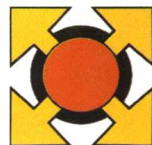


人教版课标本



课堂感悟 与探究

九年级数学（下册）

黄荣臻 编著

广东高等教育出版社

义务教育课程标准实验教材辅导书

课堂感悟与探究

九年级数学（下册）

（配人教版课标本）

黄荣臻 编著

广东高等教育出版社

· 广州 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

课堂感悟与探究 (九年级数学下册) / 黄荣臻编著. — 广州: 广东高等教育出版社, 2006. 11

ISBN 7 - 5361 - 3438 - X

I. 课… II. 黄… III. 数学课 - 初中 - 数学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 133250 号

广东高等教育出版社出版发行

地址: 广州市天河区林和西横路

邮编: 510500 营销电话: (020) 87551436

湛江市新民印刷有限公司印刷

787 毫米 × 1092 毫米 16 开本 10.5 印张 347 千字

2006 年 11 月第 1 版 2006 年 11 月第 1 次印刷

印数: 0001 ~ 6000 册

定价: 13.00 元

(版权所有 翻印必究)

学法指导

很多同学都说：数学难学，学来学去都学不会。那么数学是不是真的这般难学？学习数学有没有好的方法呢？

我们先从学习过程来看，学习过程总的来说有六个环节：预习—听课—复习—做作业—课外练习—小结。如果同学们真的能认真去做好每个环节，学好数学是不难的。但有很多同学很拼命地去学习，也按方法去做了，还是学不好。这是为什么呢？是因为同学们没有学到点上，也就是同学们没有把每一节课的重点、难点及时消化，又没有很好地对疑点、难点、易错点小结攻克，导致日积月累，将不懂的、模糊的知识越堆越多，学习当然有困难啦。

人的身体如果消化不好就会生病，出问题，学习也是如此，同学们在课外没有很好地消化吸收、或吸收些无关紧要的知识，做练习时，做些不是太深就是太浅，或是垃圾题目（用途不大的题目），就不可能很好地巩固和吸收。所以，同学们除了预习、听课、复习方面做好外，更重要的是要多做与教材有关的课外习题，少做怪题、难题、垃圾题，将基础知识学牢固，这是每个同学和老师都应该清醒的一点。

所以，学好数学并非难事，只要把基础知识学好学牢固，经常将学习中的难点、易错点、技巧小结出来，是可以将多变少、将难化易的，数学是可以学得很轻松的。

《课堂感悟与探究》这套参考书，就是针对同学们出现的这些问题，紧扣教材和中考，将每一节课的重点、难点，以课堂练习、课外作业的形式编写出来，将怪题、难题、垃圾题排除在外，引导同学们及时消化重点，攻克难点。

《课堂感悟与探究》共分为七册，其中“课堂练习与课外作业篇”共六册（包括七年级、八年级、九年级上、下各一册）、“中考篇”一册，均按人教版数学新课标实验教材的内容和思想编写，每一节都有“例题解析与反思、课堂练习与感悟、课外作业、尖子生作业、五分钟测试”五部分内容，对每一节课进行跟踪，让同学们少走弯路，及时把重点、难点消化掉，让学习变轻松。

这套书有以下特点：

- (1) 与课堂学习相结合，针对重点与难点进行有效训练；
- (2) 训练步骤是课堂练习——课外作业，将课堂与课外相结合，由浅至深，同时还配合了尖子生作业，让思维灵活的同学有更多的发展空间；
- (3) 以中考为目标，对各年的中考进行跟踪，将中考的难点、重点分层次地在各册书中反复出现，让同学们多角度地熟悉中考题型；
- (4) 为了更好地培养同学们的学习能力，每章末还特别加了一个内容：知识小结，让同学们更清楚本章的内容和难点、易错点，学会将知识化难为易、变繁为简，希望同学们重视这个知识点。

这里介绍编者写小结的一种方法：(1) 写知识内容小结，将章节里的知识点进行简化，但要完整；(2) 写易错的知识和注意点，即将自己平时在练习、作业中错得多

的，反复错的写出来，而自己在看课外书或听课中老师讲的方法和技巧也都记录下来，同时，自己认为应该注意的地方、常见的图形也要写下，这样，在中考复习时，就可以拿出自己十几张的小结来复习，不必搬出六本书来；(3) 写小结不必写些笼统难懂高深的东西，应该写自己的思想，用自己易明白的形式，只要将知识点小结完整就行了。

同学们应该知道，写好一篇小结胜过做 100 道习题！所以，同学们在使用这套书时，要多模仿写小结的方法，认真写好自己的小结，那时你的数学成绩就可以轻轻松松地提高了。

编者还编写了每章的测试卷（活页），内容多数是各年中各省市的中考题，老师在使用时，可以根据自己的实际情况使用。

为了紧密结合当年的中考信息和试题，编者每年都会进行适当的修改，力求更贴近同学们的学习，更贴近中考，望老师们、同学们用当年版，这对你们会有更大的帮助。

编 者

2006 年 11 月

目 录

第二十六章 二次函数	(1)
26.1.1 二次函数 (一)	(1)
26.1.2 二次函数 (二)	(2)
26.1.3 二次函数 (三)	(6)
26.1.4 二次函数 (四)	(9)
26.2.1 用函数观点看一元二次方程 (一)	(13)
26.2.2 用函数观点看一元二次方程 (二)	(15)
26.3.1 实际问题与二次函数 (一)	(18)
26.3.2 实际问题与二次函数 (二)	(22)
26.3.3 实际问题与二次函数 (三)	(25)
全章知识小结	(28)
全章总复习测试	(30)
第二十七章 相似	(33)
27.1.1 图形相似 (一)	(33)
27.1.2 图形相似 (二)	(35)
27.2.1 相似三角形 (一)	(37)
27.2.2 相似三角形 (二)	(39)
27.2.3 相似三角形 (三)	(44)
27.2.4 相似三角形 (四)	(48)
27.2.5 相似三角形 (五)	(52)
27.2.6 相似三角形 (六)	(55)
27.3 位似	(58)
全章知识小结	(61)
全章总复习测试	(62)
第二十八章 锐角三角函数	(66)
28.1.1 锐角三角函数 (一)	(66)
28.1.2 锐角三角函数 (二)	(68)
28.1.3 锐角三角函数 (三)	(71)
28.1.4 锐角三角函数 (四)	(74)
28.1.5 锐角三角函数 (五)	(78)
28.2.1 解直角三角形 (一)	(81)
28.2.2 解直角三角形 (二)	(85)
28.2.3 解直角三角形 (三)	(88)
28.2.4 解直角三角形 (四)	(92)
全章知识小结	(96)
全章总复习测试	(98)

第二十九章 投影与视图	(101)
29.1.1 投影（一）	(101)
29.1.2 投影（二）	(105)
29.2.1 三视图（一）	(108)
29.2.2 三视图（二）	(112)
29.2.3 三视图（三）	(115)
29.3 课题学习	(119)
全章知识小结	(123)
全章总复习测试	(124)

单元测试（另册）

第二十六章 二次函数 单元测试题	(1)
第二十七章 相似三角形 单元测试题	(3)
第二十八章 锐角三角形 单元测试题	(5)
第二十九章 投影与视图 单元测试题	(7)
总复习测试	(9)

参考答案（另册）

第二十六章 二次函数

26.1.1 二次函数 (一)

一、例题解析

例1: 自由落体运动是由于地球引力的作用造成的, 在地球上, 物体自由下落的时间 t (s) 和下落距离 h (m) 的关系是 $h = 4.9t^2$. 求: (1) h 与 t 是什么函数关系? (2) 一高空下落的物体下落时间为 3 s 时下落的距离; (3) 计算物体下落 10 m 所需的时间 (精确到 0.1 s).

解: (1) t 是 h 的二次函数;

(2) 当 $t = 3$ 时, $h = 4.9 \times 3^2 = 44.1$ (m);

(3) 当 $h = 10$ 时, $10 = 4.9t^2$, 得 $t = 1.4$ (s).

【例题反思】(1) 在函数中, 已知自变量的值, 求函数值, 或已知函数值, 求自变量的值, 是解数题中最常见的知识点; (2) 形如 $y = a^2x + bx + c$ 或 $y = ax^2 + b$ 或 $y = ax^2 + c$ 或 $y = ax^2$, 只要 $a \neq 0$ 都是二次函数.

二、课堂练习

(一) 基础填空

1. 一个矩形的长比宽多 6, 宽为 x , 面积为 y , 则 y 与 x 的关系式是_____.
2. 某次商品交易会上每两家公司之间都签订一份合同, 共有 x 家公司参加交易会, 共签订了 y 份合同, 则 y 与 x 的关系式是_____.
3. 正方形边长为 2, 若边长增加 x , 面积增加 y , 则 y 与 x 的关系式是_____.
4. 已知正方体的棱长为 x cm, 它的表面积为 S cm², 则 S 与 x 的函数关系式为_____.
5. 两个数的和为 8, 若设其中一个数为 x , 积为 y , 则 y 与 x 的函数表达式为_____.
6. 已知二次函数 $y = ax^2$ 经过点 (1, 3), 则当 $y = 4$ 时, x 的值是_____.
7. 当 $m =$ _____时, $y = (m+1)x^{m^2-m} - 3m$ 是关于 x 的二次函数.

(二) 基础选择

1. 函数 $y = (m-n)x^2 + mx + n$ 是二次函数的条件是 ().
 A. m, n 为常数, 且 $m \neq 0$ B. m, n 为常数, 且 $m \neq n$
 C. m, n 为常数, 且 $n \neq 0$ D. m, n 可以为任何常数
2. 半径为 3 的圆, 如果半径增加 $2x$, 则面积 S 与 x 之间的函数表达式为 ().
 A. $S = 2\pi(x+3)^2$ B. $S = 9\pi + x$
 C. $S = 4\pi x^2 + 12\pi x + 9\pi$ D. $S = 4\pi x^2 + 12\pi x + 9\pi$

(三) 解答

正方形铁片边长为 15 cm, 在四个角上各剪去一个边长为 x (cm) 的小正方形, 用余下的部分做成一个无盖的盒子. (1) 求盒子的表面积 S (cm²) 与小正方形边长 x (cm) 之间的函数关系式; (2) 当小正方形边长为 3 cm 时, 求盒子的表面积.

【课堂感悟】 1. 这节课的知识点是二次函数的概念; 2. 形如 $y = ax^2 + bx + c$ 的函数只有在 $a \neq 0$ 的条件下才是二次函数, 这是二次函数隐藏的条件.

三、课外作业

1. 等边三角形的边长 $2x$ 与面积 y 之间的函数表达式为_____.
2. 边长为 12 cm 的正方形铁片, 中间剪去一个边长为 x 的小正方形铁片, 剩下的四方框铁片的面积 y (cm^2) 与 x (cm) 之间的函数表达式为_____, 其中 y 是 x 的_____函数.
3. 形如 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ (其中 a _____, b 、 c 是_____) 的函数, 叫做二次函数.
4. 有一人患流感, 每轮传染中平均一个人传染了 x 个人, 经过两轮传染后共有 y 人患了流感, 则 y 与 x 的函数表达式是_____, 其中 x 是 y 的_____函数.
5. 下列函数中, 是二次函数的是 ().
 A. $y = \frac{1}{x^2} - x$ B. $y = x^2 - (x-1)^2$ C. $y = \frac{x^2 - 2x}{2}$ D. $y = x^2 + \frac{1}{x}$
6. 若 $y = (m^2 + m)x^{m^2 - 2m - 1}$ 是二次函数, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 点 $A(-2, a)$ 是抛物线 $y = x^2$ 上一点, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, A 点关于原点的对称点 B 是_____, A 点关于 y 轴的对称点 C 是_____, 其中点 B 、点 C 在抛物线 $y = x^2$ 上的是_____.
8. 已知二次函数 $y = ax^2$, 当 $x = 2$ 时, $y = -4$, 当 $x = -5$ 时, y 的值是_____.
9. 华联商场以每件 30 元购进一种商品, 试销中发现每天的销售量 y (件) 与每件的销售价 x (元) 满足一次函数 $y = 162 - 3x$; (1) 写出商场每天的销售利润 w (元) 与每件的销售价 x (元) 的函数关系式; (2) w 与 x 是什么函数关系? (3) 当销售价是 40 元时, 销售利润是多少?

四、五分钟测试

1. 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 $y = (m-1)x^{m^2+1}$ 是二次函数.
2. 有一长方形条幅, 长为 4 m, 宽为 2 m, 四周镶上宽度相等的花边, 剩余面积 S (m^2) 与花边宽度 x (m) 之间的函数关系式为_____, 自变量 x 的取值范围为_____.
3. 抛物线 $y = ax^2$ 经过点 $(3, 5)$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 一个矩形周长是 24, 一边为 x , 面积为 y , 则 y 与 x 的函数表达式为_____.
5. 下列是二次函数的是 ().
 A. $y = 8x^2 + 1$ B. $y = 8x + 1$ C. $y = \frac{8}{x}$ D. $y = \frac{8}{x^2} + 1$

26.1.2 二次函数 (二)

一、例题解析

例: 已知正方形周长为 C cm, 面积为 S cm^2 . (1) 求 S 和 C 之间的函数关系式, 并画出图象; (2) 根据图象, 求出 $S = 1$ cm^2 时, 正方形的周长; (3) 根据图象, 求出 C 取何值时, $S \geq 4$ cm^2 .

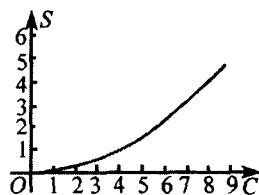
分析: 此题是二次函数实际问题, 解这类问题时要注意自变量的取值范围; 画图象时, 自变

量 C 的取值应在取值范围内.

解: (1) 由题意, 得 $S = \frac{1}{16}C^2$ ($C > 0$),

列表:

C	2	4	6	8	...
$S = \frac{1}{16}C^2$	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4	...



例题图

描点、连线, 图象如图;

(2) 根据图象得 $S = 1 \text{ cm}^2$ 时, 正方形的周长是 4 cm ;

(3) 根据图象得, 当 $C \geq 8 \text{ cm}$ 时, $S \geq 4 \text{ cm}^2$.

【例题反思】(1) 图象是表示函数的一种重要方法, 二次函数的图象比较复杂, 在画时要注意步骤: ①列表, 取点 (一般取五个或七个点); ②描点; ③连线 (要平滑); (2) 此图象原点处为空心点; (3) 横轴、纵轴字母应为题中的字母 C 、 S , 不要习惯地写成 x 、 y ; (4) 在自变量取值范围内, 图象为抛物线的一部分.

二、课堂练习

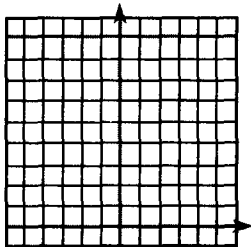
(一) 基础填空

1. 在下图中画出 $y = 2x^2$ 的图象.

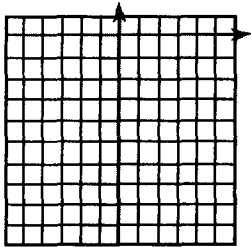
(1) 列表:

x	...							...	
y	...							...	

(2) 描点, 连线.



第1题图



第2题图

2. 在图中画出 $y = -2x^2$ 的图象.

x	...							...	
y	...							...	

3. 二次函数 $y = 2x^2$ 与 $y = -2x^2$ 的相同点是: (1) _____; (2) _____; 不同点是: _____.

4. 函数 $y = \frac{2}{3}x^2$ 的开口 _____, 对称轴是 _____, 顶点坐标是 _____, 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而减小.

5. 函数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 的开口 _____, 对称轴是 _____, 顶点坐标是 _____, 当 x _____

时, y 随 x 的增大而增大, 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而减小.

6. 二次函数 $y = ax^2$ 的图象经过点 $(1, 2)$, 则它的解析式是 _____.

7. 函数 $y = x^2$ 的顶点坐标为 _____, 若点 $(a, 4)$ 在其图象上, 则 a 的值是 _____.

8. 抛物线 $y = 3x^2$ 与直线 $y = kx + 3$ 的交点为 $(2, b)$, 则 $k =$ _____, $b =$ _____.

(二) 基础选择

1. 在同一坐标系中, 图象与 $y = 2x^2$ 的图象关于 x 轴对称的是 ().

- A. $y = \frac{1}{2}x^2$ B. $y = -\frac{1}{2}x^2$ C. $y = -2x^2$ D. $y = -x^2$

2. 如图, A 、 B 分别为 $y = x^2$ 上两点, 且线段 $AB \perp y$ 轴, 若 $AB = 6$, 则直线 AB 的表达式为 ().

- A. $y = 3$ B. $y = 6$ C. $y = 9$ D. $y = 36$

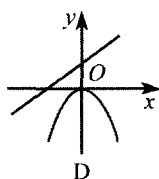
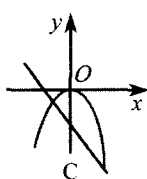
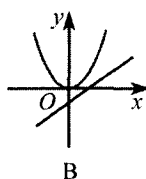
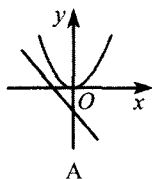
3. 抛物线 $y = 4x^2$ 、 $y = -2x^2$ 、 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的图象, 开口最大的是 ().

- A. $y = \frac{1}{4}x^2$ B. $y = 4x^2$ C. $y = -2x^2$ D. 无法确定

4. 对于抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 和 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 在同一坐标系里的位置, 下列说法错误的是 ().

- A. 两条抛物线关于 x 轴对称 B. 两条抛物线关于原点对称
C. 两条抛物线关于 y 轴对称 D. 两条抛物线的交点为原点

5. 二次函数 $y = ax^2$ 与一次函数 $y = ax + a$ 在同一坐标系中的图象大致为 ().



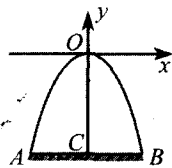
(三) 解答

1. 在物理学内容中, 如果某一物体质量为 m , 它运动时的能量 E 与它的运动速度 v 之间的关系是 $E = \frac{1}{2}mv^2$ (m 为定值). (1) 若物体质量为 1, 填表表示物体在 v 取下列值时, E 的取值:

v	1	2	3	4	5	6	7	8
E								

(2) 若物体的运动速度变为原来的 2 倍, 则它运动时的能量 E 扩大为原来的多少倍?

2. 如图, 某隧道口的横截面是抛物线形, 已知路宽 AB 为 6 米, 最高点离地面的距离 OC 为 5 米, 以最高点 O 为坐标原点, 抛物线的对称轴为 y 轴, 1 米为数轴的单位长度, 建立平面直角坐标系, 求以这一部分抛物线为图象的函数解析式, 并写出 x 的取值范围.



第 2 题图

【课堂感悟】 1. 本节主要知识点是二次函数 $y=ax^2$ 的图象与性质. 2. 二次函数 $y=ax^2$ 的图象是抛物线, 性质: (1) a 的正负决定抛物线的开口方向; (2) 顶点坐标是 $(0, 0)$, 对称轴方程是 $x=0$ (即 y 轴); (3) $a>0$ 时, 对称轴 (y 轴) 把抛物线分成两半, 右升左降 (右边是大于 0, 左边是小于 0), 即 $x>0$ (y 轴右边) 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x<0$ (y 轴左边) 时, y 随 x 的增大而减小; $a<0$ 时, 相反, 右降左升, 即 $x>0$ (y 轴右边) 时, y 随 x 的增大而减小, 当 $x<0$ (y 轴左边) 时, y 随 x 的增大而增大.

三、课外作业

1. $y=ax^2$ 的图象是_____, 对称轴是_____, 顶点坐标是_____, 当 $a>0$ 时, 开口向_____, 当 $a<0$ 时, 开口向_____.

2. 函数 $y=x^2$ 与 $y=-x^2$ 的图象关于_____对称, 也可以认为 $y=-x^2$ 是函数 $y=x^2$ 的图象绕_____旋转得到.

3. 若点 $A(3, m)$ 是抛物线 $y=-x^2$ 上一点, 则 $m=_____$.

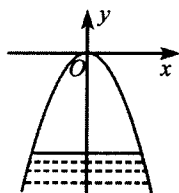
4. 已知二次函数① $y=-x^2$; ② $y=\frac{3}{5}x^2$; ③ $y=15x^2$; ④ $y=-4x^2$; ⑤ $y=-\frac{9}{10}x^2$; ⑥ $y=4x^2$.

(1) 其中开口向上的有_____ (填题号); (2) 其中开口向下且开口最大的是_____ (填题号); (3) 当自变量由小到大变化时, 函数值先逐渐变大, 然后渐变小的有_____ (填题号).

5. 抛物线的顶点在原点, 对称轴为 y 轴, 且经过点 $(-1, -2)$, 则抛物线的表达式为_____.

6. 二次函数 $y=-6x^2$ 的对称轴方程是_____, 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而减小.

7. 某涵洞是抛物线形, 它的截面如图所示, 现测得水面宽 1.6 m, 涵洞顶点 O 到水面的距离为 2.4 m, 在图中直角坐标系内, 涵洞所在的抛物线的函数关系式是什么?

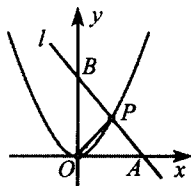


第 7 题图

8. 函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 与直线 $y=2x-3$ 的图象交于点 $(1, b)$. 求: (1) a 和 b 的值; (2) 求抛物线 $y=ax^2$ 的开口方向、对称轴、顶点坐标; (3) 作 $y=ax^2$ 的草图.

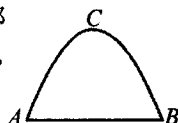
四、尖子生作业

1. 已知, 如图, 直线 l 经过 $A(4, 0)$ 和 $B(0, 4)$ 两点, 它与抛物线 $y=ax^2$ 在第一象限内相交于点 P , 又知 $\triangle AOP$ 的面积为 4, 求 a 的值.



第 1 题图

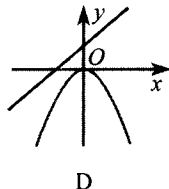
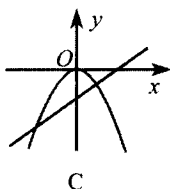
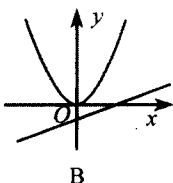
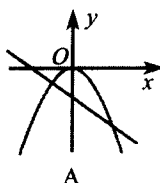
2. 某工厂大门是一抛物线型水泥建筑物, 如图所示, 大门地面宽 $AB = 4$ m, 顶部 C 离地面高度为 4.4 m. 现有一辆满载货物的汽车欲通过大门, 货物顶部距地面 2.8 m, 装货宽度为 2.4 m. 请判断这辆汽车能否顺利通过大门.



第2题图

五、五分钟测试

1. 若函数 $y = (a+1)x^{2-a}$ 是二次函数, 则 $a =$ _____.
2. 要函数 $y = -mx^2$ 开口向上, 则 m 的取值范围是 _____.
3. 抛物线 $y = ax^2$ 与直线 $y = -x$ 交于 $(1, m)$, 则 $m =$ _____; 抛物线的解析式是 _____.
4. 满足函数 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 与 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的图象为 ().



5. 在同一坐标系中, 作 $y = 2x^2$ 、 $y = -2x^2$ 、 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象, 它们的共同特点是 ().
 A. 都是关于 x 轴对称, 抛物线开口向上
 B. 都是关于 y 轴对称, 抛物线开口向下
 C. 都是关于原点对称, 抛物线的顶点都是原点
 D. 都是关于 y 轴对称, 抛物线的顶点都是原点

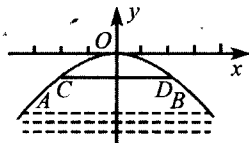
26.1.3 二次函数 (三)

一、例题解析

例1: 一条抛物线的开口方向、对称轴与 $y = \frac{1}{2}x^2$ 相同, 顶点纵坐标是 -2 , 且抛物线经过点 $(1, 1)$, 求这条抛物线的函数关系式.

解: 由题意可得, 所求函数开口向上, 对称轴是 y 轴, 顶点坐标为 $(0, -2)$, 因此所求函数关系式可看作 $y = ax^2 - 2$ ($a > 0$), 又抛物线经过点 $(1, 1)$, 所以, $1 = a \cdot 1^2 - 2$, 解得 $a = 3$, 故所求函数关系式为 $y = 3x^2 - 2$.

例2: 有一座抛物线型拱桥, 桥下面在正常水位 AB 时宽 20 m. 水位上升 3 m, 就达到警戒线 CD , 这时, 水面宽度为 10 m. (1) 在如图所示的坐标系中求抛物线的表达式; (2) 若洪水到来时, 水位以每小时 0.2 m 的速度上升, 从警戒线开始, 再持续多少小时才能到拱桥顶?



例2题图

解: (1) 设抛物线的表达式为 $y = ax^2$, B 的坐标是 $(10, m)$, D 的坐标是 $(5, m+3)$, 由图可知, B 、 D 都在抛物线上,

$$\begin{cases} m = 100a \\ m + 3 = 25a \end{cases}, \text{ 解得 } m = -4, a = -\frac{1}{25},$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{25}x^2$.

(2) 由 (1) 可知 D 的坐标是 $(5, -1)$, 即 O 到直线 CD 的距离是 1 m,

水位上升的时间是 $1 \div 0.2 = 5$ (小时),

$\therefore$ 从警戒线开始, 再持续 5 小时才能到拱桥顶.

【例题反思】(1) 要求二次函数的解析式, 就要先根据图象或函数的特点设出解析式, 再找出函数经过的点的坐标, 利用方程 (或组) 即可求; (2) 例 2 是实际问题与函数结合, 关键要弄清点到 x 轴 (或 y 轴) 的距离的意义, 注意距离是没有负数的.

二、课堂练习

(一) 基础填空

1. 函数 $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$) 的图象是_____; 对称轴是_____; 顶点是_____.

2. 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - 9$ 的开口_____, 对称轴是_____, 顶点坐标是_____, 它可以看作是由

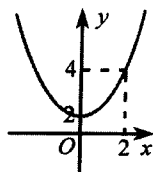
抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 向_____平移_____个单位得到的.

3. 函数 $y = -3x^2 + 3$ 的顶点是_____, 当 x _____ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小; 当 x _____ 时, 函数有最_____值, 最_____值 $y =$ _____.

4. 如图, 二次函数的解析式是_____.

5. 抛物线 $y = (x-1)^2$ 的开口_____, 对称轴是_____, 顶点坐标是_____, 它可以看作是由抛物线 $y = x^2$ 向_____平移_____个单位得到的.

6. 抛物线 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$ 的顶点是_____, 当 x _____ 时函数值 y 随 x 的增大而减小; 当 x _____ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大; 当 x _____ 时, 函数取得最_____值, 最_____值 $y =$ _____.



第 4 题图

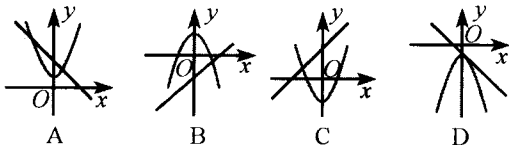
7. 抛物线 $y = -3(x+5)^2$ 是由 $y = -3x^2$ 向_____平移_____个单位而得的.

(二) 基础选择

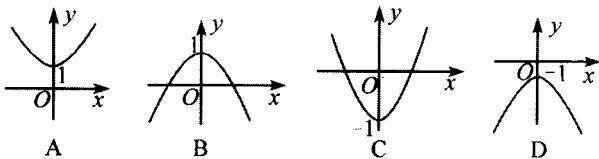
1. 已知原点是抛物线 $y = (m+1)x^2$ 的最高点, 则 m 的范围是 ().

- A. $m < -1$ B. $m < 1$ C. $m > -1$ D. $m > -2$

2. 在同一直角坐标系中, 函数 $y = ax^2 + b$ 与 $y = ax + b$ ($ab \neq 0$) 的图象大致如图 ().



3. 函数 $y = -x^2 + 1$ 的图象大致为 ().



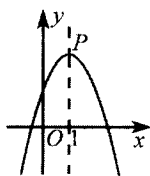
4. 要从抛物线 $y = x^2 - 3$ 得到 $y = x^2$ 的图象, 则抛物线 $y = x^2 - 3$ 必须 ().

- A. 向上平移 3 个单位 B. 向下平移 3 个单位
C. 向左平移 3 个单位 D. 向右平移 3 个单位

【课堂感悟】1. 本节的知识有两个: (1) $y=ax^2+c$ 的性质; (2) $y=a(x-h)^2$ 的性质. 2. $y=ax^2+c$ 的性质: (1) 顶点 $(0, c)$; (2) 对称轴是直线 $x=0$ (y 轴); (3) $a>0$ 时, 开口向上, y 有最小值为 c ; $a<0$ 时, 开口向下, y 有最大值为 c ; (4) $a>0$ (开口向上的都是右升左降) 时: ① $x>h$ (直线 $x=h$ 右边) 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x<h$ (直线 $x=h$ 左边) 时, y 随 x 的增大而减小; ② $a<0$ 时, 相反; (5) $y=ax^2+c$ 是由 $y=ax^2$ 向上 (或向下) 移动 $|c|$ 个单位得到的. 3. $y=a(x-h)^2$ 的性质: (1) 顶点 $(h, 0)$; (2) 对称轴是直线 $x=h$; (3) $a>0$ 时, 开口向上, $x=h$ 时, y 有最小值为 0 ; $a<0$ 时, 开口向下, $x=h$ 时, y 有最大值为 c ; (4) $a>0$ 时, ① $x>h$ (直线 $x=h$ 右边) 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x<h$ (直线 $x=h$ 左边) 时, y 随 x 的增大而减小; ② $a<0$ 时, 相反; (5) $y=a(x-h)^2$ 是由 $y=ax^2$ 向左 (或向右) 移动 $|h|$ 个单位得到的.

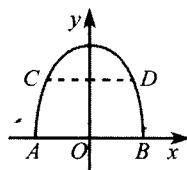
三、课外作业

1. 抛物线 $y=3x^2-2$ 的图象可由抛物线 $y=3x^2$ 的图象向_____平移_____个单位得到, 它的顶点坐标是_____, 对称轴是_____.
2. 抛物线 $y=-4x^2-4$ 的开口向_____, 当 $x=_____$ 时, y 有最_____值, $y=_____$.
3. 函数 $y=-3(x+1)^2$, 当 $x=_____$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小; 当 $x=_____$ 时, 函数取得最_____值, 最_____值 $y=_____$.
4. 说出下列抛物线的 3 个特点: (1) $y=-2x^2$: _____;
(2) $y=-2x^2+3$: _____;
(3) $y=2(x+2)^2$: _____.
5. 二次函数 $y=-2(x+3)^2$ 的开口方向_____, 对称轴方程是_____, 顶点坐标是_____, 当 $x=_____$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x=_____$ 时, y 随 x 的增大而减小.
6. 如图, 抛物线顶点坐标是 $P(1, 3)$, 函数 y 随自变量 x 的增大而减小的 x 的取值范围是 ().
A. $x>3$ B. $x<3$ C. $x>1$ D. $x<1$
7. 二次函数的图象开口向下, 顶点在 y 轴的正半轴上, 请写出一个满足条件的表达式是_____.



第 6 题图

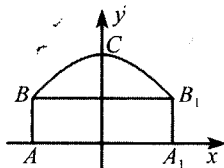
8. 如图, 某大学的校门是抛物线形建筑物, 大门的地面宽度 $AB=8$ m, 两侧距地面 4 m 处各有一个挂校名横匾的铁环, 两铁环的水平距离 $CD=6$ m, 建立如图直角坐标系, 求校门的最大高度.



第 8 题图

四、尖子生作业

1. 如图是一条高速公路上隧道口在平面直角坐标系上的示意图, 点 A 和 A_1 , 点 B 和 B_1 分别关于 y 轴对称. 隧道拱部分为 BCB_1 为一段抛物线, 最高点 C 离路面 AA_1 的距离为 8 m, 点 B 离路面 AA_1 的距离为 6 m, 隧道的宽 AA_1 为 16 m. 求隧道拱抛物线 BCB_1 的函数关系式.



第 1 题图

2. 已知直线 $y = -2x + 3$ 与抛物线 $y = ax^2$ 相交于 A 、 B 两点, 且 A 点坐标为 $(-3, m)$.

(1) 求 a 、 m 的值; (2) 求抛物线的表达式及其对称轴和顶点坐标; (3) x 取何值时, 二次函数 $y = ax^2$ 中的 y 随 x 的增大而减小; (4) 求 A 、 B 两点及二次函数 $y = ax^2$ 的顶点构成的三角形的面积.

五、五分钟测试

1. 抛物线 $y = -2(x-1)^2$ 的顶点坐标是_____.

2. 抛物线 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2$ 的图象可由抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 向_____平移_____个单位得到, 它的顶点坐标是_____, 对称轴是_____.

3. 抛物线 $y = -2x^2 - 3$ 的开口向_____, 对称轴是_____, 顶点是_____.

4. 抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 的图象可由抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 向_____平移_____个单位得到.

5. 抛物线 $y = -4(x+1)^2$ 开口向_____, 当 x _____时, y 随 x 的增大而增大, 当 x _____时, y 随 x 的增大而减小.

26.1.4 二次函数 (四)

一、例题解析

例 1: 求下列函数的最大值或最小值.

(1) $y = 2x^2 - 3x - 5$; (2) $y = -x^2 - 3x + 4$.

解: (1) 二次函数 $y = 2x^2 - 3x - 5$ 中的二次项系数 $2 > 0$, 因此抛物线 $y = 2x^2 - 3x - 5$ 有最低点, 即函数有最小值,

$$\therefore y = 2x^2 - 3x - 5 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{49}{8},$$

$\therefore$ 当 $x = \frac{3}{4}$ 时, 函数 $y = 2x^2 - 3x - 5$ 有最小值是 $-\frac{49}{8}$.

(2) 二次函数 $y = -x^2 - 3x + 4$ 中的二次项系数 $-1 < 0$, 因此抛物线 $y = -x^2 - 3x + 4$ 有最高点, 即函数有最大值,

$$\therefore y = -x^2 - 3x + 4 = -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4},$$

$\therefore$ 当 $x = -\frac{3}{2}$ 时, 函数 $y = -x^2 - 3x + 4$ 有最大值是 $\frac{25}{4}$.

【例题反思】(1) 通过配方可以把二次函数的一般式化为 $y = a(x-h)^2 + k$ (二次函数的顶点式), 但在配方时要注意它与一元二次方程配方的区别; (2) 求顶点坐标是二次函数中最基本的知识点, 已知顶点可以求对称轴直线、最值、平移的经过、增减性等等.

二、课堂练习

(一) 基础填空

1. 抛物线 $y = 6(x+1)^2 - 2$ 可由抛物线 $y = 6x^2 - 2$ 向_____平移_____个单位得到.

2. 把 $y = x^2 - 6x + 7$ 化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式, 得到_____, 这个二次函数的图象开口向_____, 顶点坐标是_____, 对称轴是直线_____.



3. 已知抛物线 $y = x^2 + 4x + 3$, 请回答以下问题: (1) 它的开口向_____, 对称轴是直线_____, 顶点坐标为_____; (2) 当 x _____时, y 随 x 的增大而增大, 当 x _____时, y 随 x 的增大而减小.

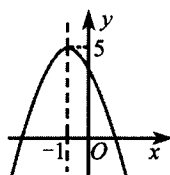
4. 抛物线 $y = x^2 + x - 12$ 与 x 轴的交点坐标为_____, 与 y 轴的交点坐标为_____.

5. 如图, 函数 $y = -(x-h)^2 + k$ 的图象, 则其解析式为_____.

6. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 过第二、三、四象限, 则 a _____ 0, b _____ 0, c _____ 0.

7. 如图, 已知二次函数的图象, 根据图象回答: 当 x _____时, $y > 0$; 当 x _____时, $y = 0$; 当 x _____时, $y < 0$.

8. 抛物线 $y = 2x^2$ 向左平移 1 个单位, 再向下平移 3 个单位, 得到的抛物线表达式为_____.



第5题图

(二) 基础选择

1. 把二次函数 $y = x^2 - 2x - 1$ 配方成顶点式为 ().

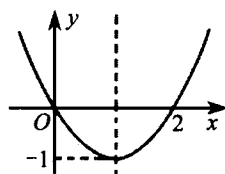
- A. $y = (x-1)^2$ B. $y = (x-1)^2 - 2$
C. $y = (x+1)^2 + 1$ D. $y = (x+1)^2 - 2$

2. 抛物线 $y = x^2 - mx - m^2 + 1$ 的图象过原点, 则 m 为 ().

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1

3. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则下列结论中正确的是 ().

- A. $a > 0$ $b < 0$ $c > 0$ B. $a < 0$ $b < 0$ $c > 0$
C. $a < 0$ $b > 0$ $c < 0$ D. $a < 0$ $b > 0$ $c > 0$



第7题图

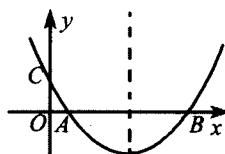
4. 下面是对二次函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 的图象的描述, 其中正确的是 ().

①当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而增大; ②顶点坐标是 (2, 3); ③图象与 x 轴无交点; ④图象与 y 轴的交点是 (0, 3).

- A. ①②③④ B. ①②④ C. ①③ D. ①③④

5. 如图, 二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 的图象与 x 轴交于 A、B 两点, 与 y 轴交于点 C, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ().

- A. 6 B. 4 C. 3 D. 1



第5题图

(三) 解答

1. (2005 年, 天津) 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{5}{2}$. (1) 用配方法求出它的顶点坐标和对称轴; (2) 若抛物线与 x 轴的两个交点为 A、B, 求线段 AB 的长.

2. 心理学家发现, 学生对概念的接受能力 y 与提出概念所用的时间 x (单位: 分) 之间满足函数关系 $y = -0.1x^2 + 2.6x + 43$ ($0 \leq x \leq 30$). y 值越大, 表示接受能力越强. (1) x 在什么范围内, 学生的接受能力逐步增强? x 在什么范围内, 学生的接受能力逐渐降低? (2) 第 10 分钟时, 学生的接受能力是多少? (3) 第几分钟时, 学生的接受能力最强?