

鐵路职工教材

高中立体几何
教学参考材料

杭州鐵路局編



人民鐵道出版社



鐵路职工教材
高中立体几何教学参考材料

杭州鐵路局編
人民鐵道出版社出版
(北京市霞公府17号)

北京市書刊出版业營業許可証出字第 010 号

新 華 書 店 發 行

人民鐵道出版社印刷厂印

書号 1601 开本 787×1092 $\frac{1}{32}$ 印张 $1\frac{11}{16}$ 字数 44 千

1960年7月第1版

1960年7月第1版第1次印刷

印数 0,001—5,300 冊

統一書号: K7043·88 定价 (7) 0.18 元

出版者的話

我社在1958年9月出版了高小到初中一貫制的铁路职工教材后，受到各路局职工的欢迎，很多单位的紅专学校、业余学校采用为基础教材的課本。全国铁路教育工作会议后，铁路职工教育工作又有了迅速的发展，要求出版高中到大学阶段的基础教材，更加迫切了。杭州铁路局本着大跃进的精神，在该局党委的领导下，組織了管内职工业余学校的教师及有关人員，根据党的教育为无产阶级政治服务，教育与生产劳动相结合的方針，結合职工业余教育的特点，編写了高中的及部分大学的基础教材。这套教材包括：

1. 高中語文、高中語文教学参考材料各一至六册；
2. 高等数学上、下两册（編写中）；
3. 高中代数、高中代数教学参考材料各上、下两册；
4. 高中平面几何、高中平面几何教学参考材料各一册；
5. 高中立体几何、高中立体几何教学参考材料各一册；
6. 高中三角、高中三角教学参考材料各一册；
7. 普通化学、普通化学教学参考材料各一册；
8. 高中物理、高中物理教学参考材料各上、中、下三册；

这套教材由于編写和出版時間仓猝，内容还有一定的缺点，希望教授这些課本的教师及使用这些課本的职工多提意見，以便进一步修改补充。

1959年8月

說 明

为了貫徹党的“教育为無产階級政治服务，教育与生产劳动相結合”的方針，适应鉄路运输事業和教育工作的需要，在党的领导下，我們編写了鉄路职工教材的教学参考材料，以帮助教师鑽研和掌握教材，提高教学质量。

本書是根据現行“鉄路职工教材高中立体几何”的内容編写的。全書的每章或單元都分成“教学目的”、“教材研究”、“教学建議”三項，

一、“教学目的”是根据教材的内容，并考虑到鉄路职工的一般特点和学习年限而提出的。

二、“教材研究”里包括教材的主要精神、教学重点、教材的前后联系和内容分析，等等。

三、“教学建議”是按教材各节分別說明的；在每一节中提出“教学要求”和“教学注意事項”兩項。

此外，在本書的最后部分还有两个附录：“教学进度表”和“解題提示”。拟訂的高中立体几何的教学时数共 34 課时（每課时以 45 分鐘計），沒有包括复習、測驗的时间。

我們在編写本書时，虽力求适合于一般鉄路职工学校教师的需要，但因各校的具体情况不尽相同，教师们使用本書时，还应从实际出发，灵活掌握。关于習題方面，可以根据学员生产上的需要，酌量补充一些生产題。

由于編写时间倉促，加以編写人員水平所限，本書内容上一定还有不少錯誤和缺点，希望教师们多多提出意見，以便修改。

目 录

第一章 空間的直綫和平面(\$1~\$8)	1
第二章 多面体 (\$9~\$22)	14
第三章 旋成体	29
第一單元 圓柱、圓錐、圓台(\$23~\$31)	29
第二單元 球(\$32~\$34)	41
附录	
I、教学进度表	46
II、解題提示	48

第一章 空間的直綫和平面(\$1\sim\$8)

一、教學目的

1. 使學員深刻地了解直綫和直綫、直綫和平面以及平面和平面間的相互位置關係和一般性質。
2. 使學員對於異面直綫的夾角、直綫與平面的夾角、二面角等等，獲得明確的概念。
3. 使學員了解空間作圖題的概念，學會作平行直綫、平行平面、垂綫以及垂面等基本作圖。
4. 通過演示模型以及看圖和畫圖，逐漸培養學員的空間想象力。
5. 使學員能夠運用獲得的知識來解計算題、證明題和作圖題。

二、教材研究

1. 本章是有关立体几何基礎知識的教材；是在學員已經獲得平面幾何的知識的基礎上來闡述的。學員只有對本章中的基本概念和它們的主要性質牢固地掌握起來，並且能夠熟練地運用之後，才能着手學習多面體和旋成體等教材。

本章的教材，分作下面的四個部分：

- (1) 關於平面的基本性質(\$1)\$；
- (2) 關於兩直綫間的相互位置關係(\$2)\$；
- (3) 關於直綫和平面間的相互位置關係(\$3\sim\$6)\$；
- (4) 關於兩平面間的相互位置關係(\$7\sim\$8)\$。

2. 在教材開始部分的引言內，首先給出立體幾何學的定義。

\$1\$主要在於闡述平面的性質。

體、面、綫、點的概念，在初中平面幾何一開頭即作為基本概念來處理的。例如直綫和平面，僅通過具體實例和它們的性質的描述，便得到明確的概念，並未給出定義。在這裡也照着平面幾何的系統，將平面看成一個基本概念，並未用更一般的概念來定義它。接着，就

提出平面的表示法。

在此之后，提出平面的三个基本性質（即公理）：基本性質1指出了直線和平面間的一种基本关系，它是判断一条直線是不是在平面上的依据；基本性質2指出了有关两个平面相交的基本性質；基本性質3和它的三个推論，是在空間确定平面位置的主要依据，是本节教材的中心內容，应当使學員能够徹底地理解和掌握它們。

推論1的“注意”指出：經過一条直線可以作無數个平面。事实上，所有这些平面都可以看做是一个平面繞着它上面的一条直線旋轉所达到的不同位置。因此，可以得平面的又一性質：一个平面可以繞着在这平面上的任意一条直線旋轉。第三章旋成体的講解就是以它为根据的。

在§1的最后一部分，講解空間作圖。空間作圖在性質上和平面几何作圖迥然不同，因为用直尺和圓規不能在空間作圖，所以空間作圖通常不进行任何实际作圖，而只是作应有的叙述来闡明作圖步驟；对于初学立体几何的學員說来，是較难理解的。因此在这一部分，明确地叙述出空間作圖的概念，使學員对于空間作圖，从學習立体几何的一开始就有清晰的概念、实际上，所謂在空間完成作圖，就是指把它归結到有限次的运用下面的三种基本作圖：

- (1) 过不在一条直線上的三个已知点作一个平面；
- (2) 求已知两个相交平面的交綫；
- (3) 在一个已知平面上用圓規和沒有刻度的直尺作平面圖形。

3. §2是研究空間兩条直線的相互位置关系。其中平行关系和相交关系(包括垂直)的一些性質，在平面几何里已經講过了。但是，在空間尚有兩条直線既不平行又不相交的一种关系，因而在本节教材里通过这种关系存在的証明，提出異面直線的概念。

由于異面直線沒有交点，因此对它們所成的角必須另外定义。本节教材的后半部分即研究異面直線所成的角。

4. 在掌握了平面的基本性質的基础上，§3—§6研究直線和平面間的相互位置关系。其中，§3研究直線和平面的平行关系，§4研究直線和平面的垂直关系，这两部分是中心內容。

在§3中首先給出直線和平面平行的定义，接着介紹有关直線和

平面平行的定理（如果一条直线与平面上的某一条直线平行，那末这条直线和平面平行）。在課本中，这条定理是由实例引出，而没有加以解析证明的。但应注意这条定理是判定直线和平面平行的条件，并且也是解决作平行于一条直线的平面的基本作图题（見本节的最后部分）的依据。

5. 在§4中首先提出一个预备定理，指出并且证明出平面的垂线的特性，即：和平面相交并且垂直于平面上过交点的任何直线，这样的直线是存在的，因而就有可能给出直线垂直于平面的定义，并且从而得到直线垂直于平面的判定定理。此外，作为直线垂直于平面的定理的应用，接着提出了直线的垂面的作图题。

6. §5研究斜线长和垂线长的比较，本节中提出的两个正逆定理说明了有关斜线长和垂线长的主要性质。这两个定理，一个是从射影的长短关系确定斜线的长短关系；一个是从斜线的长短关系确定射影的长短关系。但是，它们都是用来解决线段的长短问题的。有关斜线的相等或者不相等的問題，经常要用到这两个定理。

7. 为了用角度的大小来表示斜线和平面相关位置，在§6里研究了直线与平面的夹角的概念。由于有最小角的存在，给出直线与平面的夹角的定义才是可能的。§6的最小角定理是为给出直线与平面的夹角的定义作准备的。

8. §7和§8研究两平面间的相互位置关系。其中，§7研究两平面间的平行关系，§8研究二面角和两平面间的垂直关系。

在§7中首先给出平行平面的定义。接着介绍的定理和它的推论指出判定两个平面互相平行的条件，并且它们是平行平面作图（見本节的最后部分）的依据。在判定定理之后，介绍了有关平行平面的一些性质；由于这是很明显的，所以課本里对于它们大多是不加证明而采用的。

9. 在§8中首先给出二面角的定义，接着介绍二面角的平面角，并通过二面角的相等与不相等的正逆定理以及二面角的度量，有根据地肯定平面角在度量上可以代表二面角，使二面角和平面几何中的角联系起来，因而给一些有关二面角的相等或者不相等的問題打下可以用平面几何中的角的知識来解决的基础。

在學員掌握二面角的概念之後，就有條件開始教學兩個平面互相垂直的一些性質。這部分教材首先由直二面角給出兩個平面互相垂直的定義。接着介紹垂直平面的判定定理，這定理又是作一個平面垂直於另一個平面（課本中未介紹）的依據。對於該定理，課本里也是不加證明而採用的。

10. 本章教材與實際聯繫密切，在現實生活中處處可以找到和本章里各個定義、定理等有關的實際例子。例如，講解 §1 的基本性質 1 時，可以以木工用直尺來確定平面的實例來說明；講解基本性質 2 時，可以要學員觀察室內牆面和地面相交的情形；講解基本性質 3 時，可以用照相機、平板儀和曬衣裳的架子為什麼用三只腳來說明；講解“經過一條直線可以作無數個平面”時，可以用扇葉風車或門窗繞軸旋轉的情形來說明；講解異面直線的存在時，可以要學員就教室或課桌上找出異面直線，也可以要學員在正方體或長方體的模型上找出；關於直線和平面平行的情形，除課本上所舉的實例外，架空電線一般地也可以看作是與平面平行的；平面的垂線和斜線，在現實生活中也是很多的，諸如信號旗杆、電線杆以及砌牆時所用的鉛垂線就可以看作是與平面垂直的，電線杆的牽繩以及撐在牆邊的木柱則可以看作是平面的斜線；關於互相平行的平面課本里也舉了實例，事實上，室內各各相對的牆面一般都可以看作是互相平行的，課桌面也可以看作是與地面平行的；§7 中關於平行平面的幾個性質，就室內的一些事物也都是容易說明的；二面角和互相垂直的平面的實例在室內也是可以找到的，如開著的門與牆面構成二面角，牆面與地面是互相垂直的，等等。這樣，用現實生活中的事例來說明有關概念，能使學員更透澈的掌握理論知識。

11. 立體幾何是平面幾何的擴展，本章教材與平面幾何有聯繫的地方是很多的。在可以與平面幾何聯繫的地方，教學時應盡量聯繫

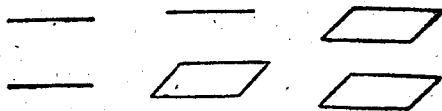


圖 1

平面幾何中的有關知識進行講解。例如，講解直線和平面平行、平面和平面平行的概念時，

可以与直綫和直綫平行作对比 (圖 1)；講解直綫和平面垂直、平面和平面垂直的概念时，可以与直綫和直綫垂直作对比 (圖 2)。又如，

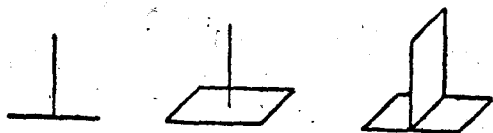


圖 2

講解关于斜綫長垂綫長的两个定理 (§5) 时，可以与平面几何中相同的定理作对比 (圖 3)；講解一条直綫和两个平行平面的垂直关系 (§7) 时，可以与平面几何中一条直綫与两条平行直綫的垂直关系作对比 (圖

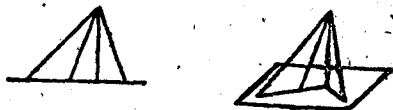


圖 3

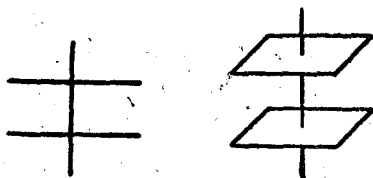


圖 4

4)；講解夾在两个平行平面間的平行綫段相等的性質 (§7) 时，可以与平面几何中夾在两条平行直綫間的平行綫段相等的性質作对比 (圖 5)。再如，講解兩面角的概念时，可以与平面几何中的角的概念作对比 (圖 6)；等等。

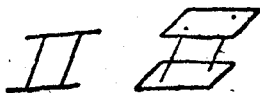


圖 5



圖 6

三、教學建議(按节分別說明)

§1. 平面的基本性質

1. 教學要求：

(1) 使學員在平面几何的基础上，进一步認識三度空間；对于空

間的點、直線和平面有明確的概念；並且了解空間幾何圖形在平面上的表示法，逐漸培養學員的空間觀念。

(2)使學員清晰地理解平面的基本性質，並且掌握在空間確定平面位置的方法。

(8)使學員了解空間作圖的概念，明了空間作圖題和平面幾何作圖題的區別和聯繫，並且初步掌握空間作圖題的解題方法。

2. 教學注意事項：

(1)講述引言。指出立體幾何研究的對象，說明空間圖形以及幾何體的含義，並概括地講一些立體幾何的應用以及學習上的注意事項和要求。

(2)課本的系統是和平面幾何密切銜接的。提出下列幾點，使學員獲得完整的學習系統：

1) 在立體幾何里所研究的基本元素仍然是點、線、面、體（可由學員自行復習，不必仔細講）；

2) 要使學員注意立體幾何中所提到的點、直線等等不一定在一個平面上；

3) 指出現在要較詳細地研究平面的概念，並指出平面是基本概念，無需下定義（依照平面幾何）。

(3)教學平面的表示法時，要指出平面的寬廣是無限的，要使學員注意所畫的平行四邊形是表示這平行四邊形所在的整個平面，在需要時我們可以把它擴展出來。

(4)關於基本性質1，可以由木工用直尺放在木板面上來確定這板面是否平滑的實例引出。

可以用牆面和地面相交的實例引出基本性質2。要使學員注意：今後如果已知兩個相交平面，就等於給出一條交線（直線）；給出了兩個相交平面的一個公共點，就等於給出過這公共點的一條交線（直線）。

在講述平面的基本性質後，要着重指出：1)過不在一條直線上的三點可以作一個平面，這是可能性的問題；2)過不在一條直線上的三點只可以作一個平面，這是唯一性的問題；3)所謂確定一個平面，就是依照條件“可以作並且只可以作一個平面”的意思。

(5)基本性質3的三个推論，用問題的形式提出較好。例如，在空間有一條直線和這條直線以外的一個點，過它們是不是可以作並且只可以作一個平面？兩條相交直線怎樣？一雙平行線怎樣？

這些推論的正確性雖然是很明顯的，但是，如果能夠向學員作邏輯推証也是有好處的。

由推論1“注意”的講解，可以說明平面繞着直線旋轉的性質，並可用門窗作直觀教具。

(6)闡明空間作圖的概念。說明：空間圖形的作圖題不可能用直尺和圓規來完成的，為了和平面幾何的作圖聯繫起來，有必要設定三條規定（見課本），在這三條規定的基礎上，明確空間作圖的概念是：確定平面、確定直線（交線）和在平面上作圖，以及這三個基本作圖的有限運用。

指出：解答空間的作圖題，我們只是敘述作圖的過程，並不把空間圖形實際作出；畫在平面上的圖形只是表示作圖的輪廓而已。

講解三個規定時，應該與本節的例題結合起來講解，否則學員是很難理解的。

(7)在教學本節的例題時，要指出解題的關鍵：1)首先判定這一條直線 a 和平面 P 是否相交；2)但是這一條直線是要在平面上來作的，所以先要依規定1作一個平面：過直線 a 和平面 P 上的任意一點 A ，作平面 Q （課本中的圖7）；3)所作的平面 Q 既然和已知平面 P 有一公共點，那末依照規定2，就已確定了它們的交線 b ；4)再延長直線 a ，看它和交線 b 是否相交，這就歸結到平面上作圖的問題了。

說明：在繪制幾何圖時，正面看到的線畫實線，被遮住的線畫虛線。

(8)告訴學員解空間作圖題的步驟是：已知、求作、作法、証明和討論（或者：已知、求作、分析、作法和討論）。

§ 2. 空間兩直線的位置關係

1. 教學要求：使學員對於異面直線具有清晰的觀念，並且了解兩條異面直線的夾角的意義。

2. 教學注意事項

(1)復習平面幾何里的兩條直線間的各种可能的相互位置關係，

即：1)兩條直線有兩個公共點，這時它們便重合而為一條直線；2)同一平面上的兩條直線只有一個公共點，這時它們便相交；3)同一平面上的兩條直線沒有公共點，這時它們便平行。

(2)通過模型演示和圖形的介紹給出異面直線的定義。應該強調指出：異面直線是不在同一平面上的。

(3)在教學兩條異面直線的夾角的概念時，應使學員認識到規定兩條異面直線的夾角的必要性和它的作用。實際上，為了指明兩條異面直線彼此間的位置關係，我們需要用角度來表示。

(4)給出兩條異面直線的夾角的定義。

(5)在教學兩條異面直線的夾角的概念以後，擴展兩條直線互相垂直的概念。指出：若兩條直線形成一個直角，無論它們相交或者不相交，都認為它們是互相垂直的。

§ 3. 直線和平面的位置關係，直線和平面平行的判定

1. 教學要求：使學員獲得直線與平面互相平行的概念，掌握判定直線與平面互相平行的方法，並能利用平行性質來解基本作圖題。

2. 教學注意事項：

(1)在教學直線和平面平行的定義時，可以提出直線和平面間的各种可能的相互位置關係，即：1) 如果一條直線和一個平面有兩個公共點，那末這條直線就在這個平面上；2) 如果一條直線和一個平面有一個公共點，那末這條直線和這個平面相交；3) 如果一條直線和一個平面沒有公共點，我們就說這條直線和這個平面互相平行。

(2)由課本所舉的實例，引出判定直線和平面平行的性質；這個性質又是有關直線和平面平行的作圖題的主要依據。實際教學時，可以把這個性質簡單地說成：“綫綫平行，則綫面平行”，以便於記憶。

(3)講解作圖題。教學時注意下面兩點：1) 使學員了解，由於已知直線 a 和 b 的相互位置關係有三種情況（異面直線、平行直線和相交直線），因此要分別來研究它們的作圖問題；2) 在直線 a 和 b 是異面直線的情況下，進行分析的過程是（課本中的圖15）：假定求作的平面 M 已經作成，那末 $b \parallel$ 平面 M ，因而 b 必然平行於過 b 所作的平面 P 和平面 M 的交綫 c （設 c 和 a 交於 A 點）；過直線 a 上的任意點 A 作 c 平行於 b 是可作的，而相交綫 a 和 c 便確定了平面 M 。

因而得出課本中的作圖方法。

§ 4. 平面的垂綫

1. 教學要求：使學員了解直綫垂直於平面的定義，掌握直綫與平面垂直的定理，並能利用垂直性質來解基本作圖題。

2. 教學注意事項：

(1) 利用教具作出直綫和平面相交的種種情形，讓學員根據自己的生活經驗，指出那種情形算作垂直，並指出電線杆、信號旗杆等實例，然後分析垂直時的特征，使學員了解，垂綫是和平面上過交点的任何直綫相垂直的。

(2) 提出這樣的直綫（垂綫）的存在的證明。在證明存在定理之前，可介紹木工判斷一根木柱是否和板面垂直的方法，只須如圖 7 所示用曲尺檢查兩次就行。如果兩次木柱及板面都和曲尺的沿邊完全密合，則可斷定曲尺轉動，任何位置上它的邊沿都和木柱及板面密合。由此，提出課本上的存在定理。

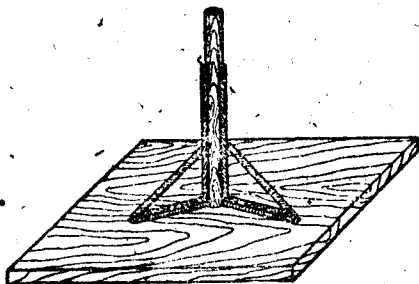


圖 7

在證明定理時，要充分利用教具，並着重分析，引導學員思考。

(3) 在證明“垂直於平面上過交点的任何直綫的這種直綫是存在的”以後，提出直綫與平面垂直的定義。這時務須使學員注意這個定義：即一條直綫如果垂直於一個平面，那末依據定義，這條直綫便具有垂直於平面上過交点的任何直綫的性質。

(4) 講完本節的推論以後指出，這個推論是直綫與平面相互垂直的主要性質，同時也是判定直綫與平面垂直的定理，應該掌握這個推論。

(5) 作圖題 1 是一條直綫的垂面的作圖，作圖題 2 是一個平面的垂綫的作圖。它們都是直綫與平面垂直的定理的應用，講解時可以當作問題來提出。

关于作圖題 2 的第二部分用到的性質“如果兩條平行直線 l 的一條垂直於一個平面，那末另一條也垂直於這個平面”教師應加以說明。

在教學這兩個基本作圖題之後，要分別指出垂面的唯一性和垂線的唯一性。

§ 5. 斜綫和斜綫在平面上的射影

1. 教學要求：使學員了解有關斜綫長和垂綫長的主要性質，並且學會在實際問題中加以應用。

2. 教學注意事項：

(1) 與平面幾何中若干類似名詞對比，說明下列一些名詞的意義：斜綫、斜綫足、斜綫在平面上的射影（依照課本）。

(2) 與平面幾何中的斜綫長定理對比，提出有關斜綫長和垂綫長的定理。

證明以後指出，垂綫既然比每一條斜綫都短，即垂綫是從平面外一點向平面所引的許多綫段中最短的綫段，因此，我們規定垂綫的長為由平面外一點到這平面的距離。

(3) 講完斜綫長和垂綫長的定理以後，可以提出它的逆定理。定理的證明，利用反證法是很容易完成的。

(4) 指出這兩個正逆定理的區別和它們的應用（參看教材研究 6）。

§ 6. 直綫與平面的夾角

1. 教學要求：使學員了解直綫與平面的夾角的概念，並且了解規定直綫與平面的夾角的必要性和可能性。

2. 教學注意事項：

(1) 首先說明規定直綫與平面的夾角的必要性。直綫與平面垂直，可以說直綫和平面成 90° 的角；一條斜綫與平面相交，如果要用角度來表示它們的位置關係，就必須對它們的夾角加以規定。

(2) 通過演示教具，指出在平面上過斜綫可以畫許多直綫，它們與斜綫所成的角，由直觀上可以看出這些角的大小是不相等的。由此問：這些角中是否有特殊的一個角呢？從而提出最小角的定理，進行教學。

(3)指出：由上面的定理知道，斜綫与它的射影之間所夾的角是具有特殊性質的角，所以我們才能給出直綫与平面的夾角的定义（可能性）。

(4)在講完定理后，指出：1) 直綫与平面的夾角一般的是一个銳角；2) 在特殊情形下，直綫垂直于平面时，如前所說，成 90° 的角；3) 直綫平行于平面时，規定它們所成的角是 0° 。

(5)最后可以討論一下斜綫和平面上过斜綫足的任何直綫間所有夾角的大小关系（圖8）。当 BE 繞着点 B 在平面 M 上旋轉 360° 时， $\angle ABE$ 的变化是：由最小角 $\angle ABC$ 的位置起，逐漸增大，到 $\angle ABF$ 位置时最大（最大角），以后逐漸减小，直到等于最小角的位置为止。

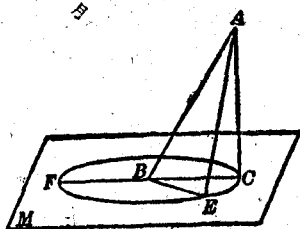


圖 8

§ 7. 兩平面的位置关系 兩平面平行的判定

1. 教学要求：使學員获得平行平面的概念，掌握判定平面平行的方法和平行平面的性質，并能利用这些平行性質来解基本作圖題。

2. 教学注意事項：

(1)在教学兩平面互相平行的定义时，可以提出两个平面在空間各种可能的相互位置关系：1) 两个平面如果有不在一条直綫上的三个公共点，那末它們互相重合；2) 两个平面如果有一个公共点，那末这两个平面相交，交綫是过这公共点的一条直綫；3) 两个平面如果没有公共点，我們說兩平面互相平行。

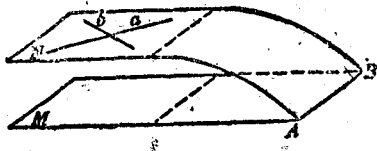


圖 9

(2)本节的定理可以作为判定定理来提出。这定理可以用反証法来証明，并可以配合圖9进行教学。

本节定理的推論，利用直綫和平面平行的判定定理(§5)和本节的定理就能証得。可以讓學員自己說出它的証法。

指出本节的定理和推論是判定两个平面互相平行的主要定理。

(3) 課本中接着研究了平行平面的几个性質(平行平面和其他元素間的关系)以及有关的定义。

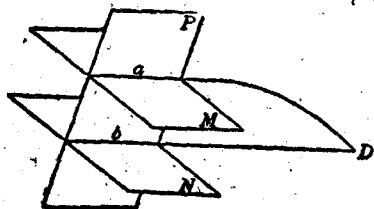


圖 10

性質 1 可以配合圖 10 用反証法來證明，並要學員舉出一些室內、室外的實例說明這個性質(如天花板和兩個相對的牆間的交綫，牆和天花板及地面間的交綫，等等)。

通過性質 1 的講解，說明，如果想從兩個平行平面上找出兩條平行綫，只要作一個平面和這兩個平行平面相交就行了。

性質 2 若要證明也是不困難的。可以由討論“怎樣證明一條直綫垂直於一個平面”着手，通過作兩個輔助平面，利用上面的交綫平行的性質來解決(圖 11)。

性質 2 后面的定义，更确切一些應該說成：同時垂直於兩個平行平面的直綫叫做兩個平行平面的公垂綫。

性質 3 可以和平面幾何中的定理“兩條平行綫間的平行綫段相等”相對比，加以證明，以便學員更好地掌握証法的要點。

由於兩個平行平面的公垂綫是互相平行的，所以，根據性質 3，很明顯的，可得性質 4。

說明性質 4 后面的兩個平行平面間的距离的定义。

(4) 課本中的作圖題，是本節定理和性質 1 的應用。它的分析過程可以依照課本進行。

在教學這個作圖題之後，要指出它的唯一性。

§ 8. 兩面角 兩平面的垂直关系

1. 教學要求：

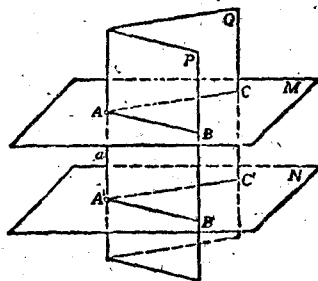


圖 11