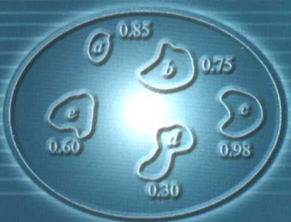
普通高校“十一五”规划教材

现代应用数学基础

秦 俭 汪瑞林 编著



XIANDAI YINGYONG SHUXUE JICHU

北京航空航天大学出版社

普通高校"十一五"规划教材

现代应用数学基础

秦 俭 汪瑞林 编著

北京航空航天大学出版社

内容简介

作为应用数学基础教材，本书包括微积分、线性代数、概率论、线性规划、模糊数学、布尔代数共六大部分。覆盖了教育部颁布的高等数学大纲规定的全部教学内容，并在此基础上增加了与电子专业相关的模糊数学和布尔代数。本书具有全新的构思，不但考虑到数学的严谨性，而且以鲜明的思路引导读者迅速掌握这些数学工具，并应用到相关专业中解决具体问题。结构合理，深入浅出，强化基础，突出方法。

本书既可作为高等院校本科、海外学院(与国外高校合作办学的院校)、大专及复合型人才培训的商科专业、企业管理专业及IT技术专业的数学课程教材，也可以作为IT技术人员和经济管理人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

现代应用数学基础/秦俭，汪瑞林编著．—北京：北京航空航天大学出版社，2007.5

ISBN 978-7-81077-970-8

Ⅰ.现… Ⅱ.①秦…②汪… Ⅲ.应用数学—高等学校—教材 Ⅳ.029

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第020425号

现代应用数学基础

秦　俭　汪瑞林　编著

责任编辑　王　丹　冯　颖

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路37号(100083)　发行部电话：010-82317024　传真：010-82328026

http://www.buaapress.com.cn　E-mail：bhpress@263.net

涿州市新华印刷有限公司印装　各地书店经销

*

开本：787×960　1/16　印张：15.75　字数：353千字

2007年5月第1版　2007年5月第1次印刷　印数：3 000册

ISBN 978-7-81077-970-8　定价：26.00元

前 言

目前，任何一门学科都在迅速发展，且不断与相邻学科交叉渗透，揭示新的现象和规律，征服新的领域。这就促使大学数学教学内容作出相应的改革，以适应学科发展相互渗透的新形势。因此，我们编写了这本有助于读者更好地理解应用数学、全面地认识交叉学科，并可以灵活地应用现代数学知识解决工程问题的大学（大专）应用数学基础教材——《现代应用数学基础》。

本书采用一种全新的构思，在保证各章节分支结构系统性的基础上，对微积分、线性代数、概率论与数理统计、线性规划、模糊数学和布尔代数这六大部分删繁就简，突出教学重点，强调数学逻辑思维方法以及在工程实践中的应用。可使读者在有限的教学或自学时间里，迅速、有效地构建起应用数学的框架，并掌握核心的知识。

应用数学的地位不容质疑，它是科学研究中不可或缺的重要工具。例如，任何一个学科所需要获取的信息（数据、图像等）只有通过应用数学的方法去分析和归纳，研究人员才能准确地调整研究步骤，深入理解研究结果。很多情况下，一个人所掌握的应用数学知识的宽度和扎实性都将直接影响其研究结果。基于此，本书也尽力满足了读者这方面的需求，书中渗透着编者多年从事科研和教学工作的感悟和经验总结。

本书推陈出新，传递了“从概念到理论，从应用数学到应用技术”的一种融会贯通的思想，使这本教材展现出了与以往的数学教材不同的新面孔。比如在第 6 章中，本书采用追本溯源的方法引入布尔代数的概念、定理及公式，接着讨论了现代数字逻辑电路的设计问题，既符合循序渐进的教学原则，又把应用数学与工程技术紧密地结合在一起。

为了方便读者学习，本书还提供了各章习题参考答案和提示，以及数学专业术语的中英文对照表。

另外，汪潇楠、陈焕、李静、秦晓明、陈翠英、许博、赵天龙等同志为本书的编写提供了帮助与支持，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，书中不妥之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

编者著

2007 年 2 月

目 录

第 1 章　微积分

1.1　预备知识

1.1.1　实数与数轴

最基本的数是自然数：1,2,3,…

由自然数扩充到整数：0,±1,±2,±3,…

正、负整数与分数，连同零这个数，统称为有理数，即$\frac{P}{q}$这种形式的数，其中 P 及 q 都是整数，且 $q\neq0$。

像$\sqrt{2}$,π 这样的数，如果用十进制小数表示，都是不循环的无尽小数：

$$\sqrt{2}=1.4142135\cdots,\quad \pi=3.1415926\cdots$$

这种不循环的无尽小数称为无理数。

一切有理数及无理数统称为实数。

它们之间的关系可以整理如下：

自然数

↓

整数 $\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}$

↓

有理数 $\begin{cases}\text{正有理数}\\\text{零}\\\text{负有整数}\end{cases}$

↓

实数 $\begin{cases}\text{有理数}\\\text{无理数}\end{cases}$

设有一条无穷长的直线，在这条直线上任取一点 O，称为原点。在直线上规定一个正方向和一个长度单位。这种具有原点、正方向与长度单位的直线就叫作数轴，如图 1.1 所示。

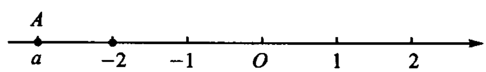


图 1.1

对每一个实数 a，在数轴上规定一个点 A 与它对应，实数 a 称为点 A 在数轴上的坐标。

$$a=\begin{cases}|OA| & 当点 A 在原点 O 之右\\ 0 & 当点 A 与原点 O 重合\\ -|OA| & 当点 A 在原点 O 之左\end{cases}$$

其中，$|OA|$表示点 A 与原点 O 之间的距离，也就是线段$\overline{OA}$的长度。

1.1.2　区间与绝对值

区间是指介于某两个实数之间的全体实数，而这两个实数就叫作该区间的端点。

设 a 与 b 为两个实数，且 $a<b$。

满足不等式 $a<x<b$ 的一切实数 x 的全体叫作开区间，记为(a,b)。x 称为变量 x。

满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的一切实数 x 的全体叫作闭区间，记为$[a,b]$。

满足不等式 $a<x\leqslant b$ 或 $a\leqslant x<b$ 的一切实数 x 的全体叫作半开区间，记为$(a,b]$或$[a,b)$。

除了上述有限区间外，对于无限区间，规定如下：

$(-\infty,+\infty)$表示全体实数，即$-\infty<x<+\infty$；

$(a,+\infty)$表示大于 a 的实数的全体，即 $a<x<+\infty$；

$(-\infty,a)$表示小于 a 的实数的全体，即$-\infty<x<a$。

注意：符号"$-\infty$"，"$+\infty$"表示无穷大，不能作为具体的数看待。

对于实数 a，定义 a 的绝对值为：

$$|a|=\begin{cases}a & 若 a\geqslant 0\\ -a & 若 a<0\end{cases}$$

绝对值的性质：

① $|a|\geqslant 0$；

② $|-a|=|a|$；

③ $-|a|\leqslant a\leqslant |a|$；

④ 存在一个正数 ε，使$|a|<\varepsilon \Rightarrow -\varepsilon<a<\varepsilon$；

⑤ 存在一个正数 N，使$|a|>N\Rightarrow a>N$ 或 $a<-N$。

绝对值的运算：

① $|a+b|\leqslant |a|+|b|$；

② $|a+b|\geqslant |a|-|b|$；

③ $|ab|=|a|\cdot|b|$，$\left|\dfrac{a}{b}\right|=\dfrac{|a|}{|b|}$　$(b\neq 0)$。

1.1.3　集合初步知识

人们在认识客观世界的过程中，经常根据研究对象的不同特性，将它们分门别类地进行研究。将具有某种性质的研究对象的全体称为具有该性质的集合。

集合通常用大写字母 A,B,C,D 等表示。集合中的每一个个别的对象称为集合的元素，通常用小写字母 a,b,x,y 等表示。a 是集合 A 的元素，记作 $a\in A$，读作"a 属于 A"；b 不是 A 的元素，记为 $b\,\bar{\in}\,A$ 或 $b\notin A$，读作"b 不属于 A"。

只含有限多个元素的集合称为有限集，含有无穷多个元素的集合称为无限集。

表示集合的方法主要有列举法和描述法。

把集合中的元素一一列举出来的表示方法称为列举法。例如正偶数集合 B 可表示为

$$B=\{2,4,6,\cdots,2n,\cdots\}$$

用描述集合中元素的特征给出集合的方法称为描述法。例如正偶数集合 B 可表示为

$$B=\{2n\mid n\text{ 是正整数}\}\quad\text{或}\quad B=\{2n:n\text{ 是正整数}\}$$

一般说来，某集合 S 是由具有性质 p 的元素 x 组成的，则记为

$$S=\{x\mid x\text{ 具有性质 }p\}\quad\text{或}\quad S=\{x:x\text{ 具有性质 }p\}$$

不含任何元素的集合称为空集，记为 $\varnothing$。

若任给 $x\in A\Leftrightarrow x\in B$，则称集合 A 与集合 B 是相等集合，记作 $A=B$。否则称 A 和 B 不相等，记为 $A\neq B$。

若任给 $x\in A\Rightarrow x\in B$，则称 A 是 B 的子集，也称 A 包含于 B 或 B 包含 A，记为 $A\subset B$。

设 A,B 是两个集合，下面定义几个重要概念：

$A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$ 称为 A 与 B 的并集；

$A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$ 称为 A 与 B 的交集；

$A-B=\{x\}x\in A$ 但 $x\,\bar{\in}\,B\}$ 称为 A 与 B 的差集；

$\overline{A}=\{x|x\in U$ 但 $x\,\bar{\in}\,A\}$ 称为 A 的补集，U 为全集。

全集是由所研究对象的全体构成的集合，记为 U。

以下集合的关系式有：

$$A\cap\varnothing=\varnothing,\quad A\cup\varnothing=A,\quad A\cap\overline{A}=\varnothing,$$

$$A\cup\overline{A}=U,\quad A\cup B\supset A,\quad A\cap B=\subset A,$$

$$A\subset B\Leftrightarrow A\cup B=B\Leftrightarrow A\cap B=A$$

集合具有以下运算规律：

- 交换律：$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$；
- 结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；
- 分配律：$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$，
  $(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$；
- 德-摩根(De-Morgan)律：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$。

今后我们遇到的集合主要是由实数构成的集合：$\mathbf{R}$ 表示实数集合，$\mathbf{Q}$ 表示有理数集合，$\mathbf{Z}$ 表示整数集合，$\mathbf{N}$ 表示正整数集合。

1.1.4 平面上的直角坐标

将直线上的点与实数建立起一一对应关系。任一实数都对应数轴上惟一的点；反之，数轴上每一个点惟一地代表一个实数。全体实数与数轴上的点有着一一对应关系.

下面研究平面上的点与数的对应关系，即平面上的坐标法。

在平面上作两条互相垂直且具有共同原点的数轴，取定一个单位长度，两轴的交点记为原点 O；记两轴的正方向分别为 Ox 及 Oy，称为 x 轴及 y 轴；两轴相交的角度为 90°，如图 1.2 所示。

现在过点 M 向 x 轴作垂线得垂足 P，设点 P 在 x 轴上的坐标为数 x，则称数 x 为点 M 的横坐标；同样，过点 M 向 y 轴作垂线得垂足 Q，设点 Q 在 y 轴上的坐标为数 y，则称数 y 为点 M 的纵坐标，记号 $M(x,y)$ 表示横坐标为 x 而纵坐标为 y 的点 M（见图 1.3）。

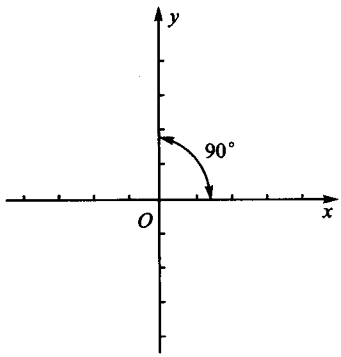


图 1.2

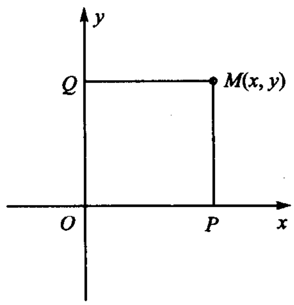


图 1.3

在平面上取定 x 轴和 y 轴，从而使得平面上任意点的位置可用它的坐标 x,y 来确定，称为在平面上导入坐标系 xOy。

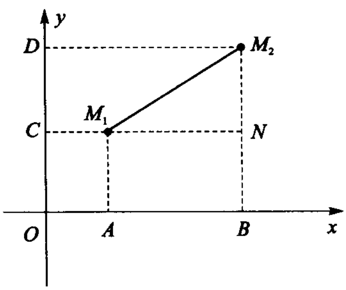


图 1.4

在平面上导入坐标系 xOy 后，可使平面上的点和一对有序实数 x,y 之间建立一一对应关系。

两点间的距离：设有两点 $M_1(x_1,y_1)$ 和 $M_2(x_2,y_2)$，求这两点间的距离 $d=|M_1M_2|$。

从 M_1 和 M_2 分别作 x 轴的垂线交 x 轴于 A 和 B，再分别作 y 轴的垂线交 y 轴于 C 和 D，$\triangle M_1NM_2$ 是一个直角三角形（如图 1.4 所示），那么

$$|M_1M_2|^2=|M_1N|^2+|NM_2|^2$$

但 $$|M_1N|=|AB|,\quad |NM_2|=|CD|$$

而 $$AB=x_2-x_1,\quad CD=y_2-y_1$$

从而

$$|AB|^2=(x_2-x_1)^2,\quad |CD|^2=(y_2-y_1)^2$$

即

$$|M_1M_2|^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$$

因此

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

【例 1.1.1】　求点(5,6)和点(9,9)间的距离。

【解】

$$d=\sqrt{(9-5)^2+(9-6)^2}=\sqrt{16+9}=5$$

1.1.5　直线的方程

直线是最简单的平面曲线。

(1) 点斜式方程

设有一直线与 x 轴相交，交点为 A，P 是 x 轴上的一点，而 Q 是直线上的一点，角 $\alpha=\angle PAQ$ 称为直线对于 x 轴的倾角(如图 1.5 和图 1.6 所示)。对于一切直线，α 的取值范围为：$0\leqslant\alpha<\pi$。

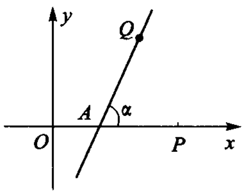


图 1.5

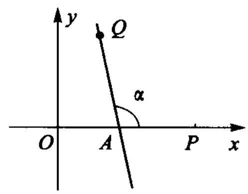


图 1.6

直线对于 x 轴的倾角的正切值，叫作该直线的斜率，即

$$k=\tan\alpha$$

对于直线上的两点 M_1 和 M_2，自 M_1，M_2 分别向 x 轴引垂线得 M_1A 与 M_2B，分别向 y 轴引垂线得 M_1C 与 M_2D(见图 1.7)。延长 CM_1 与 BM_2 相交于 Q，则

$$k=\tan\alpha=\frac{QM_2}{M_1Q}=\frac{CD}{AB}$$

但

$$CD=y_2-y_1,\quad AB=x_2-x_1$$

故

$$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

设 $M(x,y)$ 为所设直线上点 M_0 外的任意一点(见图 1.8)，则 M 点的坐标必须满足

$$k=\frac{y-y_0}{x-x_0},\quad 当\ x\neq x_0\ 时$$

因此

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

即为直线的点斜式方程。

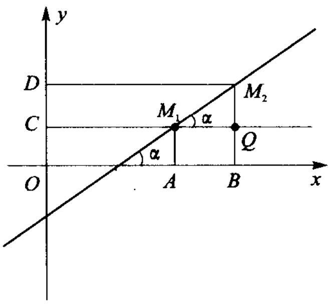


图 1.7

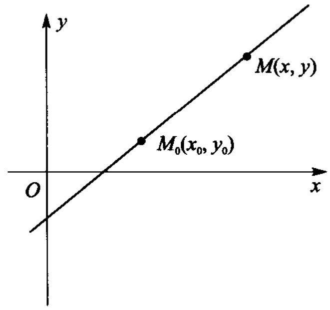


图 1.8

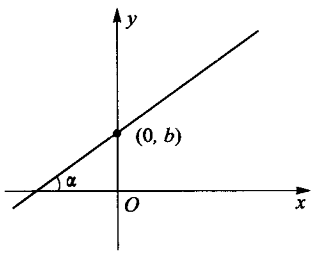


图 1.9

(2) 斜截式方程

设直线的斜率为 k，并且直线与 y 轴的交点为 $(0,b)$，称 b 为直线在 y 轴上的截距（见图 1.9）。

根据直线的点斜式方程可得

$$y - b = k(x - 0)$$

即
$$y = kx + b$$

称为直线的斜截式方程（$y=kx+b$ 称为线性函数。线性函数的图形是一条直线）。

【例 1.1.2】 已知一直线的斜率为 3，而它在 y 轴上的截距为 $-\dfrac{2}{3}$，求该直线的方程。

【解】 $b=-\dfrac{2}{3}$，$k=3$，该直线方程为：

$$y = 3x - \frac{2}{3}$$

【例 1.1.3】 已知一直线对于 x 轴的倾角为 $\dfrac{\pi}{4}$ 且通过原点，求该直线的方程。

【解】 $b=0$，$\alpha=\dfrac{\pi}{4}$，$k=\tan\alpha=1$，该直线方程为：

$$y = x$$

(3) 两点式方程

设 $M_1(x_1,y_1)$，$M_2(x_2,y_2)$ 为两个不同的点，建立通过这两点的直线方程（$x_1 \neq x_2$，$y_1 \neq$

y_2)(见图 1.10)。

设直线的斜率为 k,而知 $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$,又因为直线通过点 (x_1,y_1),引用点斜式方程得

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

整理可得

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

称为直线的两点式方程。

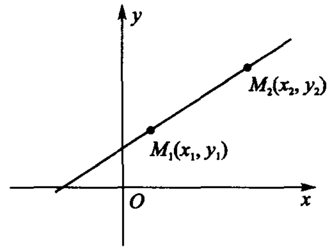


图 1.10

(4) 截距式方程

设有一直线,它在 x 轴上的截距为 a,在 y 轴上的截距为 b,且 a,b 均不等于零,求直线方程(见图 1.11)。

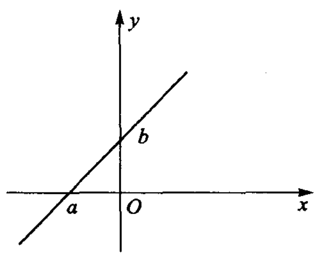


图 1.11

已知直线通过 $(a,0)$ 和 $(0,b)$ 两点,$a\neq0$,$b\neq0$,根据直线的两点式方程得

$$\frac{y-0}{b-0}=\frac{x-a}{0-a}$$

即

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

称为直线的截距式方程。

(5) 直线的一般方程

一次方程 $Ax+By+C=0$ 都表示一直线,称为直线的一般方程。

对于已知的直线方程 $Ax+By+C=0$,若要求画出这条直线,只要找到直线上的任意两点,连结两点的直线即是。令 $x=a$,从方程中解得 y,记作 b,则 (a,b) 就是直线上的一点;同理可再找出直线上的另一点。

【例 1.1.4】 已知直线方程 $3x-4y+2=0$,画出该直线的图形。

【解】 令 $x=0$,得 $y=\frac{1}{2}$;令 $y=0$,得 $x=-\frac{2}{3}$。于是,得到直线上的两点 $A(0,\frac{1}{2})$,$B(-\frac{2}{3},0)$。

用直线连结点 A 和点 B 并延长,即可得所求直线图形(见图 1.12)。

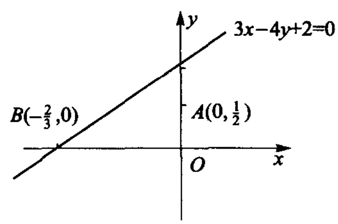


图 1.12