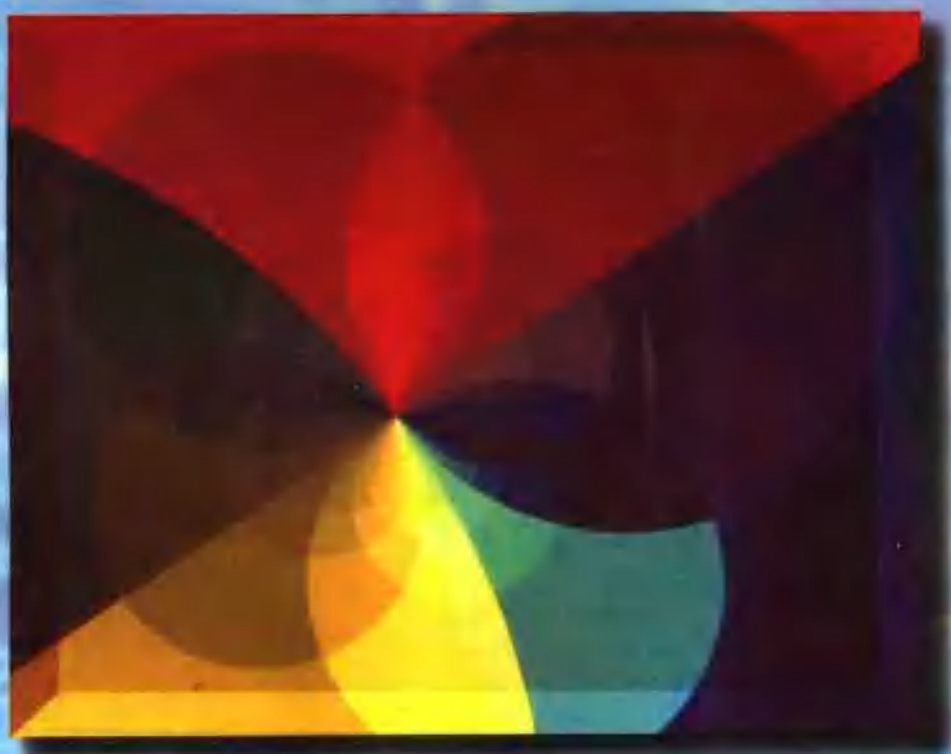




全国各类成人高等学校招生统一考试
高中起点升大专、本科考前辅导班教材

数学复习指导

丛书主编 郭光耀
本书主编 马成瑞
刘美仑



科学普及出版社

全国各类成人高等学校招生统一考试
高中起点升大专、本科考前辅导班教材

数学复习指导

丛书主编 郭光耀
本书主编 马成瑞 刘美仑

科学普及出版社

·北 京·

图书在版编目 (CIP) 数据

数学复习指导/马成瑞, 刘美仑主编. - 北京: 科学普及出版社, 1998. 3
(全国各类成人高等学校招生统一考试高中起点升大专、本科考前辅导班教材/郭光耀主编)
ISBN 7-110-04219-7

I. 数… II. ①马…②刘… III. 数学-高等教育; 成人教育-入学考试-自学参考资料
IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 04922 号

科学普及出版社出版
北京海淀区白石桥路 32 号 邮政编码:100081
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
北京国防印刷厂印刷

*

开本: 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张: 13.75 字数: 350 千字
1998 年 3 月第 1 版 1998 年 3 月第 1 次印刷
印数: 1~10000 册 定价: 22.00 元

内 容 提 要

本教材包括：数、式、方程和方程组；集合；不等式和不等式组；指数和对数；函数；数列；排列、组合与二项式定理；复数；三角函数及其有关概念等十八章内容。本教材为文科类和理科类考生兼用。

丛书主编 郭光耀

丛书编委 (按姓氏笔画排序)

马成瑞	王 征	王小平	牛 辉	刘美仑
刘亚玲	孙荻芬	李子恒	何虎生	张立言
张 静	周伯君	岳金波	徐 刚	郭义达
魏发辰				

本书主编 马成瑞 刘美仑

本书编者 马成瑞 刘美仑 关民乐 朱国华 魏晓莉
韩乐琴 王江慈

责任编辑 肖 叶 胡 萍

责任校对 张林娜

封面设计 曲 文

正文设计 曲 文

前 言

全国各类成人高等学校招生统一考试以来,由于没有专门的考前辅导班教材,使广大考生在复习过程中遇到较大的困难。为了解决这个问题,我们根据国家教育委员会制订的1998年新的《数学复习考试大纲》编写了教材《数学》,以及《数学复习指导》,以帮助考生复习和考试。本教材为文科类和理科类考生兼用。

本教材包括:数、式、方程和方程组;集合;不等式和不等式组;指数和对数;函数;数列;排列、组合与二项式定理;复数;三角函数及其有关概念等共十八章内容。

本教材编写的基本指导思想是便于考生自学,因此在阐述每个问题时,力求条理清楚,重点突出,概念明确,深入浅出;每一基本内容后面的例题也选得较多,同时将解题过程尽量写得易于接受。

请辅导教师和考生注意:按国家标准规定“tg”应改为“tan”,“ctg”应改为“cot”,因目前中学教材中仍在使用的“tg”、“ctg”,所以本书没按国家标准规定改写。

由于编写时间较短,书中不当之处还请读者批评指正。

编 者

1998年1月

目 录

第一篇 成人高考数学命题思路分析与今后复习建议	1
第二篇 各章习题	9
第一章 数、式、方程和方程组	9
习题 1.1 数	9
习题 1.2 式	10
习题 1.3 方程和方程组	12
第二章 集合	15
习题 2.1 集合的基本概念	15
习题 2.2 集合与集合的关系	15
第三章 不等式和不等式组	18
习题 3.1 不等式的性质	18
习题 3.2 不等式和不等式组的解法	19
第四章 指数和对数	21
习题 4.1 指数和对数	21
习题 4.2 指数方程和对数方程	22
第五章 函数	24
习题 5.1 函数的概念	24
习题 5.2 正比例函数、反比例函数、一次函数	26
习题 5.3 二次函数	27
习题 5.4 幂函数	30
习题 5.5 指数函数和对数函数	31
第六章 数列	35
习题 6.1 数列的概念	35
习题 6.2 等差数列和等比数列	36
第七章 排列、组合与二项式定理	40
习题 7.1 排列、组合的概念	40
习题 7.2 排列、组合的简单应用题	41
* 习题 7.3 二项式定理	42
* 第八章 复数	44
习题 8.1 复数的概念	44
习题 8.2 复数的运算	45
第九章 三角函数及其有关概念	48
习题 9.1 角的有关概念	48

习题 9.2 任意角的三角函数	50
第十章 三角函数式的变换	53
习题 10.1 同角三角函数的基本关系	53
习题 10.2 三角函数的诱导公式	54
习题 10.3 两角和与差的三角函数	55
第十一章 三角函数的图像和性质	59
习题 11.1 正弦函数和余弦函数的图像及其性质	59
习题 11.2 正切函数和余切函数的图像及其性质	60
习题 11.3 函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像和性质	61
* 第十二章 反三角函数和简单的三角方程	64
习题 12.1 反三角函数	64
习题 12.2 简单的三角方程	65
第十三章 解三角形	67
习题 13.1 解直角三角形	67
习题 13.2 解斜三角形	68
* 第十四章 直线和平面	70
习题 14.1 平面	70
习题 14.2 异面直线	70
习题 14.3 空间图形中的平行与垂直关系	73
习题 14.4 空间图形中的角与距离	75
* 第十五章 多面体和旋转体	77
习题 15.1 多面体	77
习题 15.2 旋转体	79
第十六章 直线	83
习题 16.1 基本概念和公式	83
习题 16.2 直线的方程	85
习题 16.3 两条直线的位置关系	86
第十七章 圆锥曲线	88
习题 17.1 曲线和方程	88
习题 17.2 圆	89
习题 17.3 椭圆	90
习题 17.4 双曲线	91
习题 17.5 抛物线	93
* 第十八章 参数方程、极坐标	95
习题 18.1 参数方程	95
习题 18.2 极坐标	95
第三第 各章习题答案、提示或简解	97
第四篇 模拟试题及解答	204
模拟试题一(文史财经类)	204
模拟试题二(理工农医类)	208

说明:本书打“*”的内容文史财经类不作要求.

第一篇 成人高考数学命题思路分析与今后复习建议

一、成人高考数学命题思路分析

虽然历年来成人高考数学试卷中题目各不相同,各种题型的分数比值也发生了一定的变化,但是总的来看,近年的成人高考数学命题还是比较稳定的,并呈现出一定的规律.例如,1995年至1997年连续三年,题型及其分值没有一点变化.在总结和分析近年成人高考数学试题的基础上,进一步分析成人高考数学命题的思路,不仅有利于采取正确的策略复习备考,而且会对考生参加成人高考前复习中学数学基础知识有很大的促进作用.因此,我们在这里通过分析近年的成人高考数学试题,从中总结出一些规律,供指导复习的教师和考生参考.

近年来的成人高考数学命题呈现出以下几个特点.

1. 成人高考数学命题重视对基础知识的考查

基础知识即中学数学课程中所涉及的概念、法则、公式、公理、定理等,因为数学是有严密逻辑体系的知识系统,各部分内容有机联系组成一个整体结构,因此对基础知识的考查不仅要考查对知识的记忆和再认,而且还注重在理论基础上的应用以及各部分知识的联系.

成人高考数学试卷坚持以“选拔优秀学生”为指导思想,严格遵循《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》(以下简称《考试大纲》)的规定.基础知识是《考试大纲》内容系统的重要组成部分,在数学科目的《考试大纲》中,总共列出了理工农医类142个,文史财经类98个知识点.成人高考数学命题覆盖面广,并且突出了中学数学教学内容的重点.

每年的试卷中会出现一两道难度较大、综合性较强的试题,是命题者注意从知识点的纵横联系设计的题目,要求考生能揭示各知识点的内在联系,从知识结构的整体出发去解决问题.一些小题虽然分值不高,但一般不是考查单一的知识点,而是多个知识的综合.

例如,周期函数是三角中的一个重要概念,在高中数学课本中常见的周期函数是指三角函数,根据所给的三角函数表达式来求出三角函数的最小正周期是教学中的基本内容,同时也是成人高考数学试题中考查的一个重要内容,从1992年起的试题中,每年都包括了这一类问题.

(1) 已知函数 $y = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期是 $\frac{2\pi}{3}$, 对正数 ω 等于()

(A) 3 (B) 3π (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$ (1992年成人高考试题)

(2) 函数 $y = \left(\sin \frac{x}{3} + \cos \frac{x}{3}\right)^2$ 的最小正周期是()

(A) 3π (B) 2π (C) 3 (D) 6π (1993年成人高考试题)

(3) 函数 $y = (\cos^2 x - \sin^2 x) \lg 2x$ 的最小正周期是()

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π (1994年成人高考试题)

(4) 函数 $y = \sin(x + 11\pi) \cos(x + 7\pi)$ 的最小正周期是_____ (1995年成人高考试题)

(5) 函数 $y = \frac{1}{2} \sin^2 2x$ 的最小正周期是()

(A) 4π (B) 2π (C) π (D) $\frac{\pi}{2}$ (1996 年成人高考试题)

(6) 函数 $y = \sin x \sin \left(\frac{3\pi}{2} - x \right)$ 的最小正周期是()

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π (1997 年成人高考试题)

从以上几年的试题可以看出,围绕周期函数这个基本概念,命题者从正反两方面来设计试题,有的是从给出的表达式中去求函数的最小正周期,有的是给出函数的最小正周期来确定表达式中的待定系数,无论从哪个角度去命题,核心只有一个,那就是求三角函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的最小正周期,但是命题者为了避免考生在答案中生搬硬套地使用公式,对函数的表达式作了一些变形处理.要求考生在答题中对所给的函数表达式进行恒等变形,化简成为 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 或 $y = A \cos(\omega x + \varphi)$ 的形式,然后去求出它的最小正周期或确定表达式中的待定系数.

如

$$(2) \text{ 中 } y = \left(\sin \frac{x}{3} + \cos \frac{x}{3} \right)^2 = \sin^2 \frac{x}{3} + 2 \sin \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} + \cos^2 \frac{x}{3} = 1 + \sin \frac{2x}{3},$$

$$(3) \text{ 中 } y = (\cos^2 x - \sin^2 x) \operatorname{tg} 2x = \cos 2x \cdot \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \sin 2x,$$

$$(4) \text{ 中 } y = \sin(x + 11\pi) \cos(x + 7\pi) = \sin(\pi + x) \cos(\pi + x) = \frac{1}{2} \sin(2\pi + 2x) = \frac{1}{2} \sin 2x,$$

$$(5) \text{ 中 } y = \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos 4x,$$

$$(6) \text{ 中 } y = \sin x \sin \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) = \sin x (-\cos x) = -\frac{1}{2} \sin 2x.$$

又如:等差数列和等比数列是普通高中数学课本的基本内容之一,是历年成人高考数学考查的重点.较简单的问题是从等差(比)数列中的 5 个元素 $a_1, d(q), n, a_n, S_n$ 中的任意 3 个元素,通过通项公式和前 n 项和公式来确定其余的 2 个元素,较难的问题是数列有关性质的灵活运用,以及数列和其他知识的综合应用,但所用的仍然是等差数列和等比数列的基本概念和基本公式.所谓难,只是提高了对知识的综合性、灵活性以及应用知识分析问题、解决问题等方面的能力要求.

大家可以回顾一下近年来成人高考试卷中有关数列的问题.

例 1 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 15$, 则 a_3 为()

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (1992 年成人高考试题)

例 2 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = a_n + \lg 2$, 且 $a_1 = 1$, 则其通项公式为()

(A) $a_n = 1 + (n-1) \lg n$ (B) $a_n = 1 + \lg n$
(C) $a_n = 1 + (n-1) \lg 2$ (D) $a_n = 1 + n \lg 2$

(1995 年成人高考试题)

例 3 在 -5 和 16 之间加入 n 个数,使这 $n+2$ 个数组成和是 88 的等差数列,则公差 $d =$ _____ (1996 年成人高考试题)

例 4 设 $\sqrt{5}, x+1, 5\sqrt{5}$ 成等比数列,则 $x =$ ()

(A) 4 或 -4 (B) -4 或 6
(C) 4 或 -6 (D) 4 或 6 (1997 年成人高考试题)

例 1 至例 4 是近几年来出现的难度较小的有关数列的试题,虽然形式各不相同,但是命题

仍然是围绕通项公式和前 n 项和公式的应用展开. 但作为高考试题, 不仅要求考生记住这些公式, 更多的情况是要求考生对这些公式能灵活运用. 如:

例 2 中, 由 $a_{n+1} = a_n + \lg 2$ 经过变形得 $a_{n+1} - a_n = \lg 2$, 由等差数列定义可知数列 $\{a_n\}$ 是以 $\lg 2$ 为公差的等差数列, 因为 $a_1 = 1$, 从而求得通项公式 $a_n = 1 + (n-1)\lg 2$, 因此选 (C).

下面我们再看试题中难度较大的有关数列的问题, 但所考查的仍然是有关数列的基本概念和基本知识, 只是对所列的知识能够综合运用的能力加强了.

例 5 设三数 a, b, c 成等比数列, 其积为 8, 又 $a, b, c-1$ 成等差数列, 求此三数

(1991 年成人高考试题)

例 6 求 $\log_2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} \right)^{-1}$ 的值. (1994 年成人高考试题)

上面几道试题, 是近年成人高考中难度较大, 得分率低的试题, 得分率低的重要原因就是试题打破以往的固定模式, 创设新的问题情境. 尽管答题中所用到的仍然是一些基本概念和基本公式, 由于题目形式新颖, 注入新意, 考生对题目中所涉及的知识间的相互联系并不十分熟悉, 化归起来比较困难, 也很难得分. 下面我们解剖一下这几个较难的题目所用到的基础知识.

例 5 中, 由已知条件和等差中项, 等比中项的概念 $b^2 = ac$, $abc = 8$, 容易得出 $b = 2$, 再结合方程组 $\begin{cases} ac = 4 \\ 2b = a + c - 1, \end{cases}$ 便可以使问题得到解决. 所考查的还是数列的基础知识及分析问题、解决问题的能力.

例 6 中, 首先求出等比数列 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^6}$ 前 7 项的和为 $\frac{127}{64}$, 然后再进行指数和对数的运算, 所考查的仍然是等比数列、指数、对数等基础知识, 以及运算能力和解决问题的能力.

2. 成人高考数学命题坚持源于课本略高于课本的指导思想

为了选拔优秀学生, 真实地反映学生的数学能力, 克服学习数学中的死记硬背和题海战术等不良现象, 试题在稳定的前提下不断创新, 出现了一些形式新颖的试题. 这些试题不是着眼于解答方式新颖, 而是力求在常见中求新意, 要求考生独立思考, 创造性地分析问题和解决问题. 题型新颖但强调基础知识的作用, 以现行中学数学教材为命题根据, 对教材中的例题或习题作适当的变形或引伸, 打破以往的固定模式, 创设新的问题情景, 寻找知识的重新组合, 使问题以崭新的形式出现.

下面我们来看几道在近年成人高考中出现的形式比较新颖的题目, 并且对比一下这些试题在教材中的原型, 从而体现成人高考试题“源于课本, 略高于课本”的指导思想.

例 7 记等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 若 $a_{n+1} = 2S_n + 1$, 则公比为_____.

(1992 年成人高考试题)

例 8 设二次函数 $f(x) = x^2 + bx + c$, 满足 $f(1) = f(5)$, 求 x 的取值范围使得 $f(x) > c - 8$

(1995 年成人高考试题)

从以上两道例题可以看出成人高考数学试题的设计, 或者在新颖上下功夫, 或者将课本的例题或习惯稍加改变.

在例 7 中, 题目的背景是数列中的递推式, 其解答中要考生对 a_n 与 S_n 的关系有比较透彻的理解, 分别列出两个式子 $a_2 = 2a_1 + 1$ 和 $a_3 = 2(a_1 + a_2) + 1$, 问题就顺利得到解决.

在例 8 中,背景为二次不等式的问题,这种题既陌生又新颖,但实质上是常见的求二次函数的解析式问题.

为了达到选拔人才的目的,每年试题中,都安排了一定数量的档次较高、综合性较强的题目,有些题目是课本习题的组合.如:

1994 年成人高考文科第(24)题:“设 $2x - 3y - z = 0$, $x + 3y - 14z = 0$, $x \neq 0$, 求 $\frac{x^3y + 5xyz + xz}{y^2 + z^2}$ 的最小值”,它正是课本中三元一次方程组和二次函数、求最小值综合而成的题目.

3. 成人高考数学命题重视对数学思想方法的考查

数学思想方法是数学知识的精髓,又是知识转化为能力的桥梁,近几年高考数学试题对数学思想方法的考查已经形成稳定的风格,无论在基础题还是综合题中,都在检测考生运用数学思想方法分析问题解决问题的能力.命题者不是人为地营造数学思想方法的试题,也不是刻意追求巧解新法,而是把对中学数学中最重要的数学思想方法的考查,融会在“三基”的检测与能力的考核之中,因此考查更加自然、深入.

(1) 数形结合:其实质将抽象的数学语言与直观图形结合起来,通过对图形的处理,实现抽象概念与具体形象的转化,化形为数,化数为形,使问题得到解决.

例 9 设函数 $f(x) = a^{-|x|}$ ($a > 0$),且 $f(2) = 4$,则()

- (A) $f(-1) > f(-2)$ (B) $f(1) > f(2)$
(C) $f(2) < f(-2)$ (D) $f(-3) > f(-2)$ (1995 年成人高考试题)

例 10 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\angle BAC = 120^\circ$, $AB = 3$, $BC = 7$,则 $AC =$ _____
(1997 年成人高考试题)

在例 9 中,首先利用 $f(2) = 4$ 确定 a 的值,再画出函数的图像,即可判断 $f(-3) > f(-2)$.

在例 10 中,只要根据题设条件画出图形,就能直观、迅速地作出判断用正弦定理首先求出 $\sin \angle ACB = \frac{3\sqrt{3}}{14}$,再利用余弦定理求得 $AC = 5$.

以数示形或以形思数,把数和式的准确刻划与几何图形的直观描述有机地结合起来,而且更重要的是对发展学生的创造性思维,完善学生的思想品质有特殊的重要作用.

(2) 等价转化:等价转化的思想是一种重要的数学思想,把未知的问题进行等价转化,以利用已有知识去解决问题.

例 11 设三棱锥 $S-ABC$ 的侧面 SAC 垂直于底面 ABC , $\angle ACB = 90^\circ$, $SA = AC = SC = BC$,设侧面 SAB 与侧面 SAC 所成的二面角为 α ,求 $\cos \alpha$ (1997 年成人高考试题)

此题正是通过转化的思想沟通了立体几何中的基本线、面之间的联系,而化归与转化的思想方法也是解决立体几何的重要手段,在历届成人高考数学试题中,转化思想的应用处处可见.

(3) 函数与方程:函数与方程的思想是利用运动和变化的观点,分析和研究问题本身的数量关系,通过函数的形式,把这种关系表示出来并加以研究,使问题得到解决.如:

例 12 设二次函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 满足 $f(1) = -4$, $f(2) = -\frac{3}{5}f(4)$,求此函数的最小值
(1996 年成人高考试题)

本题由函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 通过 $f(1) = -4$ 和 $f(2) = -\frac{3}{5}f(4)$ 之间的关系转化为方

程组
$$\begin{cases} 1 + b + c = -4 \\ 4 + 2b + c = -\frac{3}{5}(16 + 4b + c) \end{cases}$$
 求得 $b = -2, c = -3$, 再通过二次函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 求得函数 $f(x)$ 的最小值为 -4 .

除了数学思想方法以外,在成人高考数学试题中还突出逻辑思维方法的考查,诸如观察、分析、综合、归纳、类比、抽象、概括等科学思维方法,都有机地融会在试题中.

4. 成人高考数学命题加强了对能力的考查

《考试大纲》中规定,“数学科考试旨在测试中学数学基础知识、基本技能、基本方法、运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力,以及运用所学数学知识和方法,分析问题和解决问题的能力.”这是由考试性质和数学科本身的特点决定的.

运算能力:一种基本能力,不仅要求会根据法则、公式正确地进行运算,而且还要求理解定理,并能够根据题目要求和条件寻求合理、简捷的运算途径,运算熟练、迅速、准确.

对运算能力的考查涉及集合、实数、复数、整式、分式、根式、指数式、对数式、三角式的运算,考查内容广泛,全卷约有 90% 的题目要通过运算加以解决.对正确进行数和式的计算提出很高的要求.在选择题和填空题中一步之错则全题失分,为了提高运算能力,考生在复习应试时必须概念清楚,基本公式运用熟练,解题思路明确,运算准确、简捷、迅速.

逻辑思维能力:高考命题对逻辑思维能力的考查包括会观察、比较、分析、综合、抽象和概括,会用归纳、演绎和类比进行推理,会用简明的数学语言对数学问题进行表述.在逻辑思维能力的测试中,对于思维的深刻性、灵活性、严谨性等思维品质都提出了较高的要求,如

1995 年理科试题第 (24) 题 “设 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $0 < y < \frac{\pi}{2}$ 且 $\sin x \sin y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \sin\left(\frac{\pi}{6} - y\right)$, 求 $\left(\operatorname{ctg} x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) (\operatorname{ctg} y - \sqrt{3})$ 的值”, 对三角等式的恒等变换; 第 (25) 题 “自椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点向直线 $l: y = kx + m$ 作垂线, 记垂足为 P . 试用 a, b, k, m 表示椭圆中心 O 到点 P 的距离 $|OP|$. 如果 l 与该椭圆有交点, 求证: $|OP| \leq a$ ” 对字母关系的推演, 都要求考生在洞察的前提下进行简化运算, 实际上是逻辑思维能力与运算能力的结合. 逻辑思维能力是数学能力的核心, 常常是高考考查的重点.

空间想象能力:空间想象能力是对空间图形进行处理的能力. 高考中考查空间想象能力首先要求考生根据题设条件正确地想象画出空间图形, 将复杂图形分解为简单图形, 在此基础上确定图形中基本元素及相互位置关系. 然后再进行计算或进行判断, 如 1997 年理科试题第 (20) 题: “已知圆锥的侧面展开图的圆心角为 $\frac{4\pi}{3}$, 轴截面的面积为 $8\sqrt{5} \text{ cm}^2$, 则圆锥的体积为 _____” 和第 (25) 题: “设三棱锥 $S - ABC$ 的侧面 SAC 垂直于底面 ABC , $\angle ABC = 90^\circ$, $SA = AC = SC = BC$. 记侧面 SAB 与侧面 SAC 所成二面角为 α . 求 $\cos \alpha$ ” 均未给出图形, 首先要求考生根据题设条件画出图形作出判断, 灵活运用概念于图形的能力.

分析问题和解决问题的能力:与运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力相比较, 分析问题和解决问题的能力在成人高考的能力考查中是最高层次的能力, 它不仅要求考生理解一些数学概念, 掌握一些数学规律, 熟练的计算技巧, 更重要的是利用这些数学知识创造性地解决现实生活中的实际问题.

二、成人高考数学答卷中反映的问题

通过分析近年考生解答高考数学试卷的情况,从中可以发现考生在答题中出现的问题,这些问题具有一定的普遍性,清楚问题的所在,对正在准备成人高考复习的考生是十分有益的.

高考答题中反映的问题主要表现在以下几个方面:

1. 掌握基础知识不扎实,基本技能不熟练

从成人高考数学命题的特点可以看到,命题者特别注重基础知识的考查,不仅选择题和填空题所占的分数的比值较大,而且在解决答题中也特别重视基础知识的综合,但从近年来的阅卷情况看,考生在答卷中所暴露出来的基础知识不扎实,基本技能不熟练的问题是很严重的.

答卷中出现的概念不清、彼此混淆、张冠李戴等实属不少.如:

1997年高考理科第(14)题: “ $\arcsin(\sin \frac{5\pi}{6}) =$ (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{5\pi}{6}$ (C) $-\frac{\pi}{6}$ (D) $-\frac{5\pi}{6}$ ”,大多数考生根据反三角函数的性质 $\arcsin(\sin \alpha) = \alpha$ 得到 $\frac{5\pi}{6}$ 的结论,而没有考虑到 α 必须在 $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ 时才能成立的条件.

1997年高考文科第(13)题:“设函数 $f(2x) = \log_3(8x^2 + 7)$, 则 $f(1) =$ (A) 2 (B) $\log_3 39$ (C) 1 (D) $\log_3 15$ ”,不少考生选(D), 而没有从原式中先求出函数的解析式 $f(x) = \log_3(2x^2 + 7)$ 再去求 $f(1)$ 的值,而是直接把 $x=1$ 代入右边得出错误的结果.

1997年高考理科第(16)题“-8和-12的等比中项是_____.”许多考生把等比中项和等差中项的概念混淆.

所有这些,都反映了考生基本概念不清楚,基本运算不正确,基本方法没掌握,数学能力还不强.其次,考生用在选择和填空题上的时间较多,以至于在后面做解答题时没有足够的时间进行思考,或者答题不全.特别是遇到背景新颖的问题.如1997年高考理科第(24)题:“已知二次函数 $f(x) = 2(k+1)x^2 - (k^2-3)x - (k-1)$ 的图像与 x 轴有两个交点,这两个交点分别在点 $(-1, 0)$ 的两侧,求 k 的取值范围”.便束手无策,突出反映了考生能力的差距,会面对,对而不全的现象普遍存在.

2. 运算能力不强

数学运算包括了概念、判断、公式、推理以及方法等一系列知识和技能的综合应用.考生运算能力差是存在多年且议论最多的问题之一.从历次成人高考的情况来看,造成考生运算错误多的原因有三点,一是概念不清,二是方法不当,三是判断能力差.分别举例如下:

解1997年理科第(23)题时,由 $4^x, 5 \cdot 2^{x-2}, 1$ 成等差数列,等价于 $10 \cdot 2^{x-2} = 4^x + 1$,
整理得 $2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$,
即 $(2 \cdot 2^x - 1)(2^x - 2) = 0$,

所以有 $2^x = 2$ 或 $2^x = \frac{1}{2}$ (舍去),

从而得 $x = 1$.

以上解答,因概念不清,将 $2^x = \frac{1}{2}$ 舍去了,丢掉了 $x = -1$ 这个解.本题正确答案应为 $x = 1$ 或 $x = -1$.

解1997年文科第(22)题:“计算 $125^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \log_7 343 - \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$ ”时,所用的方法不

当,不少考生把原式变为 $\sqrt[3]{125^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \log_7 343 - \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{27}}}$ 进行计算,而没有掌握好指数幂的运算规律,结果运算很繁,造成错误百出。

解 1997 年理科第(22)题:“求函数 $f(x) = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的最大值和最小值”时,由于缺少起码的判断能力,答出最小值为负值。事实上,从题设函数的解析式就能判断出函数的最小值为正值或零,不可能为负。

我们常常听到一些考生在考完后感叹某些题的解题思路正确,只是计算有误,这是最令人惋惜的事情。运算能力是一种综合能力,很多成人高考数学试题需要根据题设条件,与正确的推理论证紧密结合在一起进行计算,如果不认真分析,盲目计算,势必会增加计算量,出现错误的机会就更大。

3. 逻辑推理不严谨,答案规范程度不高

成人高考数学试题主要由选择题、填空题、解答题三部分组成,对于选择题、填空题的答题规范比较明确、容易掌握,但是高考中的解答题因为是按步给分,要求写出推理论证和计算过程,不少考生在答题时表达不清,思维跳跃,以偏概全,把特殊当作一般。如:

1997 年高考文科第(23)题:“设双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 上一点 $P(a, b)$ 到直线 $y = x$ 的距离等于 $\sqrt{2}$, 其中 $a > b$, 求 a, b 。”

有部分考生采用如下解法:由题设,用点到直线的距离公式,得 $\frac{a-b}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$, 所以 $a = 3, b = 1$ 为所求。这里犯了一个很严重的错误,没有保证 $a^2 - b^2 = 1$ 的情形下以特例代替一般。又如:1997 年高考理科第(25)题,绝大多数考生没有指出哪一个角表示二面角的平面角,可见加强数学语言和逻辑推理能力的训练是十分必要的。

三、对今后复习的建议

不难看出,每一年的成人高考试题都会对下一年的复习带来影响,起着指导的作用。但从近几年成人高考试题的命题方向和命题原则来看,其具体体现三个不变:一是依据考纲(大纲)本(课本)不变;二是考基础、考课本、考能力不变;三是考基本数学思想方法不变。那么历届试题对今后参加成人高考的考生有什么启示呢?我们的建议如下:

1. 认真学习《考试大纲》

要认真学习国家教委颁布的全国各类成人高等学校招生的《考试大纲》,复习时要围绕大纲,紧扣教材,坚持“纲本原则”。在大纲中对所列的知识点提出了三个层次的不同要求,三个层次分别为:

(1) 了解、记住:要求考生对所列的知识的含义有初步的认识,知道有关内容,并能进行直接运用。

(2) 理解、掌握、会:要求考生对所列知识的含义有较深的认识,能够解释、举例或变形、推断,并能运用知识解决有关问题。

(3) 灵活运用:要求考生对所列知识能综合运用,并能解决较为复杂的数学问题。

这三个层次由低到高顺序排列,并且高一级层次的要求要包含低一级层次的要求。大纲是复习的依据,也是高考命题者的依据,要认真学习,复习时才不会迷失方向。

2. 加强基础知识的复习

每年的成人高考试题难度可能各有差异,但对基础知识的要求是一致的和统一的,而考生

在答卷中所暴露出来的基础知识不扎实、基本技能不熟练的现象是严重的。我们必须遵循大纲,尊重课本,重视基础,深入钻研教材,控制习题、例题的难度和深度,力求与大纲的要求相一致,加强对高考试题的研究,正确地把握试题的导向。

3. 加强基本技能的训练

从近几年高考阅卷的情况来看,考生需要下功夫,花时间加强下面基本技能的训练。

(1) 语言表达能力。语言是思维的工具,也是思维的表现,如果没有良好的表达能力,就不能充分反映出你的想法。从高考阅卷的反馈信息来看,许多考生因为语言表达欠缺,说不清、道不明而被扣分所占的比例很大。不少考生因语言表达混乱,洋洋一大篇不得要领,或寥寥数语而没有说清道理,尤其是高考立体几何的过程明显偏于论证,但考生在解答立体几何题时,只注意算而忽视了推理论证的过程,因而失分不少。这就反映了平时的思维训练中忽视了语言训练,因而思维训练也不充分,就会影响了逻辑推理能力的提高,应当引起高度重视。平时应加强语言训练,使自己能精确地、完整地运用数学语言来表述自己的思维过程和解题过程。

(2) 运算能力。运算能力是数学的一项基本能力,数学运算包括了概念、判断、公式、推理及方法等一系列知识和技巧的综合应用。从历年高考阅卷中可以看到,学生运算能力差常常表现在运算不准、方法不当,或缺少判断能力上。

运算能力的培养包括这样三个方面,一是简捷、合理的运算过程;二是准确无误的运算结果;三是敏锐的判断、估计、验算能力。平时要加强这方面的训练,踏踏实实地写出运算过程,不仅要求会,而且要求对。严格训练要从平时抓起,从审题、解题到反思,独立地完成解题的全过程,认为高考复习只看思路,不必运算的看法是错误的。

4. 加强数学思想方法的掌握和应用,培养实际解题能力

信息社会越来越多地要求人们自觉地运用数学思想来提出问题、分析问题、解决问题、评价问题,要具有数学头脑和眼光。试题对数学思想的考查已经形成稳定的风格,无论在基础题还是在综合题中,都检测考生运用数学思想方法分析问题、解决问题的能力。

华罗庚教授说过:“数学是一个原则,无数内容,一个方法,到处有用。”复习时要牢牢抓住数学的思想原则和基本方法,不仅要复习好定理、概念和法则等具体内容,更重要的还要领悟蕴含在其中的数学思想方法,成为解决问题的自觉意识。

数学思想方法归纳起来有:集合与对应的思想、数形结合的思想、函数与方程的思想、分类讨论与整体处理的思想、化归与转换的思想等。在复习过程中加强对数学思想方法的领悟和运用,不但是提高分析问题和解决问题的能力的有力措施,也是考生终生受益的无价之宝。

第二篇 各章习题

第一章 数、式、方程和方程组

习题 1.1 数

一、选择题

- 如果 a 是实数, 那么 a 的绝对值一定是()
(A) 正数 (B) a 的相反数
(C) 非负数 (D) 这个数本身
- 下列语句叙述正确的是()
(A) 零没有相反数 (B) 零没有倒数
(C) 零是最小的整数 (D) 零没有绝对值
- 在实数范围内, 绝对值等于它本身的数有()
(A) 一个, 是 0 (B) 两个, 是 1 和 -1
(C) 三个, 是 0, ± 1 (D) 无数个
- 一个数的相反数的绝对值是 8.5, 那么这个数是()
(A) ± 8.5 (B) $\pm \frac{2}{17}$ (C) 8.5 (D) -8.5
- 如果 $|x+1|=5$, 那么 x 为()
(A) ± 3 (B) -2 或 3 (C) 4 或 -6 (D) ± 1
- 绝对值小于 226 而又大于 126 的整数点共有()
(A) 100 个 (B) 99 个 (C) 200 个 (D) 198 个
- 计算 $(-2)^{101} + (-2)^{100}$ 所得结果是()
(A) 2^{100} (B) -2 (C) 0 (D) -2^{100}
- 当 $x = -3$ 时, $\sqrt{x^2}$ 的值是()
(A) 3 (B) -3 (C) ± 3 (D) $\sqrt{3}$
- 下列各式正确的是()
(A) $\sqrt{(-7)^2} = \pm 7$ (B) $\sqrt{(-7)^2} = -7$
(C) $-\sqrt{(-7)^2} = 7$ (D) $-\sqrt{(-7)^2} = -7$
- 已知 $|x - \sqrt{2}| + |y + \sqrt{3}| = 0$, 则 x, y 的值分别是()
(A) 不能确定 (B) $-\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{3}$
(C) $\pm\sqrt{2}$ 和 $\pm\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{3}$
- 如果一个数的算术平方根等于它本身, 则这个数()
(A) 不存在 (B) 是 1
(C) 是 0 (D) 是 1 或 0