
实验 4.5	霍尔效应测磁场	(136)
实验 4.6	集成电路温度传感器的特性测量及应用	(142)
实验 4.7	热敏电阻器的电阻——温度特性测量	(146)
实验 4.8	电热法测固体的线胀系数	(149)
实验 4.9	光谱定性分析	(152)
实验 4.10	迈克尔逊干涉仪的调整和使用	(156)
实验 4.11	单缝衍射光强分布的测量	(161)
实验 4.12	光的偏振现象的观察和研究	(163)
实验 4.13	硅光电池的特性	(167)
实验 4.14	光电效应和普朗克常数的测定	(171)
实验 4.15	全息照相技术	(177)
实验 4.16	夫兰克-赫兹实验	(181)
实验 4.17	密立根油滴实验	(185)
实验 4.18	光纤传感器系列实验	(190)
第 5 章	设计性实验	(202)
实验 5.1	用单摆测量重力加速度	(203)
实验 5.2	机械能守恒定律的验证	(203)
实验 5.3	变阻器在控制电路中的使用和研究	(204)
实验 5.4	电位差计测电阻	(206)
实验 5.5	电位差计校准电流表	(207)
实验 5.6	电桥法测电流表内阻	(207)
实验 5.7	简易欧姆表的设计和组装	(208)
实验 5.8	单缝衍射测波长	(209)
实验 5.9	自组望远镜或显微镜	(211)
实验 5.10	介质折射率的测定	(213)
实验 5.11	全息光栅的制作	(215)
附录 A	中华人民共和国法定计量单位	(217)
附录 B	一些常用的物理数据表	(219)

第 1 章 绪 论

1.1 物理实验基本要求

一、大学物理实验课的地位、作用和任务

1. 大学物理实验课的地位与作用

实践是检验真理的唯一标准。实验是人类实践活动的一种特殊形式,是专门为了验证一个想法、一个理论或探索未知领域而进行的有目的、有预期的实践活动。物理实验是科学实验的重要组成部分。物理学的理论规律都以严格的实验事实为基础,并不断受到实践的检验且逐步完善。例如,牛顿力学规律是建立在开普勒的大量天文观测数据和伽利略等人的实验基础上的;麦克斯韦的电磁场理论是建立在奥斯特、法拉第和亨利等人的有关电与磁关系的大量实验成果的基础上的,形成了现代电磁理论的基础;杨振宁、李政道在 1956 年提出基本粒子在“弱相互作用下的宇称不守恒”的理论,只有在吴健雄用实验证实后,才得到国际上的公认。当实验结果与理论发生矛盾时,还需要进行更深入的实验,以便检验修正理论。所以,实验是理论的源泉。

物理实验课是高等工科院校对学生进行科学实验基本训练的必修基础课程,是本科生接受系统实验方法和实验技能训练的开端。由于物理实验课覆盖面广,能提供综合性很强的基本技能训练;所以它是培养学生科学实验能力、提高综合素质的重要基础。在培养学生严谨的治学方法、活跃创新意识、理论联系实际等方面具有其他实践类课程不可替代的作用。

2. 大学物理实验课的任务

实验物理课程是教育部规定的六门主要基础课程之一,是独立设置的必修课。它和物理理论课教学具有同等重要的地位。它们既有深刻的内在联系和配合,又有各自独立的任务和作用。

本课程的具体任务有如下几个方面:

(1) 通过对实验现象的分析和对物理量的测量,学习物理实验的基本知识、基本原理、操作方法与技术、仪器的基本结构与性能以及数据的记录与处理,能用测量误差的基本知识处理实验数据。

(2) 培养学生基本科学实验技能。

- ① 自学能力:能够通过阅读实验教材和资料,做好实验前的准备;
- ② 动手能力:能够借助实验教材及仪器使用说明书正确使用常用仪器;
- ③ 分析能力:能够运用物理学理论对实验现象进行初步分析判断;
- ④ 表达能力:能够正确记录和处理数据,绘制曲线,说明结果,撰写合格的实验报告;
- ⑤ 实验设计能力:能够完成简单的具有设计性内容的实验。

(3) 培养与提高学生的科学实验技能,培养学生理论联系实际和实事求是的科学作风,认真严谨的科学态度,勇于探索、坚韧不拔的钻研精神,遵守纪律、团结协作、爱护公共财产的优良品德。

二、大学物理实验课的基本程序和要求

为了上好物理实验课,学生应认真做好物理实验教学的3个进程:实验前的准备和预习;实验操作和书写实验报告。现就各教学进程提出如下具体要求:

1. 实验前的准备和预习

实验课的课上时间是有限的,仅靠课上有限的时间不可能把实验原理、方法、仪器设备性能、解答预习检测题等任务全部熟悉并完成,并且测得所需实验数据,所以必须进行课前预习。预习的任务是:仔细阅读实验教材和有关的资料,弄清楚实验目的,理解实验原理和内容,熟悉仪器的性能和使用方法及需要测试哪些数据等。

根据预习情况和本实验的具体要求写出预习报告。内容包括:(1)实验名称;(2)实验目的;(3)回答预习检测题;(4)实验原理,包含实验所依据的原理、公式及应用条件,画出与实验有关的原理图,比如电路图或光路图;(5)实验步骤;(6)测量数据记录表格,可画在“原始数据记录纸”上。每次实验前,教师均要检查预习报告并评分,没有达到要求的不允许做实验。

2. 进行实验操作

课堂教学是实验课的重要环节,学生进入实验室后应先熟悉仪器,了解仪器的工作原理、使用方法和注意事项,记录仪器的名称、规格、型号、数量、量程和精度等。

认真听取教师对实验的讲解,侧重于实验的重点、难点和注意事项,有的应做记录。操作时应严格按照实验步骤与要求进行。“三思而后行”,避免误操作。

记录实验数据时,注意有效数字的位数及物理量的单位,还要记录实验的条件,不允许抄袭别人的数据。实验数据应工整地写在“实验原始数据记录纸”上预先画好的表格内。

3. 写实验报告

实验结束后应及时写实验报告。实验报告既是实验过程的全面总结,又是实验工作的继续。要求用正确方法计算并写出计算过程及计算结果,由误差理论计算出实验结果的不确定度,给出实验结果的正确表达形式,分析误差产生的原因,主要从系统误差与随机误差两个方面进行分析。

实验报告一律用统一的“物理实验报告纸”书写,要求文字工整,语言简练,表达清楚,图表规范,结果正确,讨论认真。物理实验报告的内容包括:实验名称;实验目的;实验仪器(仪器名称、规格型号、精度或分度值等);实验原理(根据什么原理,采取什么方法,直接测量哪些物理量,实验用到的主要公式及原理图、电路图或光路图等),要求用自己的语言简要叙述,不要照抄书;预习检测题解答;实验步骤;实验原始数据记录;数据记录及处理(原始数据重新列表,直接测量量、间接测量量的平均值和误差估算过程,将计算结果填入表格,按要求作图);实验结果;误差分析;思考题解答或实验建议。

三、学生实验守则

为培养学生遵守操作规程、遵守纪律的良好习惯,保证实验教学正常进行,制定物理实验管理制度如下:

(1)上课不准迟到,不准无故缺课。迟到15分钟以上者取消本次实验资格。因事请假者需有假条,并且自己与任课教师联系补做。

(2)进实验室按顺序号签到,把预习报告交给老师检查,观察实验台上的仪器,了解使用方法与注意事项,未经许可不得动用,严格遵守操作规程,禁止乱动硬拧。仪器发生故障应立即报告任课教师,仪器如有损坏,照章赔偿。

(3) 做电学实验时,先经教师检查线路,再接通电源,实验完毕后先断电后拆线。实验中仪器出现故障,应先断电再找指导教师或自行处理。

(4) 文明上课,保持实验室安静,禁止大声喧哗,禁止吸烟、吐痰、乱扔杂物。做完实验,填写仪器运行记录,将仪器恢复原状,并由值日生做好清洁卫生。

(5) 树立良好学风。认真听讲,细致安排,仔细操作,一丝不苟。原始数据记录要求真实完整,最后请指导教师审查测量数据并评分签字,此数据与写好的实验报告在一周内交给指导教师。

1.2 测量误差与数据处理

物理实验离不开物理量的测量,测量中的误差是不可避免的,所以测量误差理论及数据处理的基本知识在整个实验中占有非常重要的地位。这里主要介绍测量误差理论、实验数据处理、实验结果表达等方面的初步知识。这些知识在今后实验中经常用到,而且是在今后科学实验工作中所必须了解和掌握的。这部分内容用到数理统计和概率论的知识。本课程仅限于误差分析的初步认识,不进行严密的数学论证,而且,这些知识还要在每次实验处理数据时逐步掌握。

1.2.1 测量与测量误差

一、测量

测量就是将待测物理量与所选定的标准单位量进行比较,其倍数即为该物理量的测量值。在物理实验中,测量可分为直接测量与间接测量两种。

1. 直接测量

用仪表直接读出测量值的测量称为直接测量,相应的物理量称直接测量量。如用米尺测量物体的长度,用电表测量电流的大小等。

2. 间接测量

需直接测量一些相关的量,然后通过一定的函数关系进行计算,从而得出所求的物理量。例如,用单摆测某地重力加速度 g ,先直接测得摆长 l 和单摆周期 T ,然后由公式 $T =$

$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 算出重力加速度,因此 g 为间接测量量。

二、真值、测量值和测量误差

1. 真值

任何一个物理量的大小都是客观存在的,都有一个实实在在、不以人的意志为转移的客观值,称为真值。一般指理论值、公认值、计量学约定值等。一切测量的目的都是力图要得到真值。

2. 测量值

用直接测量方法所得到的量值。

3. 测量误差

任何精密的测量都不可能获得真值,总存在一定的偏差,我们把待测物理量的测量值与真值之间的偏差称为测量误差。设被测物理量的真值为 x_0 ,测量值为 x ,则测量误差

$\Delta x = x - x_0$ 。为了尽量减小测量误差，必须研究误差的性质及来源，并采取适当措施减少测量误差。

三、误差的分类

根据误差性质及产生的原因，可将误差分为系统误差、随机误差及过失误差。

1. 系统误差

由于仪器的固有缺陷、环境的改变、个人习惯以及理论方法的不完善等原因，使得测量值与真值之间有恒定的或按一定规律变化的误差，这种误差叫做系统误差。

例如，天平不等臂；电表的示值与实际值不符；分光仪读数装置的偏心差；在非标准状态下使用标准电池、标准电阻；确定气体体积时忽略容器热膨胀的影响等。

系统误差产生的原因一般都较明显，因此，只要找到问题根源往往都可以采取适当的措施消除其影响。比如，用复称法消除天平不等臂引起的误差，分光计用对称测量方法消除偏心误差等。

2. 随机误差

由于偶然或不确定因素所造成的测量值无规则的涨落称为随机误差，也称偶然误差。

例如，观察时目的物对的不准；读数的估计；仪器工作不稳定；测量者心理与生理不稳定；环境温度、电源电压的起伏；以及振动、气流、噪声等影响使测量结果发生变化等。

由于引起随机误差的因素是无法确定的，具有偶然性，因而对待随机误差不能像对待系统误差那样找出原因尽量排除。随机误差的存在使某一量多次测量结果不尽相同，而且每次测量误差的大小和正负无法确定。但是当测量次数足够多时，随机误差服从一定的统计规律——高斯正态分布规律，其特点如下：

- (1) 绝对值相等的正误差和负误差出现机会(概率)相等，即对称性；
- (2) 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会(概率)大，即单峰性；
- (3) 误差不会超出一定的范围，即有界性；
- (4) 当测量次数无限多时，测量值的算术平均值

接近于真值，即抵偿性。

随机误差正态分布规律如图 1.2.1 所示，该曲线横坐标为误差 x ，纵坐标为误差的概率密度分布函数 $f(x)$ ，曲线下阴影部分就是误差出现在 $[x, x + dx]$ 区间内的概率。根据统计理论可以证明：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

式中， σ 是一个取决于具体测量条件的常数，称为标准误差。

根据随机误差的性质，常采用多次测量的方法减少随机误差，但是随机误差是不能消除的。

3. 过失误差

实验者在观察、记录和整理数据的过程中，由于粗心大意造成测量结果的差错称为过失误差。这种误差是人为造成的，只要实验者采取严肃认真、一丝不苟的工作态度，过失误差是可以避免的。

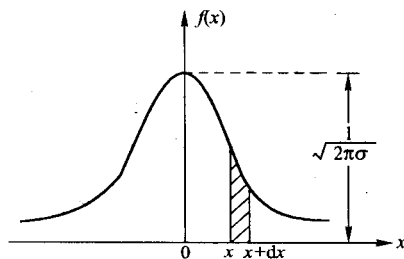


图 1.2.1 随机误差正态分布规律

四、对测量结果的评价

在科学实验中常采用精密度、正确度、精确度和不确定度来评价测量结果，分述如下：

1. 精密度

精密度表示测量结果随机误差的大小。精密度高是指多次测量数据的离散性小(即测量的重复性好)，也即随机误差小，但系统误差大小不明确。

2. 正确度

正确度表示测量结果中系统误差的大小。测量正确度高就是指测量数据的平均值偏离真值的程度小，测量结果的系统误差小，但随机误差大小不明确。

3. 精确度

精确度是测量结果系统误差与随机误差的综合评定。测量精确度高说明测量数据比较集中且逼近真值，即测量的随机误差与系统误差都比较小。在实验中总是希望尽量提高其精确度。

图 1.2.2 以打靶时弹着点的分布情况为例，分别说明上述 3 个概念的意义，图(a)表示弹着点精密度高，但正确度较差，即随机误差小，系统误差大；图(b)表示射击的正确度高，但精密度较差，即系统误差小，随机误差大；图(c)表示精密度和正确度都较高，即精确度高，也就是说随机误差和系统误差都小。

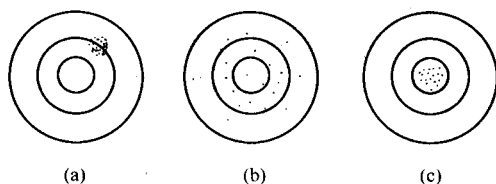


图 1.2.2 打靶弹着点分布

4. 不确定度

不确定度表示由于测量误差的存在而对被测量不能确定的程度，是表征被测量的真值所处的量值范围的评定。测量不确定度包含了各种不同来源的误差对测量结果的影响，其大小由各种误差合成并与置信概率有关。不确定度的评定方法分为两类：

(1) A 类，由随机效应导致的不确定度分量，用 Δ_A 表示。

(2) B 类，由系统效应导致的不确定度分量，用 Δ_B 表示。

测量结果的总不确定度表示为：

$$U = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{\sigma^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}$$

在物理实验中，A 类不确定度可简单的由标准偏差 σ 表示，B 类不确定度可近似的由仪器误差限 $\Delta_{\text{仪}}$ 表示。

五、随机误差的估计

介绍在不同测量条件下随机误差的估计方法(假定不存在系统误差与过失误差)。

1. 单次直接测量随机误差的估计

在物理实验中，由于条件不许或测量精度要求不高等原因，对一个物理量的直接测量只进行一次，这时的测量误差是根据仪器上标明的仪器误差以及测量条件来定的。例如电阻箱及表头误差、砝码误差，没有标明时，可取仪器最小分度的一半作为单次测量误差。例如，用米尺测量物体的长度，最小分度为 1 mm，误差可取 0.5 mm。

2. 多次直接测量随机误差的估计

为了减小随机误差，常在相同条件下对同一物理量进行多次测量，然后求其平均值及误差。设在相同条件下对某物理量进行了 n 次重复测量，其测量值 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ ，则它们的算术平均值定义为：

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

根据随机误差的统计理论, 一组测量 n 次的数, 其算术平均值最接近真值, 也称为测量的最佳值。当测量次数 n 无限增大时, $\bar{x}$ 将趋近于真值。在这种情况下, 测定值的误差可用下列几种方式表示。

(1) 算术平均偏差(或称平均随机误差)

设各测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 的偏差为 Δx_i , $i=1, 2, \dots, n$, 即 $\Delta x_i = |x_i - \bar{x}|$ 表示因随机因素的影响而产生的偏差, 则算术平均偏差 $\overline{\Delta x}$ 定义为:

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i$$

$\overline{\Delta x}$ 一般取 1 位数。

(2) 标准偏差(方均根偏差)

取 Δx_i 平方的平均值然后开方, 称为标准偏差或方均根偏差, 方均根偏差 σ 的定义是:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

由于实验中测量次数总是有限的, 大学物理实验中常取 $5 \leq n \leq 10$, 因此实际应用的标准偏差公式为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

在正式的误差分析和计算中都采用方均根偏差作为随机误差大小的量度。但对于初学者来说, 主要是树立误差概念和对实验进行大致的简明分析。因此, 根据情况可以采用算术平均偏差进行误差分析和运算, 这要简单得多。

应该指出, 严格来讲, 误差是测量值与真值之差, 而测量值与平均值之差称为偏差, 二者是有区别的。当测量次数很多时, 多次测量的算术平均值很接近真值, 因此各测量值与平均值的偏差就很接近于它们与真值的误差。这样也就常常不细究误差与偏差的区别了, 就把标准偏差称为标准误差, 把算术平均偏差称为算术平均误差。最后, 把多次测量的结果表示为:

$$x = \bar{x} \pm \overline{\Delta x} (\text{单位}) \text{ 或 } x = \bar{x} \pm \sigma (\text{单位})$$

式中, x 为测定值; $\bar{x}$ 是多次测量数据的算术平均值, 代表最佳测量值; $\overline{\Delta x}$ 为算术平均误差; σ 为标准误差, 代表多次测量数据的分散程度; $\pm$ 号表示每次测量值可能比 $\bar{x}$ 大一些也可能小一些。

(3) 绝对误差、相对误差与误差限

由于上式中的 $\overline{\Delta x}$ 是以误差的绝对数值来表示测定值的误差, 称为绝对误差。但为了评价一个测量结果的优劣, 还需要对比测量量本身的大小。为此, 引入相对误差的概念。相对误差的定义为:

$$E_r = \frac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}} \times 100\%$$

有时被测量有公认值或理论值, 表示为 x_0 , 可将测量结果 $\bar{x}$ 与之比较, 可用“百分误差”来

表示:

$$E_0 = \frac{|\bar{x} - x_0|}{x_0} \times 100\%$$

E_r 与 E_0 一般取 2 位数。

一般测量数据的物理实验,其实验结果需要写成上述多次测量结果的表示形式和相对误差的表示形式。

在误差理论中常取 $\pm 3\sigma$ 作为随机误差的误差限,这是由于一次测量的绝对误差出现在 $\pm 3\sigma$ 以外的概率仅为 0.3%。

3. 间接测量结果随机误差的计算及误差的传递

由于直接测量有误差,所以间接测量也有误差,这就是误差的传递。先介绍一种最简单的误差传递公式,只限于四则运算,而且直接测量的各量是相互独立的。然后介绍一般运算关系的误差传递公式。

(1) 加减法运算的绝对误差

和差运算的绝对误差等于直接测量量的绝对误差之和。如 $N = A + B$ 或 $N = A - B$, A 、 B 是直接测量量,则

$$\Delta N = \Delta A + \Delta B$$

相对误差为:

$$E_r = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A + \Delta B}{A \pm B}$$

例如,已知 $l = l_1 + l_2$, 而 $l_1 = 100.6 \pm 0.1(\text{cm})$, $l_2 = 1.22 \pm 0.08(\text{cm})$, 则 $l = 101.8 \text{ cm}$, $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0.18 \text{ cm} \approx 0.2 \text{ cm}$ 。

由于误差也是一种估计量,为简单起见,这里误差只取 1 位。最后也把测量结果写成:

$$l = 101.8 \pm 0.2(\text{cm})$$

$$E_r = \frac{0.2}{101.8} \times 100\% = 0.20\%$$

测量结果的最后一位要与绝对误差所在位对齐。相对误差一般取 2 位。

(2) 乘除法运算中的误差

乘除法运算的相对误差等于各直接测量量的相对误差之和。如 $N = AB$ 或 $N = A/B$, A 、 B 是直接测量量,则

$$E_r = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

而绝对误差为:

$$\Delta N = \bar{N} \times \frac{\Delta N}{N}$$

例如, $V = \pi D^2 h / 4$, $D = 3.608 \pm 0.003(\text{cm})$, $h = 1.703 \pm 0.004(\text{cm})$

则 $V = \frac{1}{4} \times 3.1416 \times 3.608^2 \times 1.703 = 17.410(\text{cm}^3)$

相对误差 $\frac{\Delta V}{V} = 2 \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h} \approx 2 \times \frac{3}{3600} + \frac{4}{1700} \approx 0.40\%$

绝对误差 $\Delta V = V \times \frac{\Delta V}{V} \approx 0.07(\text{cm}^3)$

$$V = 17.41 \pm 0.07(\text{cm}^3)$$

以上是计算随机误差传递的一种简单方法,在加减时先算绝对误差,在乘除时先算相对误差,在一般情况下,这样计算是比较方便的,只是所得结果一般偏大。

(3) 一般运算关系的误差计算公式

设间接测量量 N 与直接测量量 $x, y, z, \dots$ 的函数关系为 $N = f(x, y, z, \dots)$, 则间接测量结果的最佳值为:

$$\bar{N} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$$

式中, $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots$ 分别为直接测量量的最佳值(平均值)。

由于误差都是一些微小的量, 相当于数学中的“增量”, 因此, 可以用数学中求微分的方法来求解测量误差的传递公式, 只是用 Δx 来代替微分 dx , 用“方和根”方法合成。

① 和差函数的绝对误差公式

因
$$dN = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \dots$$

则
$$\Delta N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \Delta z\right)^2 + \dots}$$

② 乘除为主函数的相对误差公式

因 $\ln N = \ln[f(x, y, z, \dots)]$

取微分得
$$\frac{dN}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln f}{\partial y} dy + \frac{\partial \ln f}{\partial z} dz + \dots$$

所以
$$\frac{\Delta N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z} \Delta z\right)^2 + \dots}$$

对于一些较简单的测量问题, 也可以采用绝对值合成求最大误差的方法, 即

$$\Delta N = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z \right| + \dots$$

$$\frac{\Delta N}{N} = \left| \frac{\partial \ln f}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial \ln f}{\partial y} \Delta y \right| + \left| \frac{\partial \ln f}{\partial z} \Delta z \right| + \dots$$

这种方法比“方和根”方法所得结果稍大, 但计算较简单。

例如, $\rho = \frac{m\rho_0}{(m - m_1)}$

先取对数再求全微分
$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - \frac{d(m - m_1)}{m - m_1} + \frac{d\rho_0}{\rho_0}$$

合并同一变量系数
$$\frac{d\rho}{\rho} = \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m - m_1} \right) dm + \frac{dm_1}{m - m_1} + \frac{d\rho_0}{\rho_0}$$

微分号改为误差号
$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \left| \frac{1}{m} - \frac{1}{m - m_1} \right| \Delta m + \frac{\Delta m_1}{m - m_1} + \frac{\Delta\rho_0}{\rho_0}$$

或者写成方和根形式
$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m - m_1} \right)^2 (\Delta m)^2 + \left(\frac{\Delta m_1}{m - m_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta\rho_0}{\rho_0} \right)^2}$$

然后代入数值计算。

1.2.2 有效数字及其运算

直接测量量的数字都含有一定的误差, 因此是近似数。由直接测量量通过计算而求得的间接测量量也是近似数, 近似数的表示和计算有一定的方式, 现介绍如下。

一、有效数字

用一个最小分度值为 1 mm 的米尺去测量一个物体的长度, 读出该物体的长度为 41.15 cm, 其中前 3 位数 41.1 cm 是根据尺上刻度直接读出的, 称为可靠数字, 而第 4 位

0.05 cm 是由最小刻度之间估读出来的,称为可疑数字或不可靠数字。由于第 4 位已可疑,所以下各位数的估计已无必要。把测量结果中的几位可靠数字加上可疑的一位数字统称为测量结果的有效数字。上述读数为 4 位有效数字。有效数字的位数也标志着测量的准确程度,位数越多,准确程度越高,测量结果的相对误差越小。例如,测量一物体的长度,用米尺测量结果为 15.4 mm,是 3 位有效数字,用千分尺测量结果为 15.432 mm,是 5 位有效数字。

记录有效数字时应注意以下几点:

(1) 注意“0”的位置,若“0”的前面有非“0”数字,此“0”为有效数字;若“0”前面都是“0”数字,此“0”不是有效数字。如 0.310 m、0.031 m 和 0.003 010 m 分别为 3 位、2 位和 4 位有效数字,而 12.72 cm、0.127 2 m、0.000 127 2 km 都是 4 位有效数字。

(2) 测量结果及其误差的有效数字,由于误差本身是估计值,所以,在物理实验中绝对误差一般取 1 位有效数字。测量结果的有效数字位数由绝对误差决定,使测量结果的末位与绝对误差所在位对齐,多余位按修约法则进行修约,即小于 5 舍去,大于 5 入上,正好等于 5 时要看其前一位是偶数还是奇数,是奇数入上,是偶数舍去。比如 $V = (9.44 \pm 0.08) \text{ cm}^3$,测量值的末位“4”与绝对误差的“8”对齐,如果写成 $V = (9.436 \pm 0.08) \text{ cm}^3$ 或 $V = (9.44 \pm 0.076) \text{ cm}^3$ 都是错误的。又如测量结果 $L = 65.392 5 \text{ mm}$, $\Delta L = 0.006 \text{ mm}$,可以写成 $L = (65.392 \pm 0.006) \text{ mm}$,这是由于最后一位数字“5”前面的位是“2”(偶数)而被舍去。

(3) 科学记数法,如果一个数很大或很小时,不仅书写不方便,而且不易查清有效数字位数。可以把数据写成科学记数法,即把数字写成 10 的幂次方形式,小数点前只取一位不为 0 的数。如 2 989 s 写成 $2.989 \times 10^3 \text{ s}$, $(0.084 56 \pm 0.000 03) \text{ m}$ 写成 $(8.456 \pm 0.003) \times 10^{-2} \text{ m}$ 。

二、有效数字的运算规则

有效数字进行数学运算时,遵循的原则是:可靠数字与可靠数字之间的运算,其结果仍是可靠的;可靠数字与可疑数字之间的运算,其结果是可疑的。

1. 有效数字加减法运算规则

在下面的运算中,有效数字的可疑位下划“—”符号。

例如,

$$\begin{array}{r} 32.1 \\ + 3.276 \\ \hline 35.376 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 26.65 \\ - 3.926 \\ \hline 22.724 \end{array}$$

可见, 35.376 应记为 35.4, 22.724 记为 22.72, 所以当几个有效数字相加、减时,其运算结果的最后一位与参与运算各量中最高可疑位对齐。

2. 有效数字乘除法运算规则

例如,

$$\begin{array}{r} 5.348 \\ \times 20.5 \\ \hline 26740 \\ 0000 \\ 10696 \\ \hline 109.6340 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 130.7 \\ 27.1 \overline{) 3544} \\ \underline{271} \\ 834 \\ \underline{813} \\ 2100 \\ \underline{1897} \\ 203 \end{array}$$

可见, 10 9.6340应记为 11 0, 13 0.7记为 13 1, 所以乘除运算结果的有效位应与参与运算的各量中有效位最少者相等。

3. 对数、指数、开方及三角函数有效数字取位

对数、指数及开方都是先用微分公式求出误差, 再由误差所在位确定有效数字的位数。

例 1 $y = \ln x = \ln 57.8 = 4.056\ 988\ 76\cdots$, 保留几位?

答: 因 $x = 57.8$, 故取 $\Delta x = 0.1$, 根据误差保留 1 位的规定, $\Delta y = \frac{\Delta x}{x} = \frac{0.1}{57.8} = 0.002$, y 的误差在小数点后第 3 位, 所以 $y = \ln 57.8 = 4.057$ 。

例 2 $y = e^x = e^{9.34} = 11\ 384.408\ 24\cdots$, 保留几位?

答: 因 $x = 9.34$, 故取 $\Delta x = 0.01$, 根据误差保留 1 位的规定, $\Delta y = e^x \Delta x = e^{9.34} \times 0.01 = 1 \times 10^2$, y 的误差在百位, 因此 $y = e^{9.34} = 1.14 \times 10^4$ 。

例 3 $y = \sqrt[n]{x} = \sqrt[14]{9.346} = 1.173\ 087\ 515\cdots$, 保留几位?

答: $n = 14$, $x = 9.346$, 取 $\Delta x = 0.001$, 根据误差保留 1 位的规定,

$$\Delta y = \frac{\Delta x}{(n \sqrt[n]{x})^{n-1}} = \frac{0.001}{14(\sqrt[14]{9.346})^{13}} \approx 0.000\ 009$$

可见, y 值应取到小数点后 6 位, 因此, $y = 1.173\ 088$ 。

对于三角函数, 应先取其微分, 再依测角仪器的精度确定其有效位。

例如, 用分光计测得偏转角 $\beta = 9^\circ 24'$, 求 $\cos \beta = 0.986\ 572\ 161\cdots$, 保留几位? (仪器精度为 $1'$)

答: 用微分法求其误差, $\Delta(\cos x) = (\sin x) \Delta x$, 而 $\Delta x = 1' = 0.000\ 291$ 弧度, 则 $\Delta(\cos 9^\circ 24') = (\sin 9^\circ 24') \Delta x = 0.163\ 325\ 963 \times 0.000\ 291 = 0.000\ 047\ 5 \approx 0.000\ 05$, 因误差位在小数点后第 5 位, 所以, $\cos \beta = 0.986\ 57$ 。

对于常数 $e, \pi, \sqrt{2}, \cdots$, 应根据情况取值, 计算过程中宜多取一位有效数字。

需要说明的是, 为防止多次运算中因数字的舍入带来的附加误差, 中间运算结果应多取一位数字, 但最后结果仍只保留一位可疑数字。

1.2.3 实验数据的处理方法

实验中获得了大量的测量数据, 要通过这些数据得到准确可靠的实验结果或实验规律, 需要学会正确的数据处理方法。这里介绍数据处理的基本知识和基本方法。

一、列表法

列表法是记录数据的基本方法, 是将实验中的测量数据、中间计算数据和最终结果等按一定的形式和顺序列成表格记录的方法。列表法可以简单而明确地表示出有关物理量之间的对应关系, 便于随时检查测量结果是否正确合理, 及时发现问题, 利于计算和分析误差。

列表法应注意根据实验内容和目的合理地设计表格, 要便于记录、计算和检查, 在表格中标明物理量的名称和单位, 表格中数据要正确地反映出有效数字, 重要数据和测量结果要突出表示, 还应有必要的说明和备注。

二、作图法

物理实验中得到的一系列测量数据, 可以用图形直观地表示出来。作图法就是在坐标纸上描绘出一系列数据间对应关系曲线的方法。它是研究物理量之间的变化规律、找出对应

函数关系、求得经验公式的常用方法之一。作图法还有以下优点：可以把数据间的函数关系形象化、直观化；有利于发现个别不服从规律的数据；描点作图具有取平均的效果；从曲线图很容易得出某些实验结果。

1. 作图的一般规则

(1) 选取坐标纸。应根据不同的实验内容和函数形式来选取不同的坐标纸，如直角坐标纸、对数坐标纸、极坐标纸等。坐标纸的大小要适当，要考虑数据的大小，保证坐标纸的最小分度值与有效数字的最小一位相吻合，以免造成有效数字的损失。

(2) 定坐标。通常以横坐标表示自变量，纵坐标表示因变量。坐标轴旁标明所代表的物理量的名称和单位。为使图形在坐标纸上的布局合理并且充分利用坐标纸，坐标轴的起点不一定从0开始，要适当选取两坐标轴的比例和坐标分度值，坐标轴分度值应使最小分格代表1、2或5等，这样便于读数或计算。

(3) 描点。根据测量数据，找出每个实验点在坐标纸上的位置，用铅笔以“×”表示，若一张图要画几条曲线时，每条曲线可用不同标记，如“△”、“+”、“⊙”等以示区别。函数关系为直线时，自变量可等间距变化；若为曲线时，斜率变化愈大处，取点应愈密集。

(4) 连线。根据不同函数关系对应的实验数据点的分布，把点连成直线或光滑曲线，校正曲线要连成折线。因为实验值有一定的误差，所以曲线不一定要通过所有实验点，只要求曲线两侧的实验点分布均匀且离曲线较近。对个别偏离大的点，要进行分析后决定取舍。

(5) 写出图纸名称。在图纸下方或空白处，写上图的名称并标明实验条件，然后将图贴在实验报告的适当位置。

2. 图解法

根据实验曲线可以用解析法求出曲线上各种参数及物理量之间的关系式，即经验公式。

(1) 直线图解法

在直线上任取两点 P_1 和 P_2 ，用与实验点不同的符号标出，并标出它们的坐标读数 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 。一般两点相距不能太近。

设直线方程为 $y = a + bx$ ，可求得斜率为 $b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ，截距为 $a = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1}$ 。当然截距也可由图上直接读出。

(2) 曲线的改直

有许多物理量的关系不是线性的，但可通过适当的变换，使它们成为线性关系，即把曲线改为直线。曲线改直以后，会使实验数据的处理变得很简便，也容易求得有关参数。

例如，单摆的振动周期为 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ，若作 $T - L$ 图则为一抛物线。若改为 $L = (g/4\pi^2)T^2$ ，则 $L - T^2$ 图为一过原点的直线，利用直线的斜率可以求得重力加速度 $g = 4\pi^2 K$ 。

三、逐差法

在实验测量中，有时取多次测量数据的平均值会使中间的测量值彼此抵消，失去多次测量的意义。所以，实验中常利用逐差法取平均值。逐差法是对等间距测量的有序数据进行逐项或相等间隔项相减得到结果。它计算简便，可以保持多次测量的优越性，充分利用测量数据，减少相对误差，是物理实验中常用的一种数据处理方法。