财经计算

CAIJINGJISUAN

张汉林 李新 编著

中国商业出版社

中等财经学校专科教材

财经计算

张汉林　李　新　主编

中国商业出版社

图书在版编目(CIP)数据

财经计算/张汉林主编. —北京:中国商业出版社,2006.5
ISBN 7-5044-5648-9

Ⅰ. 财… Ⅱ. 张… Ⅲ. 经济数学-技术培训-教材
Ⅳ. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 042141 号

责任编辑:陈李苓

中国商业出版社出版发行
(100053 北京广安门内报国寺 1 号)
新华书店总店北京发行所经销
北京荣海印刷厂印刷
880×1230 毫米 32 开 12 印张 225 千字
2006 年 5 月第 1 版 2006 年 5 月第 1 次印刷
定价:18.5 元
* * * *
(如有印装质量问题可更换)

前　言

为了适应中等职业教育发展的需要，依据教育部制定的《中等职业学校数学教学大纲》，针对当前中等职业学校学生数学知识基础较差的现状，我们新编写了《财经计算》一书，以满足财经专业师生的需要。

在编写过程中，我们以中职数学为参照，结合财经专业知识与技能的需要，精选相关内容，力求简要，更切合学生实际与专业实际，促使学生财经专业知识和技能的牢固掌握，以适应职业教育以就业为导向的需要，培养技能型财经专业人才。

本书由张汉林和李新主编，具体编写分工如下：第一、六章由张汉林编写，第二章由李新编写，第三章由庞博宙编写，第四章由王伟充编写，第五章由张芳宇编写。全书最后由张汉林和李新总纂定稿。

本书可作为中等职业学校财经专业、商贸类专业数学教学用书。

由于编者水平有限，若有不妥之处，恳请广大读者予以批评指正，以便修订完善。

编　者

2006 年 2 月

目　　录

第一章

不　等　式

不等式在经济工作中有非常广泛的应用，本章主要介绍集合的概念、不等式的解集与区间、一元一次不等式、一次不等式组、一元二次不等式和不等式在企业管理及税法中的应用。

1.1　不等式的解集与区间

1.1.1　集合

在数学和日常生活中，常常把一些对象看作一个整体。例如，我们把自然数

$$0,1,2,3,4,5,\cdots,n,\cdots$$

中的各个数都看作一个对象，把所有这些对象汇集在一起构成一个整体，这个整体叫做什么呢？

一般地，把一些能确定的对象看成一个整体，我们就说，这个整体是由这些对象全体构成的集合（或集），构成集合的每一个对象都叫做集合的元素。例如：

(1)你所在的班级全体同学构成一个集合，其中每一个学生都是这个集合的元素；

(2)由自然数的全体构成一个集合，其中每一个自然数都是这个集合的元素。

关于集合的概念，再作如下说明：

(1)作为集合的元素必须是能够确定的，这就是说，不能确定的对象，就不能构成集合。例如，某班胖子的全体，就不能构成集合，这

是因为谁也没有规定如何胖才算是胖子。

(2)对于一个给定的集合的元素必须是互异的，相同的对象归入同一个集合只能算作同一个元素。

(3)集合中的元素没有前后顺序。

一个集合，通常用大写英语字母 $A,B,C,\cdots$ 表示，它的元素通常用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 表示。

如果元素 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作

$$a \in A,$$

读作 a 属于 A，如果元素 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作

$$a \notin A,$$

读作 a 不属于 A。

我们约定用一些大写英语字母表示常用的一些数集：

非整数全体构成的集合，叫做自然数集，记作 $\mathbf{N}$；

整数全体构成的集合，叫做整数集，记作 $\mathbf{Z}$；

有理数全体构成的集合，叫做有理数集，记作 $\mathbf{Q}$；

实数全体构成的集合，叫做实数集，记作 $\mathbf{R}$；

不包含任何元素的集合，叫做空集，记作 $\varnothing$。

如何表示一个集合呢？

由 1，2，3，4，5 全体构成的集合可表示为

$$\{1,2,3,4,5\}$$

这种表示集合的方法叫做列举法。用列举法表示集合时不必考虑元素的前后顺序，例如，集合 $\{1,2\}$ 与 $\{2,1\}$ 表示同一个集合。

由大于 3 的全体实数构成的集合可表示为

$$\{x|x>3\}$$

这种表示集合的方法叫做性质描述法。

对于两个给定的集合 A、B，由既属于 A 又属于 B 的所有元素所构成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作

$A \cap B$(读作 A 交 B)

例如，$\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3\}$

两个集合的交集可用图 1-1(1)中的阴影部分表示。

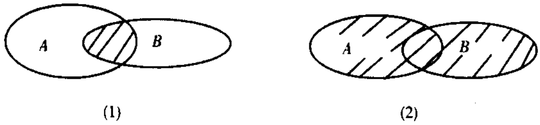

图 1-1

对于两个给定的集合 A、B，把它们所有元素合并在一起构成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作

$$A\cup B(\text{读作 } A \text{ 并 } B)$$

例如，$\{1,2,3\}\cup\{2,3,4\}=\{1,2,3,4\}$

两个集合的并集可用图 1-1(2)中的阴影部分表示。

1.1.2　不等式的解集与区间

含有不等号（$<,>,\leqslant,\geqslant,\neq$）的式子，叫做不等式。在含有未知数的不等式中，能使不等式成立的未知数值的全体所构成的集合，叫做不等式的解集。不等式的解集，一般用集合的性质描述法来表示。例如，不等式

$$x^2-2x-3>0$$

的解集可表示为

$$\{x\mid x^2-2x-3>0\}$$

我们通常还用区间表示不等式的解集。下面介绍区间概念：

设 a,b 是任意实数，且 $a<b$，

满足 $a\leqslant x\leqslant b$ 的全体实数 x 的集合，叫做闭区间，记作$[a,b]$（图 1-2(1)）；

满足 $a<x<b$ 的全体实数 x 的集合，叫做开区间，记作(a,b)（图 1-2(2)）；

满足 $a\leqslant x<b$ 或 $a<x\leqslant b$ 的全体实数 x 的集合，都叫做半开半闭区间，分别记作 $[a,b)$ 或 $(a,b]$（图 1-2(3)(4)）。

a 与 b 叫做区间的端点，在数轴上表示区间时，属于这个区间端点的实数，用实心点表示，不属于这个区间端点的实数，用空心点表示。

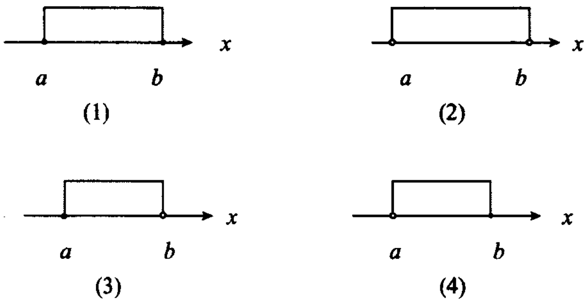

图 1-2

实数集 **R**,也可用区间表示为$(-\infty,+\infty)$,符号“$+\infty$”、“$-\infty$”分别读作“正无穷大”、“负无穷大”。

满足 $x\geqslant a$ 的全体实数,可记作$[a,+\infty)$(图 1-3(1));

满足 $x>a$ 的全体实数,可记作$(a,+\infty)$(图 1-3(2));

满足 $x\leqslant a$ 的全体实数,可记作$(-\infty,a]$(图 1-3(3));

满足 $x<a$ 的全体实数,可记作$(-\infty,a)$(图 1-3(4))。

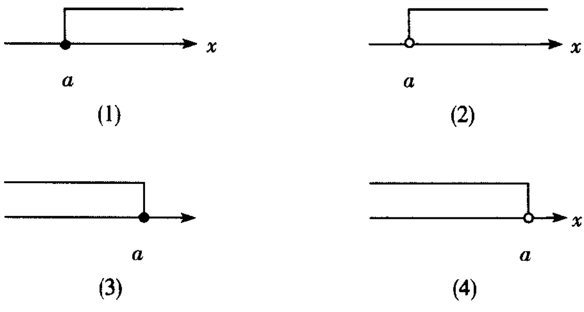

图 1-3

【例 1】 用区间法表示下列不等式的解集:

(1)$0\leqslant x<1$　　(2)$x\geqslant 2$

(3)$-1<x\leqslant 3$　　(4)$x<0$

解:以上不等式的解集分别是

(1)$[0,1)$　　(2)$[2,+\infty)$

(3)$(-1,3]$　　(4)$(-\infty,0)$

【例 2】 用不等式的解集表示下列区间：

(1) $[1,3]$　　(2) $(-\infty,1]$

(3) $(-2,3)$　　(4) $(0,+\infty)$

解：以上不等式的解集分别为

(1) $\{x \mid 1 \leqslant x \leqslant 3\}$　　(2) $\{x \mid x \leqslant 1\}$

(3) $\{x \mid -2 < x < 3\}$　　(4) $\{x \mid x > 0\}$

练　习

1. 自然数集、整数集、有理数集、实数集、空集通常用哪几个大写英文字母表示？
2. 已知 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5\}$，求 $A \cap B$，$A \cup B$。
3. 用区间法表示下列不等式的解集，并在数轴上表示这些区间：

   (1) $-1 \leqslant x \leqslant 2$　　(2) $0 < x \leqslant 3$

   (3) $-5 \leqslant x < 0$　　(4) $9 < x \leqslant 10$

   (5) $x > 4$　　(6) $x \leqslant -2$
4. 用区间法表示下列集合：

   (1) $\{x \mid -6 \leqslant x \leqslant 2\}$　　(2) $\{x \mid 2.5 \leqslant x \leqslant 3.5\}$

   (3) $\{x \mid x \geqslant 11\}$　　(4) $\{x \mid x < -6\}$
5. 在数轴上表示集合 $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x \geqslant 1\}$。

1.2　一次不等式和一次不等式组的解法

1.2.1　一次不等式的解法

不等式有以下三个性质：

1. 如果 $a > b$，则 $a+c > b+c$。
2. 如果 $a > b$，$c > 0$，则 $ac > bc$；如果 $a > b$，$c < 0$，则 $ac < bc$。
3. 如果 $a+b > c$，则 $a > c-b$。

下面通过解一次不等式的例子，掌握以下一次不等式的解法。

【例 1】 解不等式 $1+\frac{x}{3}\geqslant 5-\frac{x+10}{2}$

解:原不等式两边同乘以 6，得

$$6+2x\geqslant 30-3(x+10)$$

$$6+2x\geqslant 30-3x-30$$

$$6+2x\geqslant -3x$$

移项整理，得

$$5x\geqslant -6$$

两边同除以 5，得

$$x\geqslant -\frac{6}{5}$$

所以，原不等式的解集是 $\{x|x\geqslant -\frac{6}{5}\}$。

由例 1 看出，不等式的性质在解一次不等式的过程中起着非常大的作用：(1)不等式两边加上(或减去)同一个实数，不等式方向不变。(2)不等式两边乘以同一个正数，不等号方向不变；不等式两边乘以同一个负数，不等号方向改变。(3)不等式中任何一项，变号后可以从一边移到另一边。

1.2.2 一次不等式组的解法

【例 2】 解不等式组

$$\begin{cases} x>5 & (1) \\ x>-2 & (2) \end{cases}$$

分析:该不等式组包含两个不等式，它的解集中的元素，既要满足不等式(1)，又要满足不等式(2)，因此求这个不等式组的解集，实际上就是求不等式(1)与不等式(2)解集的交集。

解:原不等式组中的(1)与(2)的解集分别为

$$\{x|x>5\},\{x|x>-2\}$$

所以原不等式组的解集是

$$\{x \mid x>5\} \cap \{x \mid x>-2\} = \{x \mid x>5\}$$

上述交集运算在数轴上表示，如图 1 - 4(1)所示。

【例 3】 解不等式组

$$\begin{cases} x < 3 & (1) \\ x \leqslant 0 & (2) \end{cases}$$

解：原不等式组中的(1)与(2)的解集分别为

$$\{x \mid x<3\}, \{x \mid x\leqslant 0\}$$

所以原不等式组的解集是

$$\{x \mid x<3\} \cap \{x \mid x\leqslant 0\} = \{x \mid x\leqslant 0\}$$

上述交集运算在数轴上表示，如图 1 - 4(2)所示。

【例 4】 解不等式组

$$\begin{cases} x \leqslant 3 & (1) \\ x > 0 & (2) \end{cases}$$

解：原不等式组中的(1)与(2)的解集分别为

$$\{x \mid x\leqslant 3\}, \{x \mid x>0\}$$

所以原不等式组的解集是

$$\{x \mid x\leqslant 3\} \cap \{x \mid x>0\} = \{x \mid 0<x\leqslant 3\}$$

上述交集运算在数轴上表示，如图 1 - 4(3)所示。

【例 5】 解不等式组

$$\begin{cases} x > 3 & (1) \\ x < 0 & (2) \end{cases}$$

解：原不等式组中的(1)与(2)的解集分别为

$$\{x \mid x>3\}, \{x \mid x<0\}$$

所以原不等式组的解集是

$$\{x \mid x>3\} \cap \{x \mid x<0\} = \varnothing$$

上述交集运算在数轴上表示，如图 1 - 4(4)所示。

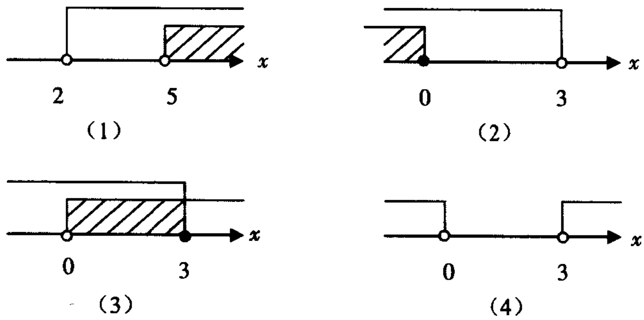

图 1-4

下面我们把一般不等式组的解法总结如下：

设 $a,b\in\mathbf{R},a<b$，

(1) $\begin{cases}x>a\\x>b\end{cases}$ 的解集是 $\{x|x>b\}$；

(2) $\begin{cases}x<a\\x<b\end{cases}$ 的解集是 $\{x|x<a\}$；

(3) $\begin{cases}x>a\\x<b\end{cases}$ 的解集是 $\{x|a<x<b\}$；

(4) $\begin{cases}x<a\\x>b\end{cases}$ 的解集是 $\varnothing$ 。

练　　习

1. 不等式有哪些性质？

2. 解下列不等式：

(1) $3x>6$　　(2) $-x>-1$

(3) $x+1<-1$　　(4) $-\frac{1}{2}x>-5$

3. 解下列不等式：

(1) $x+2<7$　　(2) $x+2\geqslant5$