

电测井理论

Л. М. 阿尔平 著

地质出版社

电测井理论

王德文 等 著

石油工业出版社

电测井理论

Л. М. 阿尔平 著

地质出版社

1958·北京

“电测井理论”这一本书是叙述电测井的一个基本问题——确定“视电阻率”与介質真电阻率的关系。

在本书中给出关于一组同心圆柱分界面轴上点电极电场强度和电位问题的解，视电阻率与测井探测电极大小的关系曲线的计算，并考虑到冲洗液和井壁处“中间层”的影响。本书的对象是电法勘探人员。

本书由陈培光译，程方道校。

电测井理论

著 者	Л. М. 阿 尔 平
译 者	陈 培 光
出版者	地 质 出 版 社
	北京宣武門外永光寺西街3号
	北京市書刊出版業營業許可証出字第050号
發行者	新 華 書 店
印刷者	天 津 人 民 印 刷 厂

印数(京) 1—900册	1958年5月北京第1版
开本 31"×43" 1/25	1958年5月第1次印刷
字数 95,000	印張 4 ⁸ /25
定价(10) 0.60元	

目 錄

§ 1. 前言.....	4
§ 2. 問題的提出.....	8
§ 3. 一般形式的电位表达式.....	9
§ 4. 电位表达式中係数的決定.....	13
§ 5. 三种介質情况的电位表达式.....	18
§ 6. 鑽井軸上电位和場强的公式.....	20
§ 7. 介質电導率各种比值时的函数 $A(\lambda)$	21
§ 8. 在变量值大和小时函数 $A(\lambda)$ 的性狀.....	24
§ 9. 計算被積函数时橫坐标的選擇.....	27
§ 10. 積分的起始区間.....	32
§ 11. 函数 $A(\lambda)$ 的計算.....	42
§ 12. 电位表达式中積分的計算.....	44
§ 13. 場强表达式中積分的計算.....	49
§ 14. 电位探测电极的視电阻率曲綫.....	54
§ 15. 电极 N 的影响.....	61
§ 16. 梯度探测电极的視电阻率曲綫.....	65
§ 17. 高电阻率的中間薄層.....	73
§ 18. 等效性.....	77
§ 19. 基本計算表格.....	84
§ 20. 計算結果的精確度.....	92
§ 21. 得出的側測井測深理論曲綫的評論.....	100

§ 1. 前 言

从测井^①誕生起测井的实践就提出了关于各种复杂因素对视电阻率大小影响的问题，视电阻率是用放入井中的测井“探测电极”测出的。测井的略图见图1。

在充满“冲洗液”（亦即含有悬浮状态粘土的水）的测井中放入一

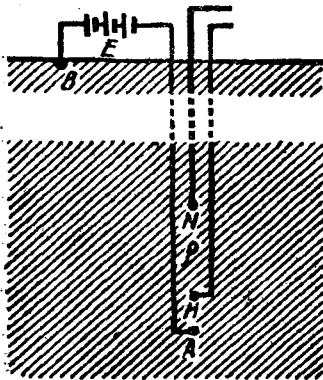


圖 1. 在均匀介质中的测井探测电极

组沿井分布的电极，称为“测量装置”或“探测电极”，由两个测量电极 M 和 N 及一个供电电极 A 组成。所测量的是电极 M 和 N 之间的电位差 $\varphi_M - \varphi_N$ 是由电路“地—电极 A —电池 E —电极 B —地”中电流 I 所引起的（电路的后三个环节通常位于地表面）。

在实践中供电电极和测量电极常常交换地位，大家知道，这并不影响测量结果，亦即化到单位电流强度的量 $\varphi_M - \varphi_N$ 。

量 $K \frac{\varphi_M - \varphi_N}{I}$ 称为介质的视电阻率并用字母 ρ 来表示。

乘数 K 具有长度的量纲并决定于电极的相互位置。它这样选择，使得出（在电极的已知位置时，在均匀的介质中，其电阻率为 ρ ）的比值 $\frac{\varphi_M - \varphi_N}{I}$ 等于 $\frac{\rho}{K}$ （ φ_M 和 φ_N ——均匀介质中的电位）。在这样选择

① 测井（carottage）或确切些电测井（carottage électrique）是法国学者K.什柳姆别尔热（C. Schlumberger）提出的和他所建立的“电法勘探协会”（“Société de Prospection Electrique”）从1928年起所应用的。电测井是对鑽井作电学的研究，其结果类似研究取自鑽井的标本的结果，可以利用于工业实践的目的。在电测井结果中所获得的所谓岩石视电阻率图上一一些有特征性的地区相当于不同的层，根据这些地区就可以分辨不同的层。目前在某些情况下有成效地应用新式电测井可以不用取标本，因此就加重了鑽進和減低了鑽進的价格。

K 时產生等式:

在均匀介質中

$$\frac{\rho}{\rho} = 1$$

在非均匀介質中

$$\frac{\rho}{\rho} = \frac{\varphi_M - \varphi_N}{\varphi_M^n - \varphi_N^n}$$

在位于一条直线上的点电极的情况下

$$K = 4\pi \frac{\overline{AM} \cdot \overline{AN}}{\overline{MN}},$$

因为

$$\varphi_M^n = \frac{\rho I}{4\pi} \frac{1}{\overline{AM}}$$

及

$$\varphi_N^n = \frac{\rho I}{4\pi} \frac{1}{\overline{AN}},$$

条件是, 如果第二个供电电极 B 距其余三个电极足够远。

应当弄明, 如果考虑到测量实际上是在非均匀介質中进行的, 那末在电极的位置不同时量 ρ 能在怎样的程度上表征鑽井所穿过的岩層的电阻率。关于岩層各向异性影响的问题已超出本书范围, 因此以后我們假设所有介質都是各向同性的。

圍着电极的介質通常是由电阻率为 ρ_1 的冲洗液 (电极沉在其中) 和电极附近包圍鑽井并具有电阻率 ρ 的被探测岩層所組成 (圖 2)。

根据在鑽井中一系列实际工作的結果可以作出結論, 位于直接靠近井壁处的岩石的电阻率并非永远能和岩層的电阻率一样。井中的測量証明, 孔隙層和穿过它的鑽井的井筒常常被物理性質与岩層的物理性質不同的一層所隔开。以后我們称这一層为

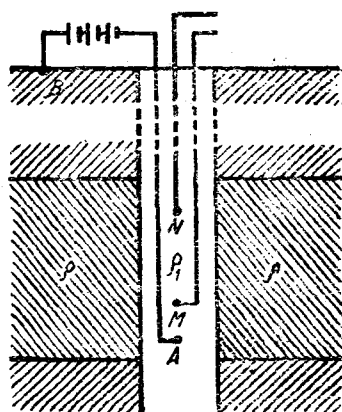


圖 2. 井中的測井探测电极

中間層，而組成它的材料我們称为中間介質。可能這一層的电阻率，決定于冲洗液（或正確些說由鑽井到岩層中的水）的滲透。使觀測的自然条件理想化，我們應把电阻率 ρ 看成是距鑽井軸的距离的連續函数，或者將具有連續变化 ρ 值的中間介質換以各層具有固定电阻率的不同軸圓筒層系。

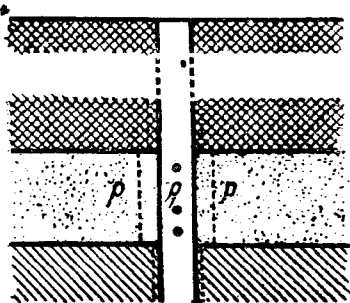


圖 3. 在被中間層包圍的
鑽井中的測井探測電極

假設在中間圓柱層中 $\rho = \text{const}$ ，其厚度可以由零变化到鑽井的數个半徑（圖 3），那末想必可以得到最簡單的并接近于真实的自然条件的理想化。

为了進一步接近真实的測井条件应考慮到，包圍着冲洗液柱的中間区可能由三層組成：（1）鑽井壁上的泥土外皮；（2）岩層的粘土化層，岩層的孔隙在冲洗液由鑽井通过岩層的过程中要受到淤積；（3）到粘土化層和泥土外皮中孔隙最終堵塞时止由冲洗液中濾过的水的滲透区。根据 K. A. 察列章奇的数据（《井壁的挂泥》，《石油經濟》第 11，1934 年 11 月），泥土外皮的厚度，以及粘土化層的厚度与水滲透区相比較是不大的。

但是，不具有关于上述各層电性的数据，就很难判断这些層用一个具有某一虛構（平均）电阻率的中間層替换的正确性，虛構电阻率代表它們对視电阻率大小的总影响。

至于水的滲透区范围内电阻率的恒定性和这一区的外边界的性質，那末，可能，它們決定于濾过水和層間水的相互作用性質。

探尋与中間層形成有关的現象和研究中間層的电性对發展电測井的理論和实践有非常重要的意义。

如果作为第一近似也还是取在中間層的范围內 $\rho = \text{常数}$ ，那末上面提出的問題可以用下面的方法來提出。

需要求出量

$$\bar{\rho} = K \frac{\varphi_M - \varphi_N}{I}$$

- (1) 与鑽井和中間層的直徑，
- (2) 与各層的厚度和各電極的位置，
- (3) 与各層的电阻率，冲洗液和中間層的电阻率的关系。

由数学物理的观点出發这一問題归结为測定空間中点电源的电位和場強，空間被一組同心圓柱和平行平面分界面分开为許多充滿不同电阻率的介質的部分。这样一般提出的問題是非常难的。甚至僅有一些同心圓柱分界面或一个圓柱和一个平面分界面集合的更簡單情况，在实际解决它們时也会導致顯著的困难。

最重要的同时也是最簡單的一个圓柱分界面的情况，B. A. 佛科教授在論文《測井法測定岩石电阻的理論》(ГТТИ, 1933) 中討論过。在这一書中給出了計算位于鑽井軸上点電極在这一軸的各点上的电位的計算法，并考慮到冲洗液的影响(冲洗液和周圍均匀介質間的分界面)。那里也在 $\rho_2 > \rho_1$ 时对于探測電極的長度与鑽井半徑的三个比值，算出值 $\frac{\rho}{\rho_1}$ 与比值 $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ 的函数关系。

在外介質的电阻率无限大时兩個同心圓柱分界面的情况($\rho_3 = \infty$) A. И. 查博罗夫斯基教授已計算出(手稿)。

圓柱和平面分界面集合的情况是特殊困难的并到現在为止仍未解决。

在所有介質的电阻率任意时一个或兩個同心圓柱分界面的情况是本書的对象(圖 4 和 7)。

尽可能完全的研究量 ρ 和測定确定量 ρ 的各个因素的必要性導致一个特殊的方法，它称为側測井測深，实际上在不同地区实行的。

側測井測深(БКЗ) 是用各种尺寸探測電極的多次測井。由于側測井測深的結果可得到描述 ρ 与探測電極尺寸的关系的實驗曲綫。

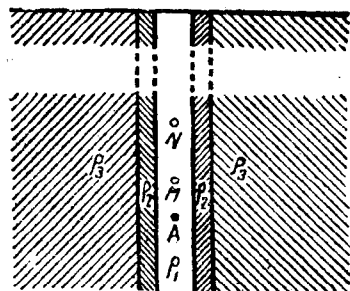


圖 4. 兩個同心圓柱分界面的情况
(三種介質)

本書的目的是獲得視电阻率与探測電極大小的关系的理論曲綫，

并解决由此产生的关于一组同心圆柱分界面系统的轴上点电源的电场问题。

§ 2. 问题的提出

提出问题时我们以下面的假设作为基础:

1. 包围测量装置的所有介质都是均匀各向同性的。
2. 沿平行于钻井轴的方向介质的电性不改变。实际上这意味着, 岩层的顶板和底板 (测量装置位于其范围内) 距离测量装置足够远。
3. 充满钻井的液柱具有无限长圆柱的形状。
4. 冲洗液和电阻率不变的岩石之间的中间介质是同心圆柱层的集合, 其轴与钻井轴重合。

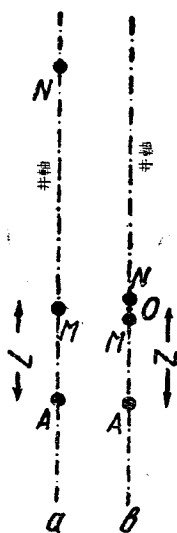


圖 5. 探测电极; 电位的 $\sim a$, 梯度的 $\sim b$

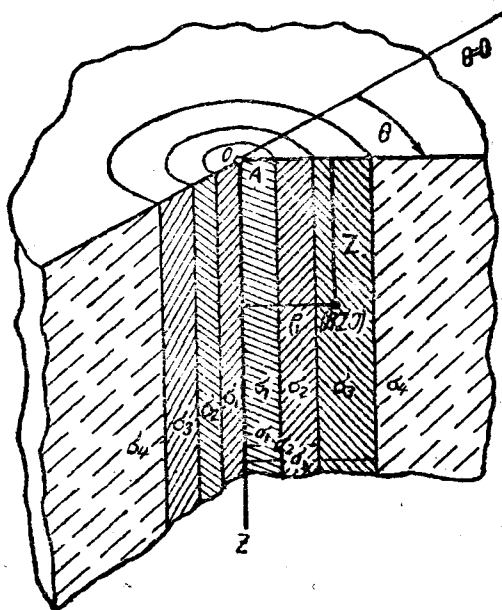


圖 6. $(n-1)$ 个同心圆柱分界面的情况 (n 种介质)

5. 组成测井探测电极的电极位于钻井轴上并与探测电极的尺寸和钻井的半径相比较可以认为是点电极。

6. 探测电极由一个供电电极 A 和两个测量电极 M 和 N 组成。并且与由供电电极到测量电极中最近的一个的距离比较后者之间的距离或者很大 (圖 5, 探测电极 a) , 或者很小 (圖 5, 探测电极 b) ①。

在数学上用下面的方式提出问题。空间由 $n-1$ 个无限长的同心圆柱面的集合分为 n 部分, 其半径为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m, \dots, a_{n-1}$, 其中充满各向同性介质 $1, 2, 3, \dots, m, \dots, n$, 其电导率为 $\sigma_m = \frac{1}{\rho_m}$ 。其中 ρ_m ——第 m 个介质的电阻率 (圖 6)。在上述圆柱面的轴上应有一个点电源 A ; 需要测定位于这一轴的各点上的电场强度。

§ 3. 一般形式的电位表达式

我們取一个圆柱坐标系 (R, Z, θ) 并将其原点与点电源 A 重合而其轴 Z 与一组同心圆柱分界面系统的轴重合 (圖 6)。

我們求电位表达式, 亦即满足下列条件的函数 φ (顯然, 对于不同的介质它具有不同的表达式 φ_m) :

1. 在空间的所有点上函数 φ 满足于拉普拉斯方程式, 坐标原点除外,

$$\text{当 } R^2 + Z^2 \neq 0 \text{ 时 } \nabla^2 \varphi = 0.$$

在圆柱坐标系中这一方程式具有下一形式:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial Z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0. \quad (1)$$

2. 在坐标原点附近函数 φ 近于电阻率为 ρ_1 的均匀介质中点电源的电位表达式, 亦即

①在比值 $\frac{\overline{MN}}{\overline{AM}}$ 大时探测电极可以测定电源 A 在点 M 上的电位, 因此圖 5 上用字母 a 表出的探测电极我們称为电位探测电极, 与同一圖形上用字母 b 表出的探测电极不同, 我們称那一电极为梯度探测电极, 因为在比值 $\frac{\overline{MN}}{\overline{AM}}$ 小时探测电极可以测定距离电源 A 距离为 $\overline{AO} = \frac{\overline{AM} + \overline{AN}}{2}$ 的点 O 上的电场梯度。

实践中有另外两个名称: “正常探测电极”和“反探测电极”。第一个相当于电位探测电极, 第二个相当于梯度探测电极。

$$\text{当 } R^2 + Z^2 \rightarrow 0 \text{ 时 } \varphi_1 \rightarrow \frac{\rho_1 I}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{R^2 + Z^2}} = \varphi^n. \quad (2)$$

3. 经过分界面 $R = a_m$ 时函数 φ 連續地改变, 亦即

$$\varphi_m(a_m) = \varphi_{m+1}(a_m). \quad (3)$$

4. 这时电流密度向量的法綫(徑向)分量也連續地改变

$$i_r = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial R},$$

亦即

$$\text{在 } R = a_m \text{ 时, } \sigma_m \frac{\partial \varphi_m}{\partial R} = \sigma_{m+1} \frac{\partial \varphi_{m+1}}{\partial R}. \quad (4)$$

5. 在距离电源 A 无限远处如 $\frac{1}{\sqrt{R^2 + Z^2}}$ 一样, 电位趋近于零, 亦

即在 $R \rightarrow \infty$ 时

$$\varphi_n \rightarrow \frac{1}{4\pi\sigma_n} \frac{1}{\sqrt{R^2 + Z^2}}. \quad (5)$$

此外, 函数 φ 应滿足問題的下列条件。

6. 由于場的軸对称, 亦即

$$\varphi = \varphi(R, Z), \quad (6)$$

电位和場強不决定于 θ 的坐标。

7. 由于电场对于穿过电源 A 并垂直圆柱分界面的軸的平面对称的, 电位和場強不决定于 Z 的符号,

$$\varphi(R, +Z) = \varphi(R, -Z). \quad (7)$$

我們來研究函数

$$\varphi^p = \varphi - \varphi^n = \varphi - \frac{\rho_1 I}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{R^2 + Z^2}}. \quad (8)$$

顯然, 这一函数滿足下列条件:

$$\frac{\partial^2 \varphi^p}{\partial Z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \varphi^p}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \varphi^p}{\partial \theta^2} = 0, \quad (1a)$$

$$\varphi_m^p(a_m) = \varphi_{m+1}^p(a_m); \quad (3a)$$

$$\varphi_m^p = \varphi_m^p(R, Z); \quad (6a)$$

$$q^p(R, +Z) = q^p(R, -Z), \quad (7a)$$

因为函数 q 和 q^p 满足于类似的条件。此外，在

$$R^2 + Z^2 = 0 \text{ 时, } q^p = 0. \quad (2a)$$

在空間所有点上函数 q^p 是有限的和連續的并可以寫成傅里叶積分的形式:

$$q^p(R, Z) = \int_0^\infty [f(R, x) \cos(xZ) + g(R, x) \sin(xZ)] dx, \quad (8a)$$

其中

$$f(R, x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} q^p(R, t) \cos(xt) dt, \quad (9)$$

$$g(R, x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} q^p(R, t) \sin(xt) dt. \quad (9a)$$

但是因为函数 q^p 对 Z 是偶函数 (条件 7a), 所以应使 $\sin(xZ)$ 的乘数等于零, 亦即

$$g(R, x) = 0, \quad (9b)$$

而屬於 $\cos(xZ)$ 的乘数具有形式:

$$f(R, x) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty q^p(R, t) \cos(xt) dt. \quad (9c)$$

將 (9b) 代入 (8a) 中, 我們得:

$$q^p(R, Z) = \int_0^\infty f(R, x) \cos(xZ) dx. \quad (8b)$$

这样, 我們將問題導至求函数,

$$f(R, x) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty q^p(R, t) \cos(xt) dt.$$

將被積分式由 (8b) 代入拉普拉斯方程式 (1a) 中, 由于 q^p 不決定于 θ (条件 6a) 它具有下一形式:

$$-\frac{\partial^2 q^p(R, Z)}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 q^p(R, Z)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial q^p(R, Z)}{\partial R} = 0, \quad (1b)$$

我們得出常微分方程式

$$\frac{d^2 f(R, x)}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{df(R, x)}{dR} - x^2 f(R, x) = 0, \quad (1c)$$

在代入 $xR=u$ 后它具有形式:

$$u^2 \frac{d^2 W(u)}{du^2} + u \frac{dW(u)}{du} - u^2 W(u) = 0, \quad (1d)$$

其中

$$W(u) = f\left(\frac{u}{x}, x\right).$$

这一方程式的一般解用虚变量 $\sqrt{-u^2} = iu$ 的第一种和第二种零階貝塞爾函数表示并具形式:

$$W(u) = CI_0(u) + C' K_0(u), \quad (1d)$$

其中

$$I_n(u) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{u}{2}\right)^{n+2k}}{k!(n+k)!}, \quad (10)$$

$$K_n(u) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k (n-k-1)!}{k! \left(\frac{u}{2}\right)^{n-k}} +$$

$$+ \frac{(-1)^n}{2} \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{u}{2}\right)^{n+2k}}{k!(n+k)!} \left(\sum_{s=1}^{s=n+k} \frac{1}{s} + \sum_{s=1}^{s=k} \frac{1}{s} \right) - \left(\gamma + \ln \frac{u}{2} \right) I_n(u) \right], \quad (11)$$

而 $\gamma = 0.5772156649 \dots$ 是尤拉常数。

这样, 在第 m 个介質中

$$g_m^p = \int_0^{\infty} [C_m I_0(xR) + C'_m K_0(xR)] \cos(xZ) dx, \quad (8c)$$

但是

$$\varphi(R, Z) = \varphi^p(R, Z) + \varphi^n(R, Z),$$

可以

$$\varphi_m(R, Z) = \int_0^{\infty} [C_m I_0(xR) + C'_m K_0(xR)] \cos(xZ) dx + \frac{\rho_1 I}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{R^2 + Z^2}},$$

但是，正如大家知道，

$$\frac{1}{\sqrt{R^2 + Z^2}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_0(xR) \cos(xZ) dx, \quad (12)$$

可以

$$\varphi_m(R, Z) = \int_0^{\infty} [C_m I_0(xR) + (C'_m + \frac{2\pi^2}{\rho_1 I}) K_0(xR)] \cos(xZ) dx.$$

設

$$C'_m + \frac{\rho_1 I}{2\pi^2} = D_m, \quad (2b)$$

我們得出在第 m 个介質中下一形式的一般电位表达式：

$$\varphi_m(R, Z) = \int_0^{\infty} [C_m I_0(xR) + D_m K_0(xR)] \cos(xZ) dx. \quad (8d)$$

($m=1, 2, \dots, n$),

其中 C_m 和 D_m 应由問題的条件决定。

§ 4. 电位表达式中係数的决定

(8d) 的右边含有 $2n$ 个未知係数 C_m 和 D_m ，其中 $m=1, 2, 3, \dots, n$ 。

对于决定它們条件 (3) 可以得出 $n-1$ 个如下形式的方程式

$$C_m I_0(xa_m) + D_m K_0(xa_m) = C_{m+1} I_0(xa_m) + D_{m+1} K_0(xa_m), \quad (13)$$

而条件 (4) 可得出 $n-1$ 个如下形式的方程式

$$\sigma_m [C_m I_1(xa_m) - D_m K_1(xc_m)] = \sigma_{m+1} [C_{m+1} I_1(xa_m) - D_{m+1} K_1(xa_m)], \quad (14)$$

因为
$$\frac{dI_1(x)}{dx} = I_0(x) \quad (15)$$

和

$$\frac{dK_0(x)}{dx} = -K_1(x). \quad (15a)$$

要解这个问题还必需由条件 (2a) 和 (5) 得出两个方程式。
实际上, 根据条件 (5), 在 $R \rightarrow \infty$ 时

$$\varphi_m(R, Z) \rightarrow 0$$

但是, 大家知道, 在 $R \rightarrow \infty$ 时

$$I_0(xR) \rightarrow \infty \quad (16)$$

因此应假设

$$C_n = 0. \quad (17)$$

根据条件 (2a), 在 $R^2 + Z^2 = 0$ 时, $\varphi_1^2 = 0$

但是在 $R^2 + Z^2 = 0$ 时根据 (12)

$$\int_0^\infty K_0(xR) \cos(xZ) dx = \infty \quad (12a)$$

而

$$\int_0^\infty I_0(xR) \cos(xZ) dx,$$

显然, 等于零, 因此表达式 (8c) 中积分号下括号中第二项 (为第一个介质写出的) 应等于零, 亦即 $C_1' = 0$ 。

所以, 根据 (2b),

$$D_1 = \frac{\rho_1 l}{2\pi^2}. \quad (18)$$

这样，留下未知的为 $2n-2$ 个系数。

$$C_1, C_2, C_3, \dots, C_{n-1},$$

$$D_2, D_3, \dots, D_{n-1}, D_n,$$

为了求出它们，我们可以利用方程组 (13) 和 (14)。

为了以后叙述方便起见我们以鑽井半径来表示所有的线性数值

$$a_1 = \frac{d}{2},$$

引入下面的符号：

$$r = \frac{R}{a_1}; \quad z = \frac{Z}{a_1}; \quad x_m = \frac{a_m}{a_1} \quad (x_1=1; \quad x_n=\infty). \quad (19)$$

省略去 a_1 的脚标并引入积分的新变量

$$\lambda = ax, \quad d\lambda = a dx \quad (20)$$

和系数的新符号

$$A_m = \frac{2\pi^2 \sigma_1}{I} C_m \text{ 和 } B_m = \frac{2\pi^2 \sigma_1}{I} D_m. \quad (21)$$

那时替代 (8d), (17) 和 (18) 我们得：

$$\varphi_m(R, Z) = \frac{I}{2\pi^2 a \sigma_1} \int_0^\infty [A_m I_0(\lambda r) + B_m K_0(\lambda r)] \cos(\lambda z) d\lambda; \quad (8e)$$

$$A_n = 0 \quad (17a)$$

和