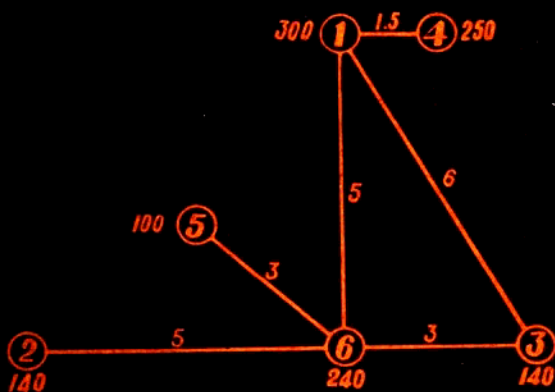




线性规划在农业上的应用

張炳慶 杜子清 刘鴻恩編

河南人民出版社

前 言

綫性规划是运筹学的一个分支，也是高等数学的一个新的領域。由于它与生产实际有着密切的联系，因而它的原理和方法，随着客觀世界生产的发展也飞速地得到发展。特别是近些年以来，經過数学工作者和广大生产者密切合作，反复应用探討，使它逐渐成为一門方法简单，应用广泛，便于广大羣众接受和掌握的新型学科。

为了帮助农村人民公社广大干部和社員学习与应用綫性规划的某些原理、方法来解决农业生产中的一些实际問題，以推动和提高农业生产，我們特編写了“綫性规划在农业上的应用”这本小冊子。

这本小冊子所介紹的主要內容——图上作业法和表上作业法，讀者只要具备有普通数学知識技能，熟練普通的加、減、乘、除四則运算，就可以基本上掌握这些內容。

在編写这本小冊子的过程中，我們通过农业生产中大量的具体例子，較通俗地叙述出这些基本的方法及其在农业上的应用，所以它具有以下特点：

一、在取材上，我們注意了从当前农业生产实际出发，选取了农业生产中各类现实典型例題的解法，說明綫性规划在农业上的一些应用。

二、在文字叙述上，力求清晰明了，深入浅出，其中每介紹一个方法，都是从具体例子入手，結合农民羣众的經驗，来叙述出它的数学方法；同时通过对比的方式，說明綫

性规划在农业生产实际中的作用。

这本小册子，是在新乡师范学院党委会、数学系总支的领导下，加之数学系其他一些同志的热情帮助而编写成的。可是，由于我们经验不足，水平所限，缺点和错误之处，在所难免，务望读者提出宝贵意见，以便再版时修订。

編 者

1961年12月

目 录

緒 論	(1)
第一章 图上作业法	(3)
第一节 图上作业法	(3)
1.1.1 交通图不成圈的情况	(3)
1.1.2 交通图成圈的情况	(9)
第二节 有关場地設置問題	(16)
1.2.1 道路无回环的情况	(16)
1.2.2 道路有回环的情况	(20)
第三节 图上作业法的应用	(24)
第二章 表上作业法	(31)
第一节 表上作业法	(31)
2.1.1 初始方案的找法——最大元素法	(31)
2.1.2 最好方案的判断准则	(37)
2.1.3 調整方法	(39)
2.1.4 初始方案的找法——最小元素法	(44)
2.1.5 最好方案的判断准则	(49)
2.1.6 調整方法	(51)
第二节 表上作业法的几点說明	(55)
2.2.1 退化情形	(55)
2.2.2 初始方案表中有数字方格的个数	(58)
2.2.3 一个问题的最好方案一般不只一个, 可以 有很多个	(59)
2.2.4 不平衡的情况	(61)

緒 論

我国古代有“运筹帷幄之中，决胜于千里之外”的說法，这是說运謀筹划来調兵遣将，对于作战的勝負有非常重要的意义。运筹学这门新兴的应用科学，就是应用近代数学，特别是統計学的成就，来进行运謀筹划，以更有效地調配和使用人力、工具或武器，使之在一定的条件下能發揮最大的作用。

运筹学作为一門科学，它产生于第二次世界大战期間。大战开始时，英国只有一支数量很小的空軍，为了有效的利用它来作战，便集中了各方面的科学家，使各就本行中的經驗和方法，尝试解决一些不属于原来任何科学的問題，由于对这些問題的研究便产生了运筹学。战后，从事运筹学的工作者，利用在战斗中的經驗，试图解决工业、商业、交通运输业等方面的問題，可是这门科学的研究和应用，在资本主义国家中，遭到了很大困难。而在社会主义国家中，运筹学，特别是其最重要的組成部分之一——綫性规划，得到了迅速的发展和广泛的应用。綫性规划作为运筹学的組成部分之一，其基本任务同整个运筹学的任务是—致的，只是所用的方法有别于其他組成部分。它是苏联数学家康托諾維奇在1939年，为适应交通运输部門的需要而創立的一种新的数学方法。在本世紀五十年代和六十年代中，这一方法在交通运输、邮电及其他各項生产事业的管理中，得到了广泛的应用。在我国，特别是自1958年以来，綫性规划的方法在各項

社会主义建設事业中应用更广，发展更快。

目前在党的发展国民經济以农业为基础的方針指导下，在农业方面又为綫性规划的应用，开辟了新的領域。

在农业生产过程中，常会遇到一些实际問題，比如：在一定数量的人力、物力的情况下，如何充分发挥这些人力、物力的最大作用，去完成更多的任务；如何因地、因时制宜，有计划地种植各种作物；若农活一定，如何有效地计划調配劳力，在最短時間內完成任务，以便能节省更多的劳力等問題。解决这些問題对加强农业生产，会有很大的好处。

“綫性规划在农业上的应用”，就是研究和解决农业生产中的某些实际問題的一种数学方法。

第一章 图上作业法

在物资调运工作中，如何找出一个最省运输能力又最省钱的调运方案来，目前行之有效的一个方法就是“图上作业法”。而什么是图上作业法呢？笼统说来，那就是在一个运行的交通图上进行操作，找出一个最理想的调运方案来。这是我国在从事物资调运工作中，根据群众积累多年丰富的经验，总结和创造出来的土办法。方法容易掌握，并且计算简单。现在我们根据运输路线的不同，就农业上的几个例子来介绍这个方法。

第一节 图上作业法

1.1.1 交通图不成圈的情况

不成圈的运输路线怎样进行运输才算最合理呢？例如有这样的问题：

某人民公社在田庄、小冀、公社所在地三处各有一个化肥厂；田庄月产化肥为50吨，小冀月产化肥为100吨，公社月产化肥为70吨。公社计划某月要把三个厂的化肥分配给郝村40吨、王屯30吨、七里营90吨、李台60吨，试问如何分配，才能最省运输能力？

为了解决这个问题，首先将各地的位置和通往各地的道路画出一个图来，并且在图上化肥产地用“○”表示，化肥销地用“×”表示。产地及销地旁边画个圈，圈内填入产量和销量的数目，最后在道路旁边标出两个相邻地的距离（单

位：公里）。这样的图我們叫它为交通图，如图 1 所示。这个交通图的可通道路显然不成圈。

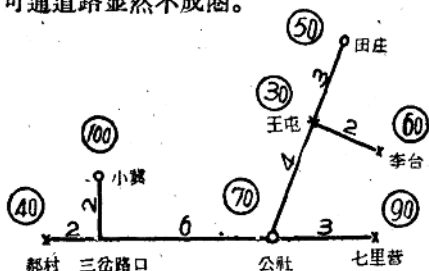


图 1

现在利用交通图图 1，来找化肥的调运方案。依照一般习惯，距离最近的首先供给，这很明显是可以节省运输能力的。所以让小冀供给郝村 40 吨，而小冀还剩下 60 吨，就近可供给七里营；但七里营还差 30 吨，同理可由公社供应；这样一来公社还剩下 40 吨，可供给王屯 30 吨、李台 10 吨，最后把田庄的 50 吨全部供给李台。这样分配产量销量都满足要求，于是得到一个调运方案。

为了进一步的讨论，用箭头指定的方向表示由某产地运往某销地的化肥运行方向，叫这样带箭头的直线为流向。我们以后为了应用方便起见，永远把流向画在道路前进方向的右侧，并且在流向的旁边用括弧标出运行的化肥重量数目，叫这个重量数目为流量。例如由小冀运往郝村 40 吨，就象图 2 所示。

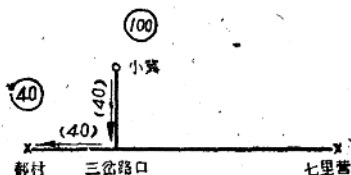


图 2

而小冀剩下的60吨又要运往七里营，两次运行都必须通过三岔路口，于是由小冀到三岔路口这段路上出现方向相同的两个流向，如图3所示。

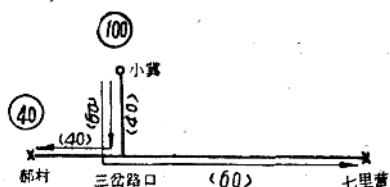


图 3

为了图形简单起见，可以把两个（或者两个以上的）相同流向合成一个，并把两个流量的和作为合成流向的流量，如图4所示。

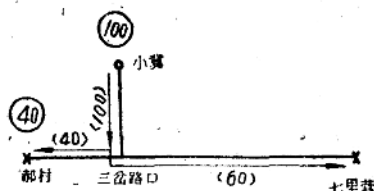


图 4

同样来处理其他各段道路，按照上面分配的结果，就画出图5。这是一个带有流向的图形，以后我们把带有流向的交通图叫做流向图。

三个产地月产量共有：

$$100+70+50=220\text{吨。}$$

四个销地月销量共有：

$$40+90+30+60=220\text{吨。}$$

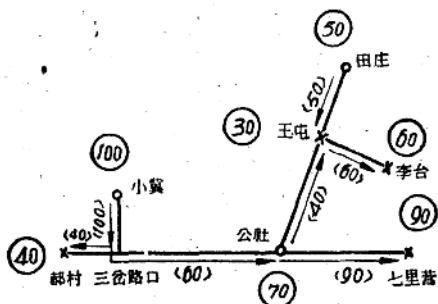


图 5.

产量和销量恰巧相等。这就叫做产销平衡，这样可以列出一个平衡表，如表 1。

• 表 1

产地 \ 销地	郝 村	王 屯	七里营	李 台	产 量
田 庄					50
小 冀					100
公 社					70
销 量	40	30	90	60	220

为了清楚的执行分配方案起见，可把上面分配的结果填

入平衡表中，这样就得到一个调运方案。如表 2 所示。

表 2

产地 \ 销地	郝 村	王 屯	七里营	李 台	产 量
田 庄				50	50
小 冀	40		60		100
公 社		30	30	10	70
销 量	40	30	90	60	220

这时虽说问题已得到解决，但是方案是不是就为最好呢？也就是说这个调运方案是不是已经最省运输能力了呢？为了说明这点，可用不同的调运方案来进行比较。如图 6 所示的流向图。

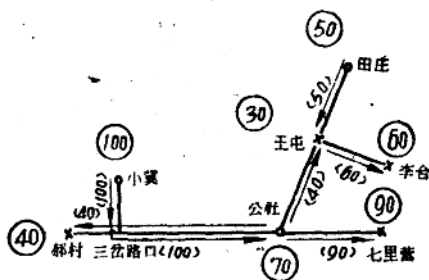


图 6

这个流向图所对应的调运方案如表 3 所示。

表 3

产地 \ 销地	郝 村	王 屯	七里营	李 台	产 量
田 庄				50	50
小 冀			90	10	100
公 社	40	30			70
销 量	40	30	90	60	220

这两个调运方案哪个好呢？为了比较方便，现在有必要先介绍吨公里这个概念。把一吨物资运行一公里，就叫做一个吨公里；七吨物资运行3公里，就得到 $7 \times 3 = 21$ 吨公里。也就是吨数与公里数的乘积。吨公里数的多少，一般说来是可以反映运输能力的大小的；这样吨公里数的多或少，就可以用来比较不同调运方案的好与坏。

象表 2 的对应调运方案所需总吨公里数为：

$$50 \times (3+2) + 40 \times (2+2) + 60 \times (2+6+3) + 30 \times 4 + 30 \times 3 + 10 \times (4+2) = 1340 \text{ 吨公里。}$$

象表 3 的对应调运方案所需总吨公里数为：

$$50 \times (3+2) + 30 \times (2+6+3) + 10 \times (2+6+4+2) + 40 \times (6+2) + 30 \times 4 = 1820 \text{ 吨公里。}$$

从而知道第一个调运方案比第二个调运方案所费吨公里数少了

$$1820 - 1340 = 480 \text{ 吨公里。}$$

显然知道第二个调运方案没有第一个调运方案好，这是为什么呢？主要原因是因为第二个方案所对应的流向图中，

在三岔路口和公社的一段路上，出現了化肥來往運行對頭的現象。也就是小冀的化肥運往七里營時，經過這段路，而公社化肥運往郝村時又經過這段路；很容易看出這是不合理的。以後叫同種的物資在同一段上有相反流向的為對流。由上面討論結果知道有對流現象出現的（流向圖所對應的）調運方案就一定不是最好的方案。根據理論的證明，沒有對流現象出現的流向圖所對應的調運方案，就一定是最好的方案。

根據上面例題的討論，總結出交通圖不成圈情況的問題解決步驟如下：

第一步：就具體問題畫出一個交通圖（注明收地、發地地名，收量、發量和相鄰兩地的里程數）。

第二步：根據就近供給原則，畫出沒有對流的流向圖（標出流量數目）。

第三步：依據所畫流向圖，列出它所對應的調運方案表來，以便執行方案。

總結羣眾的經驗，得出交通圖不成圈的問題的解決口訣如下：

流向畫右方，對流不應當。

口訣中第一句話是說明畫流向圖時，注意流向的画法（要畫在道路前進方向右側），第二句話是說明畫流向圖時絕對不能允許出現對流現象，這樣得到的流向圖所對應的調運方案就是最好的方案。

1.1.2 交通圖成圈的情況

上面我們介紹了運行路線不成圈的情況，也就是當產地和銷地之間的可通道路沒有形成一個圈的情況下進行調運時，只要沒有對流現象就是最合理的。可是當運行路線成圈

时，也就是当产地和销地之间的可通道路形成一个圈的情况下进行调运时，怎样才算最合理呢？我们说在这种情况下，要想得到最合理的调运方案，除了要求没有对流现象外，还要要求没有迂回〔注〕现象，也就是说要求不走弯路。在一些比较复杂的情况下，要想不走弯路，光凭经验行事是没有足够把握的。那么如何才能有把握地避免不走弯路呢？下面我们就来通过具体的例子介绍这个方法。

例如有这样的问题：

某生产队有甲、乙、丙三个粪场，在种麦时，甲场出粪45吨，乙场出粪30吨，丙场出粪25吨，生产队计划把粪上到东地30吨，南地20吨，北地40吨，菜园地10吨，交通图如图7所示，问如何分配施粪使得运行吨公里数最少？

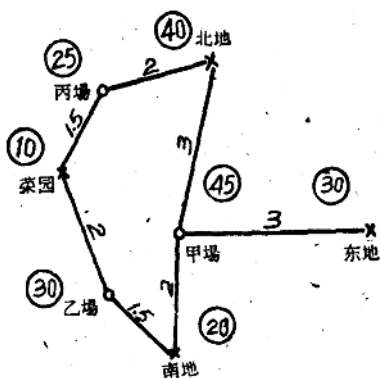


图 7

〔注〕：迂回就是两地之间，本来有最短道路可走，但没有那样走，而走了弯路。

这个问题的交通图中运行路线构成一个圈为：甲南乙菜丙北甲，和一个支线甲东。这类问题的解决方法就不能象不成圈情况同样处理，不过流向图中若有对流现象仍不会得出最好的调运方案，所以在画流向图时仍要首先消灭对流现象。

在解决交通图中有圈又有支线的问题时，应该首先把支线平衡一下（没有支线时这个手续就不必要了），也就是说先找一个离东地最近的地方（这个地方可以是收地，也可以是发地），再由这个地方供应东地所需30吨粪。显然甲粪场离东地最近，于是就让甲粪场先供应东地30吨粪，这样一来，甲粪场就变为发15吨粪的发地了（若甲粪场的粪量不足，这时可以改为一个新的收地；若甲粪场原来为收地，这时就变为一个比原来收量更多的收地了），从而去掉支线以后的交通图便改变为图8所示。

我们画流向图时，一方面要注意消灭对流，另一方面要注意本着就近首先供应原则，于是可得流向图9。

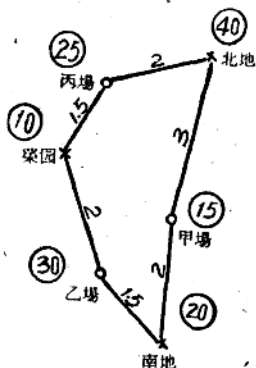


图 8

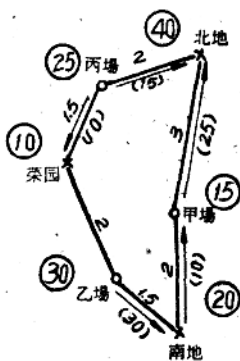


图 9

它所对应的调运方案如表4所示:

表4

发地 \ 收地	东地	南地	菜园	北地	发量
甲场	30			15	45
乙场		20		10	30
丙场			10	15	25
收量	30	20	10	40	100

象表4的调运方案所费总吨公里数为:

$$30 \times 3 + 15 \times 3 + 20 \times 1.5 + 10 \times (1.5 + 2 + 3) + 10 \times 1.5 + 15 \times 2 = 275 \text{ 吨公里。}$$

流向图中(如图9)虽然没有对流现象,但它所对应的调运方案一般说来不见得就是最好的。

比如这个问题我们也可以用流向图图10进行供给。

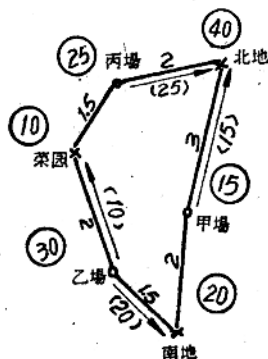


图10

它所对应的調运方案如表5所示:

表5

发地 \ 收地	东地	南地	菜园	北地	发量
甲場	30			15	45
乙場		20	10		30
丙場				25	25
收量	30	20	10	40	100

象表5所給的調运方案所費总吨公里数为:

$$30 \times 3 + 15 \times 3 + 20 \times 1.5 + 10 \times 2 + 25 \times 2 = 235 \text{ 吨公里}$$

里。

由上面計算所費总吨公里数知道第二个調运方案比第一个調运方案少

$$275 - 235 = 40 \text{ 吨公里。}$$

显然由表5所給調运方案比由表4所給調运方案优越, 从而可以看出交通图成圈时, 除画流向图时仍应注意消灭对流现象外, 还应该注意一个关键問題就是避免有迂回现象发生。究竟如何才能避免迂回现象呢?

为了便于說明关键問題, 有必要先介紹以下三个概念:

1. 全圈长: 就是整个圈的总里程数(支綫长不在內)。

例如上面的例题中全圈长为

$$3 + 2 + 1.5 + 2 + 1.5 + 2 = 12 \text{ 公里。}$$

2. 内圈长: 在流向图中, 圈內的流向叫做内圈流向, 而内圈各流向路程长的总和叫做内圈长。例如流向图图9的内