

# 平面五杆并联机器人 运动学导论

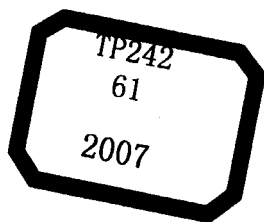
Introduction to Kinematics of Planar Five-bar Parallel Robot

辛洪兵 余跃庆 著



国防工业出版社

National Defense Industry Press



# 平面五杆并联机器人 运动学导论

辛洪兵 余跃庆 著

国防工业出版社

·北京·

**图书在版编目(CIP)数据**

平面五杆并联机器人运动学导论 / 辛洪兵, 余跃庆著.  
北京: 国防工业出版社, 2007. 1  
ISBN 7-118-04836-4

I. 平... II. ①辛... ②余... III. 机器人-运动学  
IV. TP242

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 126474 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

\*

开本 850 × 1168 1/32 印张 3 $\frac{3}{4}$  字数 102 千字

2007 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2500 册 定价 25.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

## 前 言

与串联机器人相比,并联机器人具有刚度大、结构稳定、精度高以及运动空间小等特点。目前在机构支链中引入并联结构,或者以闭链结构为基础进行并联机构设计,已成为并联机构构型设计的有效手段和研究方向。平面五杆并联机构是近年来研究较多的一种并联机构,在不少领域中得到应用。它不仅可以作为并联机器人单独使用,而且还可以以提高性能为目的与其他机构一起组成混联机构。人们对其可动性及曲柄存在的条件、柔性工作空间的边界、连架杆的转角空间、轨迹分析与综合、避免速度奇异的杆长条件、基于平面五杆闭环结构的平面并联机构类型综合、惯性力平衡、动力学方程的建立以及混合驱动控制等方面进行了研究。

本书以平面五杆并联机器人运动学为主,建立了机器人动平台上一般参考点的位姿正解、位姿逆解、连续轨迹逆解、运动空间分析、速度和加速度正解及逆解等数学模型,提出了构造并联机器人雅可比矩阵的新方法以及具有柔性铰链的平面五杆并联机器人运动系统方案设计,并对具体五杆机构的有关运动学特性进行计算分析和讨论,为深入研究平面五杆并联机器人的运动学及动力学分析和综合打下基础。

感谢北京市科技新星计划项目(954811300)、国家自然科学基金项目(50575002)、北京市自然科学基金项目(3062004)以及北京市人才强教计划项目的资助。

由于作者水平有限,谬误之处在所难免,敬请读者批评指正。

作者

2006年8月5日

# 目 录

<b>第 1 章 平面五杆并联机构的结构分析</b> .....	1
1.1 结构分析和拓扑描述 .....	1
1.2 自由度的计算 .....	4
1.3 可装配性条件 .....	5
1.4 可动性条件 .....	5
<b>第 2 章 平面五杆并联机器人系统方案设计</b> .....	9
2.1 平面五杆并联机构的应用 .....	9
2.2 平面五杆并联机器人运动系统方案设计 .....	11
2.3 具有弹性铰链的平面五杆并联机器人 .....	12
<b>第 3 章 平面五杆并联机器人的位姿正解</b> .....	20
3.1 位姿分析 .....	20
3.2 不同系统方案的位姿分析 .....	25
3.3 位姿正解分析 .....	26
<b>第 4 章 平面五杆并联机器人的位姿逆解</b> .....	29
4.1 位姿逆解 .....	29
4.2 位姿逆解分析程序 .....	32
4.3 连续轨迹逆解分析 .....	34
<b>第 5 章 平面五杆并联机器人的工作空间分析</b> .....	38
5.1 工作空间分析建模 .....	38
5.2 工作空间分析框图 .....	41
5.3 工作空间分析 .....	41

<b>第 6 章</b>	<b>平面五杆并联机器人的雅可比矩阵</b>	45
6.1	串联机器人的速度分析与雅可比矩阵	45
6.2	并联机器人的雅可比矩阵	62
6.3	平面五杆并联机器人雅可比矩阵	70
<b>第 7 章</b>	<b>平面五杆并联机器人的速度和加速度分析</b>	78
7.1	速度正解	78
7.2	速度逆解	78
7.3	加速度正解	79
7.4	加速度逆解	79
<b>附录 A</b>	<b>主动输入取值范围分析程序</b>	80
<b>附录 B</b>	<b>位姿正解分析程序</b>	81
<b>附录 C</b>	<b>位姿逆解分析程序</b>	83
<b>附录 D</b>	<b>运动轨迹逆解分析程序</b>	87
<b>附录 E</b>	<b>工作空间分析程序</b>	93
<b>附录 F</b>	<b>雅可比矩阵自动生成程序</b>	102
<b>附录 G</b>	<b>两自由度机器人雅可比矩阵生成程序</b>	107
<b>附录 H</b>	<b>并联机器人雅可比矩阵构造程序</b>	109
<b>参考文献</b>		111

# 第 1 章 平面五杆并联机构的 结构分析

在机构支链中引入并联结构,或者以闭链结构为基础进行并联机构设计,已成为并联机构构型设计的有效手段和研究方向<sup>[1]</sup>。平面五杆并联机构是近年来研究较多的一种并联机构,人们对其可动性及曲柄存在的条件<sup>[2-4]</sup>、柔性工作空间的边界<sup>[5]</sup>、连架杆的转角空间<sup>[6]</sup>、轨迹分析与综合<sup>[7-9]</sup>、避免速度奇异的杆长条件<sup>[10]</sup>、基于平面五杆闭环结构的平面并联机构类型综合<sup>[1]</sup>、惯性力平衡<sup>[11,12]</sup>、动力学方程的建立<sup>[12,13]</sup>以及控制<sup>[14]</sup>等方面进行了研究。

## 1.1 结构分析和拓扑描述

平面五杆并联结构的运动组成共有 13 种。按其含转动副和移动副的个数,可以得到四种类型的平面五杆并联机构,即  $5R, 4R + 1P, 3R + 2P$  及  $2R + 3P$  等 4 种类型,如图 1-1 所示。如果考虑其输入输出构件的位置配置,对  $5R$  型平面五杆机构,可得到 6 种不同构型,对  $4R + 1P$  型和  $3R + 2P$  型分别可得到 2 种不同构型,对  $2R + 3P$  型可得到 1 种构型<sup>[1]</sup>。平面五杆并联结构的运动组成如表 1-1 所列。



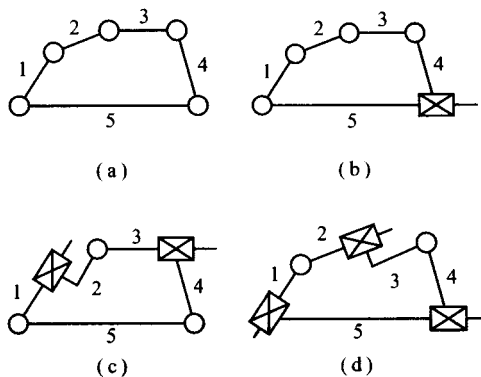

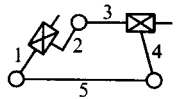

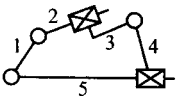

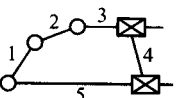

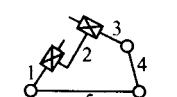

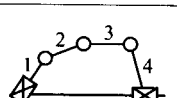

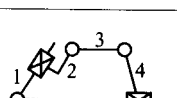

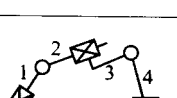

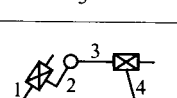

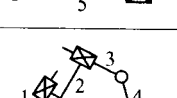


图 1-1 平面五杆并联机构的基本类型  
 (a) 5R; (b) 4R+1P; (c) 3R+2P; (d) 2R+3P。

表 1-1 平面五杆并联结构的运动组成

序号	拓扑图	运动链	结构名称
1			5R
2			RRRPR
3			RRRRP
4			RRPRR

(续)

序号	拓扑图	运动链	结构名称
5			RPRPR
6			RRPRP
7			RRRPP
8			RPPRR
9			PRRRP
10			RPRRP
11			PRPRP
12			RPRPP
13			RPPRP

## 1.2 自由度的计算

机构的自由度是指机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数的数目。

平面五杆并联机构的自由度数为2,这可以用平面机构的索莫夫-马列歇夫(Сомов-Мальшев)公式计算。

$$F = 3n - 2p_1 - p_h \quad (1.1)$$

式中  $n$ ——活动杆件的数目;

$p_1$ ——机构中的低副个数;

$p_h$ ——机构中的高副个数。

由图1-1所示的机构简图,平面五杆并联机构有4个活动杆件,5个低副,机构中没有高副,所以根据式(1.1)可以求得平面五杆并联机构的自由度为

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2p_1 - p_h = \\ &= 3 \times 4 - 2 \times 5 - 0 = 2 \end{aligned}$$

也可以采用计算平面机构自由度的格吕伯(Kutzbach Gröbler)公式计算。

$$F = 3(l - q - 1) + \sum_{i=1}^q f_i \quad (1.2)$$

式中  $l$ ——包含机座在内的平面机构连杆总数;

$q$ ——平面机构关节总数;

$f_i$ ——第  $i$  个关节的自由度数。

将平面五杆并联机构的结构参数代入式(1.2)中,得

$$\begin{aligned} F &= 3(l - q - 1) + \sum_{i=1}^q f_i = \\ &= 3 \times (5 - 5 - 1) + 5 = 2 \end{aligned}$$

两种方法的计算结果是一样的。

### 1.3 可装配性条件

平面五杆并联机构的可装配性条件是指其各杆件尺寸满足下列条件

$$l_i < \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^5 l_j \quad (1.3)$$

### 1.4 可动性条件

可动性条件是指两个原动件分别按各自运动规律作整周运动时,机构所应满足的尺寸条件。

#### 1.4.1 铰链平面五杆并联机构

平面五杆并联机构有曲柄的充分条件<sup>[2,3]</sup>为两短杆长度之和小于或等于其他任一杆的长度,且两短杆与最长杆长度之和小于或等于其他两杆长度之和。当两个短杆不直接相连时,以两个短杆的公共邻杆作为机架;当两个短杆直接相连时,以两个短杆之一作为机架。

铰链平面五杆并联机构简图如图 1-2 所示,设其中的最短杆为  $a$ ,次短杆为  $b$ ,最长杆为  $c$ ,其他两杆分别为  $d$ 、 $e$ ,则

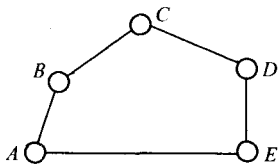


图 1-2 铰链平面五杆并联机构

上述条件表示为

$$\begin{cases} a + b + c \leq d + e \\ a + b + d \leq c + e \\ a + b + e \leq d + c \end{cases} \quad (1.4)$$

及

$$\begin{cases} a + b \leq d \\ a + b \leq c \\ a + b \leq e \end{cases} \quad (1.5)$$

满足上述条件的平面五杆并联机构具有可以连续回转的曲柄。

根据最短杆  $a$ 、次短杆  $b$ 、最长杆  $c$  和其他两杆  $d$ 、 $e$  之间的关系,可以将平面五杆并联机构分为三种类型<sup>[4]</sup>。

I 类

$$a + b + c < d + e \quad (1.6)$$

II 类

$$a + b + c > d + e \quad (1.7)$$

III 类

$$a + b + c = d + e \quad (1.8)$$

对于 I 类机构可能成为三曲柄、双曲柄、曲柄摇杆或双摇杆机构。

当 I 类机构中的最短杆  $a$  和次短杆  $b$  相邻,且其中之一作为机架时,该机构为无条件三曲柄机构,即传动角不会等于  $0^\circ$  或  $180^\circ$ 。两个连架杆和与短杆相连的连杆可能成为曲柄。

当 I 类机构中的两个短杆不直接相连,而以其公共邻杆作为机架时,该机构为无条件双曲柄机构,两个连架杆为曲柄。

当 I 类机构中的一个较短杆为连杆,另一个较短杆为机架或连架杆时,该机构为曲柄摇杆机构或有条件的双曲柄机构。

当 I 类机构中两个短杆都为连杆时,该机构为双摇杆机构。

对于 II 类机构可能成为双曲柄、曲柄摇杆或双摇杆机构。

当 II 类机构满足下面两个条件并且以一个较短杆作为连架杆,而另一个较短杆作为机架或另一个连架杆时,其为双曲柄机构。

$$\begin{cases} a + c \leq b + d + e \\ b + c \leq a + d + e \end{cases} \quad (1.9)$$

当 II 类机构中的两个较短杆不同时为连杆且满足下列条件时,为曲柄摇杆机构或有条件的双曲柄机构。

$$b + c \leq a + d + e \quad (1.10)$$

当 II 类机构中的两个较短杆同时为连杆或不满足式 (1.9) 时,为双摇杆机构。

对于 III 类机构,其类型与 I 类机构相同。

#### 1.4.2 具有移动副的平面五杆并联机构

如图 1-3 所示,具有两个移动副的平面五杆并联机构,如果两个移动副为主动关节,则五杆机构的可动性条件为<sup>[1]</sup>。

$$\begin{cases} l_1 + l_2 + l_5 > l_3 + l_4 + h_2 \\ l_3 + l_4 + l_5 > l_1 + l_2 + h_1 \\ l_1 + l_2 - l_3 - l_4 < l_5 \end{cases} \quad (1.11)$$

式中: $h_1, h_2$  分别为移动副 B 和移动副 D 的行程。

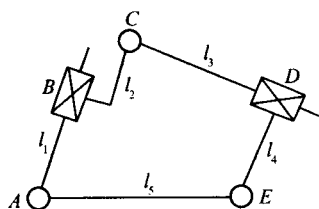


图 1-3 具有移动副的平面五杆并联机构

## 第 2 章 平面五杆并联机器人 系统方案设计

### 2.1 平面五杆并联机构的应用

平面五杆并联机构在不少领域中得到应用。它不仅可以作为并联机器人单独使用,而且还可以与其他机构一起组成混联机构。

例如,在加拿大 LAVAL 大学研究的并联机器人中,其三个支链都采用了两自由度平面五杆并联机构,如图 2-1 所示。美国利用平面五杆并联机构研制了小型并联机械臂<sup>[12]</sup>。此外,作为加工或装配机构,还被应用于电子制造业等领域中。

如图 2-2 所示,上海交通大学与香港中文大学合作开

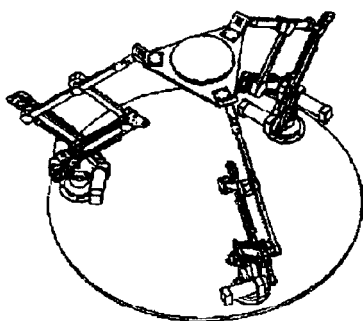


图 2-1 支链为平面五杆机构的  
并联机构

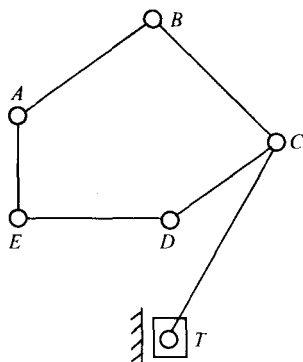


图 2-2 冲压机主要传动机构



发的冲压机,也以平面五杆并联机构作为主要传动机构。

近年来,在并联机床的开发研究中出现了以下趋势,即以少自由度平面并联机构结合工作台运动等方式,使并联机床具有结构简单、工作空间大、容易提高结构刚度和精度等特性。

例如,德国“21 世纪生产技术”计划成果之一<sup>[15]</sup>,由阿亨工业大学开发的 Dyna - M 型卧式加工中心的内部结构如图 2-3 所示。该机床就采用了两自由度具有螺旋副的平面五杆并联机构,以实现刀具在  $XOY$  平面的运动,而由主轴套筒完成  $Z$  方向的运动。

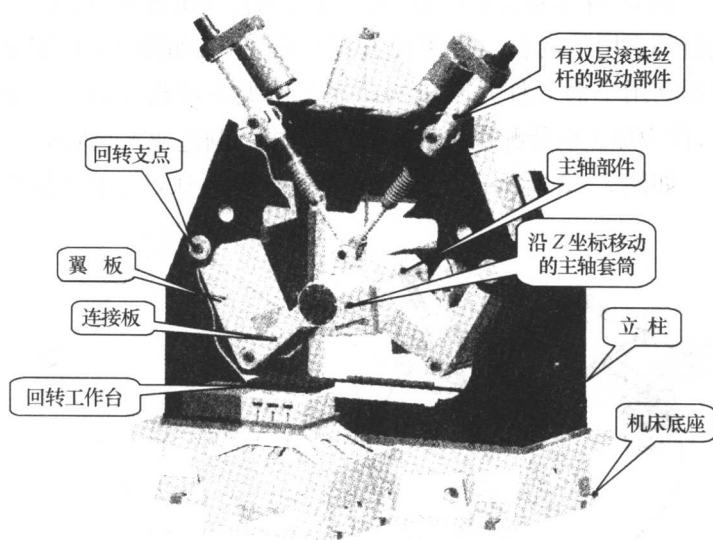


图 2-3 Dyna - M 型卧式加工中心