

專 科 学 校 用 書

应 用 力 学

金 宝 楨 編 著
徐 百 川 校 訂

上海科学技术出版社

專 科 學 校 用 書

應 用 力 學

金 寶 楨 編 著
徐 百 川 校 訂

上海科學技術出版社

內 容 提 要

本書基本上為適用於土木工程或水利工程的二年制專科學校而編寫。內容以精簡扼要為主，更使繁簡適宜。全書體系新穎，條例清晰，說理淺顯，概念明確，文字採取語體，單位概用公制，均為最主要之優點。

全書共分三篇十四章，依次敘述：(1)靜力學，(2)形心與慣矩，(3)動力學。其他各系科如採用本書為教本，或因特殊情形，教學時間受限制時，不妨刪節一部分材料，仍可適應需要。

應 用 力 學

金寶楨 編著

徐百川 校訂

上海科學技術出版社出版

(上海南京西路2004號)

上海市書刊出版業營業許可証出093號

上海市印刷六廠印刷 新華書店上海發行所總經售

開本787×1092 1/32 印張9 11/16 字數171,000

(原中斜、科技版共印17,800冊)

1958年11月新1版 1959年4月新1版第2次印刷

印數3,001—5,500

統一書號：15119·576

定價：(十四)1.10元

序 言

人們都承認應用力學是工科中一門很重要的基本課程，並且也只有對於基本課程徹底瞭解，纔能鋪好進入專業學習的道路。蘇聯的高等工業學校對於基本的理論課程非常重視，這是值得我們學習的。

這本書是主要地配合着工學院二年制專修科的要求編寫的。因為在專科開始的第一學期就學這門課，而學生們的物理與數學基礎都較差，講授的時間也較少，所以在內容與取材方面不得不作適當的精簡；同時在說理與表達方面更需要深入淺出，有條理地用簡單明瞭的方式從基本原理講到實際應用，這樣可望在學習上收到較好的效果。

本書在編排方面所採用的體系是合理的。舉幾個例子來說，如在第一篇靜力學中，無論是共面力系或是空間力系，總是先講它們每一種力系的合力，跟着就講如何得出這種力系的平衡方程式，這是很自然的。“桁架、構架與懸索”是共面平衡力系的應用，因此把它們另列一章。其次，在第二篇形心與慣矩中，“重心與形心”和“物體的慣矩”二章是剛體動力學的預習部分，可是為着保持動力學本身的合理順序，所以不把它們插入第三篇第二部分之內。至於“面積的慣矩”和“面積的慣矩積；最大與最小慣

矩”二章，固然不是應用力學的必修部分，但為材料力學的預習部分，因為不便插入材料力學之內，所以不如把它們欄在本書的第二篇中。又在第三篇中，先把質點動力學與剛體動力學分開，前者又分為“質點運動學”與“質點運動力學”二章，後者又分為“剛體的平移”、“剛體的定軸迴轉”和“剛體的平面運動”三章；凡關於質點和剛體的功與能及衝量與動量等原理，都是分別地按照運動的性質隨章討論，編者認為這樣可使讀者對於每一種運動就在講這種運動的那一章中獲得比較全面的認識。

為切合實際起見，一切單位都用公制。為照顧同學們的學時與縮減本書的篇幅，所列習題的數目只求夠用而不求太多，並且注意避免重複艱深，使其具有代表性與啟發性。為了正確地使用祖國語言，所以本書的文字是用語體寫出，這樣對於閱讀文言不習慣的同學們是有幫助的。

本書的份量是大致按照每週講四小時寫的。如果只講三小時，則除第七與第八兩章可以不講外，對於土木、水利、建築等科可以在動力學中酌為精簡；對於機械、電機、航空等科可在靜力學中酌為精簡。一般說來，凡需要學習應用力學而其要求較低的本科各學系也未嘗不可考慮將本書作為教材。

本書承徐百川先生很熱心地從事校訂，謹誌謝。最後，編者很誠懇地希望教師們和讀者們對於本書提出寶貴的意見，以便有所遵循改正。

編 者 一九五二年九月南京工學院

單位符號表

種類	單位	符號
長度	公分 公尺 公里	cm m km
角 度	弧度	°
時 間	秒 分 時	sec min hr
線 速 度	公尺/秒 公里/時	m/sec km/hr
角 速 度	弧度/秒 轉/分	c/sec rpm
線 加 速 度	公分/秒 ² 公尺/秒 ²	cm/sec ² m/sec ²
角 加 速 度	弧度/秒 ²	c/sec ²
力; 荷 重	公 斤 公 噸	kg t
單位長度上的荷重	公斤/公尺 公噸/公尺	kg/m t/m
單位面積上的應力或壓力	公斤/公分 ²	kg/cm ²
單位容積的重量	公斤/公尺 ³	kg/m ³
力矩; 功; 能	公斤公分 公斤公尺	kg cm kg m

第三章 桁架、構架與懸索 56

桁架的分析

- 3-1 二力桿件 56
- 3-2 桁架的定義及其分析的理想假定 56
- 3-3 桁架的分析——結點法 57
- 3-4 桁架的分析——截面法 60
- 3-5 內力圖 64

構架的分析

- 3-6 三力桿件 66
- 懸索的分析
- 3-7 前言 70
- 3-8 拋物綫形懸索 71
- 3-9 雙垂曲綫形懸索 76

第四章 空間力系 81

- 4-1 空間一力的分解 81
- 空間共點力系
- 4-2 三個互相垂直的共點力之合力 81
- 4-3 空間共點力系的合力——代數法 82
- 4-4 空間共點力系的平衡方程式 84
- 空間平行力系
- 4-5 一力對於一點的力矩與該力、經過此點一綫的力矩之關係 86
- 4-6 空間平行力系的力矩原理 87
- 4-7 空間平行力系的合力——

代數法 88

- 4-8 空間平行力系的平衡方程式 91
- 空間力偶系
- 4-9 空間力偶系的合成 93
- 4-10 平行四邊形定律於空間力偶系的應用 95
- 4-11 用矢量法求空間力偶系的合力偶 95
- 空間一般力系
- 4-12 空間一般力系的合力——代數法 97
- 4-13 空間一般力系的平衡方程式 97

第五章 摩擦 106

- 5-1 基本關係 106
- 5-2 靜止角與摩擦圓錐 107
- 5-3 考慮摩擦問題的種類 109
- 5-4 尖劈與塊體 113
- 5-5 螺旋 113
- 5-6 頸軸承與摩擦圓 113
- 5-7 皮帶摩擦 113
- 5-8 滾動抵抗 113

第二篇 形心與慣矩

第六章 重心與形心 1

6-1 物體的重心.....	128	的應用.....	131
6-2 體積、面積和綫段的形心 ..	129	6-5 用積分法勘定形心的位置 ..	132
6-3 重心、形心與質心	131	6-6 合成形體的形心.....	136
6-4 對稱綫與對稱面於形心解求 ..		6-7 巴占二氏定理.....	139

第七章 面積的慣矩..... 142

7-1 面積的慣矩與迴轉半徑.....	142	7-4 平行軸定理.....	147
7-2 面積的極慣矩.....	143	7-5 合成面積的慣矩.....	149
7-3 用積分法求面積的慣矩.....	143		

第八章 面積的慣矩積,最大及最小慣矩..... 152

8-1 慣矩積.....	152	8-4 主軸位置的勘定、最大與最	
8-2 慣矩積的平行軸定理.....	154	小慣矩的求法.....	153
8-3 軸向的變換.....	155		

第九章 物體的慣矩..... 161

9-1 物體的慣矩與迴轉半徑.....	161	9-3 平行軸定理.....	165
9-2 用積分法求物體的慣矩.....	162	9-4 合成體的慣矩.....	169

第三篇 動力學

第一部分 質點動力學

第十章 質點運動學..... 170

10-1 質點的意義.....	170	10-10 綫速度與角速度的關係 ..	182
10-2 質點運動的種類.....	170	10-11 簡諧運動——輔助圓法 ..	186
10-3 綫位移.....	171	10-12 曲綫運動中的加速度.....	190
10-4 綫速度.....	171	10-13 角加速度.....	193
10-5 綫加速度.....	174	10-14 等加速圓周運動.....	193
10-6 等加速直綫運動.....	176	10-15 綫加速度與角加速度的	
10-7 角位移.....	179	關係.....	194
10-8 綫位移與角位移的關係 ..	179	10-16 相對運動.....	195
10-9 角速度.....	180		

第一篇 靜力學

第一章

緒 論

1-1 本書的範圍 應用力學的內容可以說包括靜力學和動力學兩大部分，後者又可分為運動學和運動力學。靜力學是討論受力物體的平衡條件。對於地球而言，處於平衡的物體通常是靜止的；不過作等速直線運動的物體，它所受到的外力整個也是平衡的。談到靜力學，要算是一門最古老的科學了。遠在公元前二百多年，亞基米德⁽¹⁾已創出作用於槓桿上各力的平衡定律和若干關於靜水力學的原理。可是在亞氏以前約一千二百年的時候，我們智慧的祖先已能利用天然材料創造一種骨架結構*的建築體系，這在實際上就是靜力學的偉大應用。荷人思特文⁽²⁾氏在1586年創出力平行四邊形定律，遂樹立現代靜力學的基礎。

(1) Archimedes (公元前 287—212)

(2) Simon Stevin (1548—1620)

* 參看上海大公報出版的“中國的世界第一”第二冊第五十九篇梁思成所寫的“造屋——骨架結構法”。這種骨架結構簡單說來就是：先在地上築土爲台，台上安石礎，立木柱；柱上安置梁架，各梁架之間以枋使其聯繫，上面架檁，檁上安椽，做成一個骨架，如動物之有骨架一樣，以承托上面的重量。

運動學是討論質點和剛體的運動規律而不涉及其造成運動的原因，所以它只敘述運動的單純幾何關係，也就是空間與時間的關係。

運動力學的主要課題是討論物體因受到外力作用而發生運動改變的規律，這種規律就是表示外力、運動改變與物體的動力性質(例如質量與慣矩)三者間的關係。

動力學的發展歷史很短，最早起源於三百多年以前的伽利略⁽¹⁾和牛頓⁽²⁾，在當時他們是用它研究天文學的。至於動力學對於工程問題的應用，只不過是最近七十年來的事。

1-2 力的定義及其特徵 一個物體對於另一物體所施的作用叫做力，此項作用或改變受力物體的運動狀態，或有改變其運動狀態的趨勢。

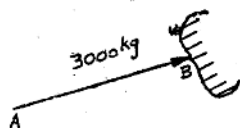


圖 1-1

力的特徵有三：就是大小、方向和作用點。所以，力是一個有向量或矢量，可用一個帶有箭頭的直線叫做矢者表示它。

譬如，圖 1-1 中的矢 $\overline{AB}$ 是表示一個 3000 公斤的力 (AB 上面所畫的一槓是表示 AB 爲一矢量，先寫 A 而後寫 B 是表示此矢量自 A 點畫至 B 點)，此矢的長度是代表力的大小，其傾度及指向是代表力的方向，其與受力物體所接觸的 B 點是代表它

(1) Galileo (1564—1642)

(2) Isaac Newton (1642—1726)

的作用點。凡經過一力的作用點並沿其方向所作的直線叫做此力的作用線。在畫表示一力的矢時，其開始之點叫做此矢的起點，其終止之點叫做此矢的終點。其次，如果將矢畫在力的原來位置，此矢叫做定位矢；否則，它叫做自由矢。

1-3 力的分類 力可分為接觸力與超距力。前者是由於兩個物體互相接觸而產生的作用，例如汽缸中蒸汽對於活塞的壓力和機車輪重對於鋼軌的壓力等；後者是不必依靠兩個物體的接觸而生的作用，例如萬有引力和磁力等。

接觸力又可分為集中力與散佈力。前者因接觸面積的微小而可假定其集中於一點，此點即力的作用點；後者是散佈於其所作用的面積之上，如果是屬於均勻的散佈，則有時可將力的總值當作一個集中力而經過其作用面積的形心。

由上可知，無論是接觸力或超距力，其發生總是成對的；但在討論某一物體的平衡或運動時，只需要考慮另一物體對於這個物體的作用，也就是只考慮所論成對物體中的一個。

其次，力又可分為外力與內力。前者是作用於物體外部的力，後者是在物體內部所產生的應力。我們在應用力學中所討論者一般都指外力而言，只有關於桁架和懸索的分析則係屬於內力。

1-4 剛體 剛體是不遭受形變的物體。嚴格地說，世界上沒有真正的剛體，因為無論在工程結構或機器的設計中，我們所面

臨的物體莫不具有各種不同程度的彈性，由於所負荷重而變形。不過因為這種形變實際上都相當微小（只有懸索由於荷重所生的形變，則相當顯著），所以在處理物體的平衡問題時，不妨完全忽略了它。因此，我們在靜力學中可以把一切的物體都當作剛體看待，也就是假定物體內任何兩個質點的相對位置不因所受外力而有所改變。

1-5 可傳性原理 一個力的作用線可以任意延長，也就是可在它頂上的任一點畫出表示此力的矢量。譬如，從圖 1-2(a)， A 示 P 力的作用點， B 示其作用線上的另一點。今如在經過 B 點的作用線上加上不起任何作用的 $+P$ 和 $-P$ ，如圖(b)所示，則此

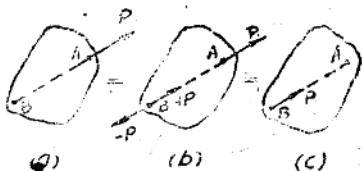


圖 1-2

P 與 A 點的 P 對於受力物體的外作用勢必互相抵消，而只剩下 B 點的 $+P$ 。所以，原來加在 A 點的 P 可以移至其作用線上任

何其他的一點 B 。此一結論叫做可傳性原理。

應當指出，可傳性原理的應用僅指物體所受外力對於此物體所生的外作用而言，絕對不能涉及它內部所生的應力。

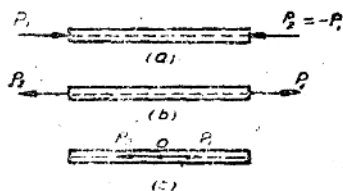


圖 1-3

譬如，從圖 1-3(a) 示一個桿的兩端在其軸線上所受的外力，這一對外力將使此桿內發生壓應力。如用可傳性原理將 P_1 與 P_2 的位置顛倒，則此桿內的應力將由壓力變為拉力，示如圖(b)。其次，如再將 P_1 與 P_2 都移至桿內的 O 點(圖(c))，則此二力將互相抵消而使桿內不生應力。所以，圖 1-3 中的(b) 和 (c) 都是錯誤地使用可傳性原理所得的荒謬結果。

1-6 解答問題的方法 解答靜力學問題不外應用下述的三種方法：

(甲) 圖解法 將已知各力按照一定的比例尺用矢示出，應用適當的作圖步驟畫出所需要的圖線，從而量出要求的數量。

(乙) 三角法 將已知各力按照其相互的位置和方向用矢示出，但不必用任何的比例尺，可用三角學中的原理求出未知力的大小和方向。

(丙) 代數法 用符號表示問題中的數量，用一定的向號規定表示各力的方向。如果是屬於平衡的力系，則可應用靜力學原理列出適當數目的平衡方程式，然後用代數和算術解出要求的未知數量。

在上述三法中，以圖解法和代數法的應用較廣；至於三角法，普通是用於矢量的合成及其分解，也用於考慮摩擦的靜力問題。

1-7 力的合成 兩個或兩個以上的力可合成為一個力，這個

力叫做原有各力的合力。這個合力對於受力物體的外作用顯等於原有各力對於受力物體的聯合作用。從圖 1-4(a) 示用平行

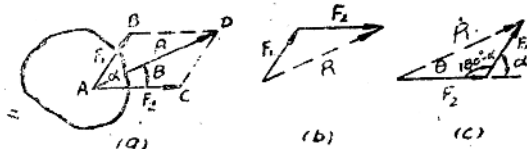


圖 1-4

四邊形定律求出作用於物體上的 F_1 (用矢 $\overline{AB}$ 示之) 和 F_2 (用矢 $\overline{AC}$ 示之) 二力的合力 R (如矢 $\overline{AD}$ 所示)。但實際上用圖解法求相交二力的合力時，爲簡捷起見，不必作一平行四邊形。因爲 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 平行而相等，故可將圖(a)中的 F_2 移至 BD 的位置而直接得出 R ，如圖(b)所示。同理，也可以將圖(a)中的 F_1 移至 CD 的位置而直接得出 R ，如圖(c)所示。由此可得一力三角形定律如下：

當圖解相交二力的合力時，可自表示任一力矢量的終點畫出

表示另一力的矢，則自第一矢的起點向第二矢的終點作出一矢，將形成一個力三角形，其第三邊即等於原有二力的合力。此合力的大小和方向不受其首二邊畫出次序的影響。

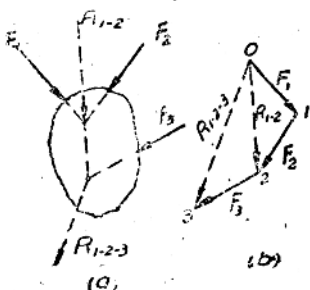


圖 1-5

如將力三角形定律引伸之，可得一力多邊形定律，用以圖解包

括二力以上一個力系的合力。如圖 1-5 所示, R_{1-2} 示 F_1 和 F_2 二力的合力, R_{1-2-3} 示 R_{1-2} 和 F_3 , 也就是 F_1 , F_2 和 F_3 三力的合力。同樣可以證明, R_{1-2-3} 的大小及其方向也不受自 F_1 至 F_3 畫出次序的影響。

如用三角法求相交二力的合力, 譬如從圖 1-4, 命 α 示 F_1 與 F_2 在力平行四邊形中所夾的角, 應用餘弦定律於圖(c), 可得合力 R 的大小為

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(180^\circ - \alpha)}$$

即
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} \quad (1-1)$$

再用正弦定律可得 R 與 F_2 間的夾角 θ (表示 R 的方向), 其正弦為

$$\sin \theta = \sin(\alpha - \theta) \frac{F_1}{F_2} = (\sin \alpha \cdot \cos \theta - \cos \alpha \cdot \sin \theta) \frac{F_1}{F_2}$$

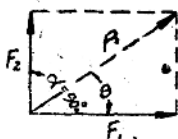


圖 1-6

化簡後得

$$\tan \theta = \frac{F_1 \sin \alpha}{F_2 + F_1 \cos \alpha} \quad (1-2)$$

在靜力學中, 往往需要求出兩個垂直力的合力。在此簡單情形下(圖 1-6), $\alpha = 90^\circ$, 故得合力 R 的大小及其方向為

$$\left. \begin{aligned} R &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \\ \theta &= \tan^{-1} \frac{F_2}{F_1} \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

常用作圖法求兩個已知力的合力時, 如果此二力作用線間的

角度較小，其引長線的交點已超出所用紙幅之外，可以先在此二力上加上一對大小相等，方向相反而共線的力再做下去。因為

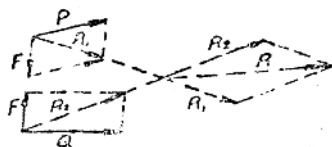


圖 1-7

這樣加上的一對力對於受力物體不起任何外作用，所以一點也不影響原有二力的合力。

圖 1-7 示此項作圖的步驟。

例 題

題 1-1 圖 1-8, P 與 Q 示作用於剛體 AB 上的二力，試求其合力。

【圖解法】圖(a)中的剛體需要用比例尺畫出，已知力 P 與 Q 也需要按照其實際位置和方向畫出，我們普通把這樣一個圖叫做位置圖或空間圖。

圖(b)是一個矢量圖，其中的 P 和 Q 是用比例尺畫出的， R 是用平行四邊

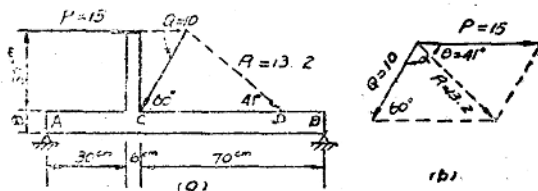


圖 1-8

形定律求出的合力，其長度相當 13.2 公斤，其方向是與 P 力成 $\theta = 41^\circ$ 的角。如果再求 R 在空間圖中的位置，可在圖(a)中將 P 的作用線延長而截交 Q 的作用線於一點，則 R 的作用線必然過此點，其方向須與圖(b)中的 R 平行，由此可以得出 R 作用於剛體上的地點為 D ，立可量出自 C 點至 D 點的距離等於 52 公分。

【三角法】從圖 1-8(b)及餘弦定律得

$$R = \sqrt{15^2 + 10^2 - 2 \times 15 \times 10 \cos 60^\circ} = \sqrt{175} = 13.2 \text{ kg}$$

如不應用法(1-2), 可以利用以上算出的 R 值和正弦定律得

$$\frac{\sin \theta}{10} = \frac{\sin 60^\circ}{13.2}, \quad \sin \theta = \frac{8.66}{13.2} = 0.656, \quad \therefore \theta = 41^\circ.$$

圖(a)中所示的距離 CD 等於

$$CD = 30 \cot 60^\circ + 30 \cot 41^\circ = 17.3 + 34.5 = 51.8 \text{ cm}$$

習 題

題 1-2 圖 1-9. (a) 試用平行四邊形定律圖解 50 公斤與 60 公斤二力的合力 R , 並量出 R 與 X -軸所成的角及其截交此軸的地點. (b) 用力三角形定律圖解 50 公斤與 20 公斤二力的合力 R , 並量 R 與 X -軸所成的角及截交此軸的地點.

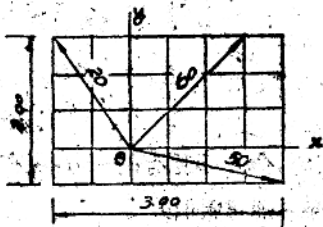


圖 1-9

題 1-3 圖 1-10 圖中的 P 和 Q 表示兩匹馬在一運河的兩岸拖一小船以等速行駛, 今假定 $P = 100$ 公斤, $Q = 120$ 公斤, $\alpha = 60^\circ$, 試求

P 與 Q 的合力 R , 及 β 與 γ 二角. 先用作圖法做, 再用三角法核對.

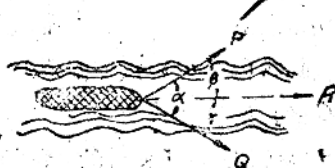


圖 1-10

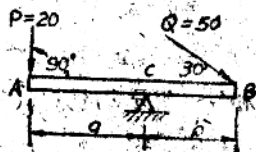


圖 1-11

題 1-4 圖 1-11 AB 示一橫桿, C 為支點, 試求當橫桿得到平衡而保