荣德基 总主编

特高级教师

点拨®

天津五四制

九年级数学 下

配天津几何

只要看着远方 就忘掉了脚下的路 再猛烈的冲刺你也要踏好最后一步

内蒙古少年儿童出版社

特高级教师

点拨

九年级数学(下)

(天津用几何)

总 主 编:荣德基

本册主编:陈丕华

内蒙古少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

特高级教师点拨.九年级数学.下:人教天津版/荣德基主编.—通辽:内蒙古少年儿童出版社,2006.9

ISBN 7-5312-2132-2

Ⅰ.特... Ⅱ.荣... Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 107829 号

你的差距牵动着我的心

责任编辑/黑 虎

装帧设计/典点瑞泰

出版发行/内蒙古少年儿童出版社

地址邮编/内蒙古通辽市霍林河大街西 312 号(028000)

经 销/新华书店

印 刷/北京科星印刷有限公司

总 字 数/2096 千字

规 格/880×1230 毫米 1/32

总 印 张/67.25

版 次/2006 年 9 月第 1 版

印 次/2006 年 9 月第 1 次印刷

总 定 价/91.00 元(全 7 册)

目录

CONTENTS

第六章　圆

第七章　识图初步

第六章 圆

第十六节 正多边形和圆

课前准备

一、预习提示

(一)关键概念和定理提示

1. 关键概念:正多边形,正多边形的中心、半径、边心距、中心角.

2. 关键定理:正多边形和圆的关系定理,正多边形的性质定理.

(二)学法点拨

1. 在学习本节知识时,理解掌握正多边形的定义是学好本节的关键.正多边形定义中的“各边相等”与“各角相等”是正多边形的两个特征,缺一不可.由于三角形具有稳定性,所以可由“三边相等”推出“三角相等”,反之亦然;而对于边数大于3的多边形,这两个条件是各自独立的.

2. 要判定一个多边形是不是正多边形,除根据定义来判定外,还可根据正多边形和圆的关系定理来判定,即依次连结圆的$n(n\geqslant3)$个等分点,所得的多边形就是正n边形,或经过圆的$n(n\geqslant3)$个等分点作圆的切线,相邻切线相交而成的多边形就是正n边形.

3. 熟练掌握正多边形的性质.

二、预习效果反馈☞(164)

1. 正多边形一边所对的中心角与这个正多边形的一个内角的关系是(　　)

A. 两角相等　　　　B. 两角互余

C. 两角互补　　　　D. 不能确定

2. 下列命题中正确的是(　　)

A. 正多边形都是轴对称图形

B. 正多边形一个内角的大小与边数成正比例

C. 正多边形一个外角的大小与边数成正比例

D. 边数大于3的正多边形的对角线长都相等

3. 顺次连结正多边形各边中点所得的多边形是________.

基础知识必备

一、必记知识精选

必记项目	基本概念	基本定理
必记知识	1. 正多边形 2. 正多边形的中心、半径、边心距、中心角	1. 正多边形和圆的关系定理 2. 正多边形的性质定理
巧记方法	各边、各角都相等	1. 内接正 n 边形和外切正 n 边形 2. 各边、各角都相等；都有一个外接圆和内切圆，且是同心圆；都是轴对称图形

二、重点难点突破

重点：理解掌握正多边形的概念及正多边形与圆的关系的两个定理，因为这些知识是学习本节知识的基础，也是解决实际问题的理论依据，所以在学习中为突破这一重点，我们在学习中要学会分析. 边数 $n>3$ 的正多边形必须满足：①“各边相等”；②“各角相等”，这两个特征缺一不可，否则就不是正多边形. 由于三角形具有稳定性，所以只有边数 $n=3$ 时，它满足任何一个特征，都可以判定为正三角形. 因为在三角形中“各边相等”和“各角相等”这两个条件可以互相推出.

正多边形和圆的关系的两个定理不仅是正多边形画图和有关计算的理论根据，而且也揭示了正多边形和圆的内在联系，因此可以利用圆的知识去探究正多边形的问题，也可以由正多边形的知识去解决圆的有关问题，充分体现了“转化”的数学思想和方法.

要判定一个多边形是否是正多边形，除根据定义判定外，还可以根据第一个定理判定，因此该定理被称为正多边形的判定定理，同时还可以据此作正多边形；第二个定理揭示了正多边形特有的性质，被称为正多边形的性质定理.

正多边形还具备如下性质：

(1)正多边形的对称性：正多边形都是轴对称图形，一个正 n 边形共有 n 条对称轴，每条对称轴都通过正多边形的中心. 如果正多边形的边数为偶数，那么它又是中心对称图形，正多边形的中心为对称中心. 正是由于正多边形和圆都是对称图形，具有对称美，所以正多边形和圆在实际生活中应用广泛，它将优美的图案奉献给人类，美化人类的环境；

(2)正多边形的相似性：边数相同的正多边形都相似，所以它们周长的比等于它们的边长(或半径、边心距)的比，而积的比等于它们的边长(或半

径、边心距)的比的平方；

(3)正多边形的有关性质：正多边形的各角、各边都相等，每一个内角为$\frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$，每一个中心角为$\frac{360^\circ}{n}$.

难点：对正多边形与圆的关系的两个定理的理解和证明. 这是因为正n边形中n不固定，图形也不容易画出，而且证明也比较抽象，为此我们必须明确证明思路，判定定理的证明思路是：弧相等→$\left.\left\{\begin{array}{l}\text{弦相等}\\\text{圆周角相等}\\\text{弦切角相等}\end{array}\right.\right\}$→多边形的各角、各边相等→多边形为正多边形.

在判定定理中要注意理解和应用这个定理，要注意定理中的“依次”、“相邻”等容易被忽略的重要条件.

性质定理的证明思路是(以正五边形为例)：

正五边形的任意三个顶点都不在同一条直线上→它的任意三个顶点确定一个圆，即确定了圆的半径和圆心→其他两个顶点到圆心的距离都等于半径→正五边形的各顶点共圆→正五边形有外接圆→各边的弦心距相等→正五边形有内切圆. 并且内切圆与外接圆是同心圆.

三、易错点和易忽略点导析

对多边形的定义及性质掌握不好，造成判断错误. 学习时应把握好正多边形定义中的两大特征，根据图形理解其有关性质，以避免错误.

【例 1】 下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是(　　)

A. 等边三角形　　B. 平行四边形

C. 正六边形　　D. 圆

错解：C

错解分析：当正多边形的边数为偶数时，它既是轴对称图形，又是中心对称图形；当边数为奇数时，它只是轴对称图形，但不是中心对称图形，所以应选等边三角形. 而平行四边形是中心对称图形，但不是轴对称图形；圆与正六边形一样，既是轴对称图形，又是中心对称图形.

正确解法：A

【例 2】 判断正误：

(1)各角都相等的圆内接四边形为正多边形.(　　)

(2)圆内接菱形是正方形.(　　)

(3)各边都相等的多边形为正多边形.(　　)

(4)$\odot O_1$ 的内接正 n 边形与$\odot O_2$ 的外切正 n 边形相似.(　　)

(5)正九边形有九条对称轴.(　　)

错解:(1)√　(2)×　(3)√　(4)×　(5)×

错解分析:(1)本小题误认为添加上条件"圆内接四边形"就是正多边形,其实不然,举一反例即可.如,矩形是各角相等的圆内接四边形,但不一定是正方形;(2)圆内接菱形的四边相等,各顶点将圆四等分,由判定定理可得圆内接菱形为正方形;(3)菱形的各边相等,但不一定是正方形,当多边形的边数大于3时,必须同时满足"各边相等、各角相等"这两个条件才是正多边形;(4)只要是边数相同的正 n 边形都相似,与圆无关;(5)正 n 边形有 n 条对称轴.所以错解都是对正多边形的定义及其性质掌握不准造成的.

正确解法:(1)×　(2)√　(3)×　(4)√　(5)√

四、教材中的"?"解答

问题:在$\odot O$ 中,如果作两条互相垂直的直径 AB、CD(如图 6-16-1),那么弦 AC 是$\odot O$ 内接正四边形的一边;如果以 A 为圆心,以$\odot O$ 的半径为半径画弧,与$\odot O$ 相交于点 E、F,那么弦 AE、CE、EF 分别是$\odot O$ 内接正六边形、正十二边形、正三角形的一边.为什么?

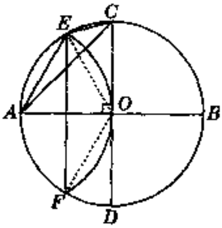


图 6-16-1

解答:连结 OE、OF,可得$\angle AOC=90°$,$\angle AOE=60°$,$\angle COE=30°$,$\angle EOF=120°$.$\frac{360°}{n}=90°\Rightarrow n=4\Rightarrow$ AC 是正方形的一边.

同理 AE、CE、EF 分别是正六边形、正十二边形、正三角形的一边.

Ⅲ 综合应用创新能力培养

一、学科内综合思维点拨

【例 1】 如图 6-16-2,在正五边形 $ABCDE$ 中,对角线 AD 与 BE 相交于 F.

求证:(1)四边形 $BCDF$ 是菱形;

(2)$\triangle FAE\backsim\triangle EAD$;

(3)$\frac{AF}{FD}=\frac{FD}{AD}$.

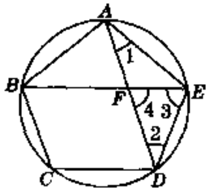


图 6-16-2

证明:(1)因为 $AB=BC=CD=DE=EA$,所以$\overset{\frown}{AB}$

$=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EA}\overset{m}{=}72°$. 所以$\angle EBC=\angle CDA=72°$，$\angle BCD=108°$. 所以$\angle BFD=360°-72°\times 2-108°=108°=\angle BCD$. 所以四边形 $BCDF$ 为平行四边形. 又因为 $BC=CD$，所以四边形 $BCDF$ 是菱形；

(2)因为$\angle ADE=\angle AEB=72°\div 2=36°$，$\angle DAE=\angle EAF$，所以$\triangle FAE\backsim\triangle EAD$；

(3)因为$\triangle FAE\backsim\triangle EAD$，所以$\dfrac{AE}{AF}=\dfrac{AD}{AE}$. 因为$\angle 1=\angle 2$，所以 $AE=DE$. 因为$\angle 3=\angle 4$，所以 $DE=DF$. 所以 $FD=AE$. 所以$\dfrac{FD}{AF}=\dfrac{AD}{FD}$，即$\dfrac{AF}{FD}=\dfrac{FD}{AD}$.

点拨：解此类题的技巧是计算与论证相结合，这也是解决正多边形问题的常用方法.

【例 2】 如图 6-16-3，$\triangle ABC$ 是$\odot O$ 的内接正三角形，五边形 $ADEFG$ 是$\odot O$ 的内接正五边形.

求证：BE 是$\odot O$ 一个内接正十五边形的一边.

证明：连结 OB、OE. 因为$\triangle ABC$ 是$\odot O$ 的内接正三角形，所以$\overset{\frown}{AB}$的度数为$\dfrac{1}{3}\times 360°=120°$.

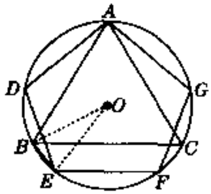


图 6-16-3

因为五边形 $ADEFG$ 是$\odot O$ 的内接正五边形，所以$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DE}$的度数为$\dfrac{1}{5}\times 360°=72°$. 所以$\overset{\frown}{AE}$的度数为 $144°$，$\overset{\frown}{BE}$的度数为 $144°-120°=24°$. 所以$\angle BOE=24°$. 因为正十五边形的中心角为$\dfrac{360°}{15}=24°$，所以$\angle BOE$ 即为正十五边形的中心角. 所以 BE 是$\odot O$ 的一个内接正十五边形的一边.

点拨：欲证 BE 是$\odot O$ 的一个内接正十五边形的一边，利用正多边形的定义不容易证明，可利用中心角来证明.

二、实际应用思维点拨

【例 3】 现有一批边长为 a 的正方形花布片，向阳中学初二年级四班的同学要利用课外活动时间做一些形状为正八边形的风筝来参加全校组织的风筝文化艺术节，问在这样的花布片上，怎样裁剪才能得到一个面积最大的风筝？($\sqrt{2}\approx 1.4$)

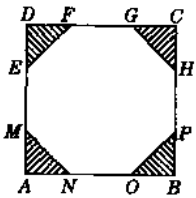


图 6-16-4

解：如图 6-16-4，在正方形 $ABCD$ 中，$\triangle DEF$、$\triangle CGH$、$\triangle AMN$、$\triangle BOP$ 为全等的等腰直角三角形，八边形 $EMNOPHGF$

为正八边形. 设 $DE=DF=CG=CH=x$.

在 Rt$\triangle DEF$ 中,$EF=\sqrt{2}x$,因为 $EF=FG$,且 $DC=DF+FG+CG$,所以 $x+x+\sqrt{2}x=a$. 解得 $x=\frac{2-\sqrt{2}}{2}a\approx0.3a$. 因此,应从四个角上各剪去一个直角边约为 $0.3a$ 的等腰直角三角形即得面积最大的正八边形的风筝.

点拨:由题意知,只要从正方形的四个角上剪去适当的等腰直角三角形即可,再利用线段长度列方程可求出剪去的等腰直角三角形直角边长,从而求出正八边形的边长.

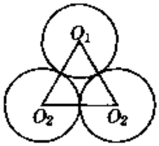
三、创新思维点拨

结论探索题

【例 4】 (1)若三枚 1 元硬币两两外切,则连结这三枚硬币的圆心所组成的三角形是什么三角形? 试说明理由.

(2)绕一枚 1 元的硬币,放置同样的 1 元硬币若干枚,能使每两枚相邻的硬币都外切吗? 如果能,则放置多少枚? 连结这些放置在第一枚硬币周围的硬币的圆心所组成的多边形是怎样的多边形? 试证明你的结论.

解:(1)设一元硬币半径为 r,如图6-16-5. 三枚硬币$\odot O_1$、$\odot O_2$、$\odot O_3$两两外切,则 $O_1O_2=O_2O_3=O_3O_1=2r_1$,所以$\triangle O_1O_2O_3$ 是等边三角形,即正三角形;



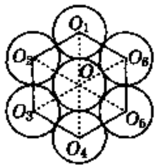


图 6-16-5　　图 6-16-6

(2)如图 6-16-6,一共放置 6 枚同样的 1 元硬币,能使每两枚相邻的硬币都外切. 连结这些放置在第 1 枚硬币周围的硬币的圆心所组成的六边形 $O_1O_2O_3O_4O_5O_6$ 是正六边形.

连结 OO_1、OO_2,由(1)知$\triangle OO_1O_2$ 是等边三角形,所以$\angle O_1OO_2=60°$. 又周角为 360°,所以第一枚硬币周围放置的个数为$\frac{360°}{60°}=6$(枚). 所以第一枚硬币周围放置相邻两枚都外切的硬币共 6 枚,其圆心分别是 O_1、O_2、O_2、O_4、O_5、O_2. 连结 OO_3、OO_4、OO_5、OO_6,则 $O_1O_2=O_2O_2=O_1O_4=O_4O_2=O_2O_2=O_2O_1=2r$.

又$\triangle OO_1O_2$ 是等边三角形,所以$\angle O_1O_2O=60°$. 同理$\triangle O_2O_3O$、

$\triangle O_3O_4O$、$\triangle O_4O_5O$、$\triangle O_5O_6O$、$\triangle O_6O_1O$ 都是等边三角形，所以$\angle O_1O_2O_3=\angle O_2O_3O_4=\angle O_3O_4O_5=\angle O_4O_5O_6=\angle O_5O_6O_1=\angle O_6O_1O_2=60^\circ+60^\circ=120^\circ$. 所以六边形 $O_1O_2O_3O_4O_5O_6$ 是正六边形.

点拨：此题的创新之处在由实际生活来要求画图探索硬币圆心所组成的图形. 在证明过程中易错点是忽略证明在第一枚硬币周围能放 6 枚.

四、中考思维点拨

本节内容在中考中出现较少，多数为选择题和填空题，由于正多边形和圆与实际生活联系紧密，应用广泛，所以近几年考查本节内容的题目有上升趋势，应引起同学们的重视.

【例 5】 (2006，江西，12 分)问题背景：某课外学习小组在一次学习研讨中，得到了如下两个命题：

①如图 6-16-7①，在正三角形 ABC 中，M、N 分别是 AC、AB 上的点，BM 与 CN 相交于点 O，若$\angle BON=60^\circ$，则 $BM=CN$；

②如图 6-16-7②，在正方形 $ABCD$ 中，M、N 分别是 CD、AD 上的点，BM 与 CN 相交于点 O，若$\angle BON=90^\circ$，则 $BM=CN$.

然后运用类比的思想提出了如下命题：

③如图 6-16-7③，在正五边形 $ABCDE$ 中，M、N 分别是 CD、DE 上的点，BM 与 CN 相交于点 O，若$\angle BON=108^\circ$，则 $BM=CN$.

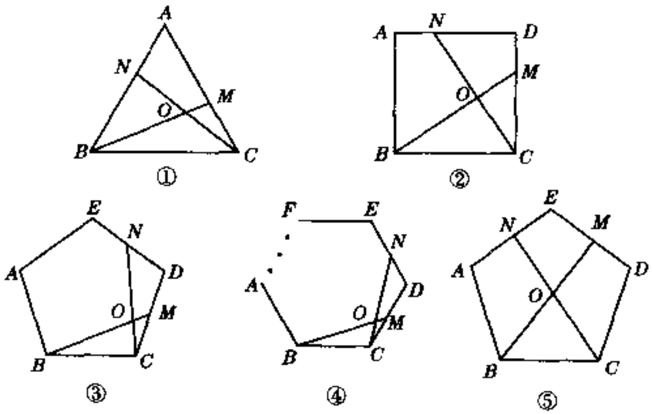


图 6-16-7

任务要求：(1)请你从①，②，③三个命题中选择一个进行证明；(说明：选①做对的得 4 分，选②做对的得 3 分，选③做对的得 5 分)

(2)请你继续完成下面的探索：

①如图 6-16-7④，在正 $n(n\geqslant3)$ 边形 $ABCDEF\cdots$ 中，M、N 分别是 CD、DE 上的点，BM 与 CN 相交于点 O，试问当 $\angle BON$ 等于多少度时，结论 $BM=CN$ 成立？（不要求证明）

②如图 6-16-7⑤，在正五边形 $ABCDE$ 中，M、N 分别是 DE、AE 上的点，BM 与 CN 相交于点 O，若 $\angle BON=108°$ 时，试问结论 $BM=CN$ 是否还成立？若成立，请给予证明；若不成立，请说明理由.

解：(1)如选命题①.

证明：在图 6-16-8 中，因为 $\angle BON=60°$，所以 $\angle1+\angle2=60°$.

因为 $\angle3+\angle2=60°$，所以 $\angle1=\angle3$.

又因为 $BC=CA$，$\angle BCM=\angle CAN=60°$，所以 $\triangle BCM\cong\triangle CAN$.

所以 $BM=CN$.

如选命题②.

证明：在图 6-16-9 中，因为 $\angle BON=90°$，所以 $\angle1+\angle2=90°$.

因为 $\angle2+\angle3=90°$，所以 $\angle1=\angle3$.

又因为 $BC=CD$，$\angle BCM=\angle CDN=90°$，所以 $\triangle BCM\cong\triangle CDN$.

所以 $BM=CN$.

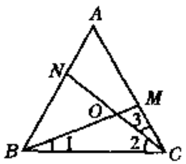


图 6-16-8

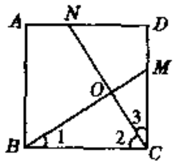


图 6-16-9

如选命题③.

证明：在图 6-16-10 中，因为 $\angle BON=108°$，所以 $\angle1+\angle2=108°$.

因为 $\angle2+\angle3=108°$，所以 $\angle1=\angle3$.

又因为 $BC=CD$，$\angle BCM=\angle CDN=108°$，

所以 $\triangle BCM\cong\triangle CDN$. 所以 $BM=CN$.

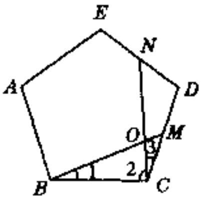


图 6-16-10

(2)①当 $\angle BON=\dfrac{(n-2)180°}{n}$ 时，结论 $BM=CN$ 成立.

②当 $\angle BON=108°$ 时，$BM=CN$ 还成立.

证明：如图 6-16-11，连结 BD、CE.

在 $\triangle BCD$ 和 $\triangle CDE$ 中，

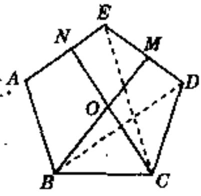


图 6-16-11

因为 $BC=CD$，$\angle BCD=\angle CDE=108°$，$CD=DE$，所以$\triangle BCD\cong\triangle CDE$.

所以 $BD=CE$，$\angle BDC=\angle CED$，$\angle DBC=\angle ECD$.

因为$\angle CDE=\angle DEA=108°$，所以$\angle BDM=\angle CEN$.

因为$\angle OBC+\angle OCB=108°$，$\angle OCB+\angle OCD=108°$，

所以$\angle MBC=\angle NCD$.

又因为$\angle DBC=\angle ECD=36°$，所以$\angle DBM=\angle ECN$.

所以$\triangle BDM\cong\triangle CEN$. 所以 $BM=CN$.

点拨：本题属于探究性试题，同时又具有开放性，考生可选择不同的图形进行解答. 本题很好的体现了试题的层次性，让不同层次的考生都发挥出自己的水平. 在解答第(2)问时，关键是构建全等三角形.

Ⅳ 轻松一刻

奇邮——导弹邮

1995 年 6 月 7 日，俄罗斯从巴伦支海发射了一枚 55－18 型导弹，它携带 1270 余件邮件用特制的降落伞投到了远东地区的堪察加半岛，近 2 万公里的行程仅用了 20 分钟时间，成为当今世界最快的特快专递.

Ⅴ 强化练习题

A 卷：教材跟踪练习题 (50 分　40 分钟)☞(164)

一、选择题(每题 5 分，共 20 分)

1. 下列命题中，真命题的个数是(　　)

(1)各边都相等的多边形是正多边形；(2)各角都相等的多边形是正多边形；(3)正多边形一定是中心对称图形；(4)边数相同的正多边形一定相似.

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

2. 一个正多边形的每一个内角都是 150°，这个多边形是(　　)

A. 正十四边形　　B. 正十边形

C. 正十二边形　　D. 正十五边形

3. 如图 6-16-12，在一块面积为 18 的正三角形纸板中，剪去三个三角形，得到一个正六边形，则这个正六边形的面积为(　　)

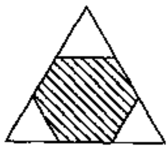


图 6-16-12

A. 6　　B. 9

C. 12　　D. 15

4. 四边形的外接圆和内切圆是同心圆，这样的四边形是(　　)

A. 平行四边形　　B. 矩形

C. 菱形　　D. 正方形

二、填空题(5题3分，其余每题4分，共15分)

5. 如果一个正多边形中心角是18°，那么它的边数是________.

6. 正 n 边形对称轴的条数是________.

7. 正多边形的内角为 α，外角为 β，且 $\sin(\alpha-90°)+\cos\beta=1$，则该正多边形的边数为________.

8. 正 n 边形的一个内角大于140°，且小于145°，则 $n=$________.

三、中考题(15分)

9. (2006，攀枝花，3分)在等边三角形、正五边形、正六边形、正七边形中，既是轴对称又是中心对称的图形是(　　)

A. 等边三角形　B. 正五边形　C. 正六边形　D. 正七边形

10. (2006，宜昌，3分)如图6-16-13，以正六边形的顶点为圆心，4cm为半径的六个圆中相邻两圆相切，则该正六边形边长是________cm.

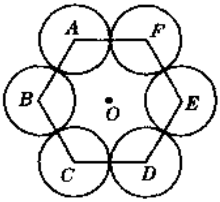


图 6-16-13

11. (2006，旅顺，9分)如图6-16-14①、②、③中，点 E、D 分别是正$\triangle ABC$、正四边形 $ABCM$、正五边形 $ABCMN$ 中以 C 点为顶点的相邻两边上的点，且 $BE=CD$，DB 交 AE 于 P 点.

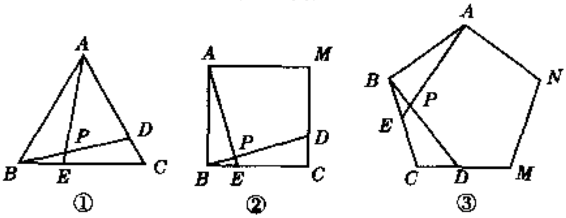


图 6-16-14

(1)求图①中，$\angle APD$ 的度数；

(2)图②中，$\angle APD$ 的度数为____________，图③中，$\angle APD$ 的度数为

__________；

(3)根据前面探索，你能否将本题推广到一般的正 n 边形情况，若能，写出推广问题和结论；若不能，请说明理由.

【B】卷：综合应用创新练习题 (100 分　80 分钟)☞(165)

一、学科内综合题(每题 10 分，共 30 分)

1.将一个正六边形的纸片对折，并完全重合.那么，得到的图形是几边形？它的内角和(按一层计算)是多少度？

2.已知：如图 6-16-15，等腰三角形 ABC 的顶角 $\angle A=36°$，$\odot O$ 和底边 BC 相切于点 D，并过两腰的中点 G、F，又和两腰相交于点 H、E. 求证：五边形 $DEFGH$ 是正五边形.

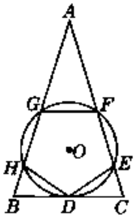


图 6-16-15

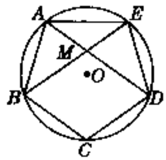


图 6-16-16

3.如图 6-16-16，在$\odot O$ 的内接正五边形 $ABCDE$ 中，对角线 AD、BE 相交于点 M.

(1)请仔细观察图形，直接写出图中的所有等腰三角形；

(2)求证：$BM^2=BE\cdot ME$；

(3)设 BE、ME 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-2\sqrt{5}x+k=0$ 的两根，试求 k 的值，并求出正五边形 $ABCDE$ 的边长.　[N]

二、实际应用题(每题 10 分，共 20 分)

4.如图 6-16-17，菱形花坛 $ABCD$ 的边长为 6m，$\angle B=60°$，其中由两个正六边形组成的图形部分种花，求种花部分图形的周长.

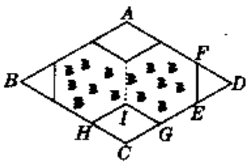


图 6-16-17

图 6-16-18

5.有一种足球是由 32 块黑白相间的牛皮缝制而成的，如图 6-16-18，黑皮

可看做正五边形，白皮可看作正六边形，求黑白两种牛皮各多少块？

三、创新题(每题 10 分，共 20 分)

6.(教材变型题)求证：各角相等的圆外切六边形是正六边形.

7.(新情境题)图 6-16-19 是一块电脑屏幕上出现的矩形色块图，由 6 个颜色不同的正方形组成，设中间最小的正方形边长为 1，求这个矩形图形的面积.

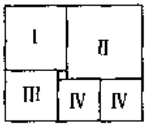


图 6-16-19

四、研究性学习练习题(每题 10 分，共 20 分)

8.(探究题)某学习小组在探索“各内角都相等的圆内接多边形是否为正多边形”时，进行了如下讨论：

甲同学：这种多边形不一定是正多边形，如圆内接矩形；

乙同学：我发现边数是 6 时，它可能是，它也可能不是正多边形，如图 6-16-20，$\triangle ABC$ 是正三角形，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{CF}$，可以证明六边形 $ADBECF$ 的各内角相等，但它未必是正六边形；

丙同学：我能证明，边数是 5 时，它是正多边形. 我想，边数是 7 时，它可能也是正多边形……

(1)请你说明乙同学构造的六边形各内角相等；

(2)请你说明各内角都相等的圆内接七边形 $ABCDEFG$(如图 6-16-21)是正七边形；

(3)根据以上探索过程，提出你的猜想(不必证明).

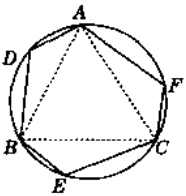


图 6-16-20

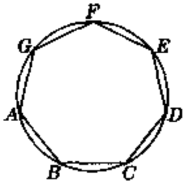


图 6-16-21

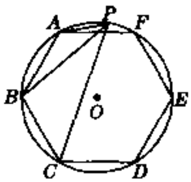


图 6-16-22

9.(开放题)如图 6-16-22，已知 $\odot O$ 是正六边形 $ABCDEF$ 的外接圆，P 是 $\overset{\frown}{AF}$ 上的一点，试判定 $PA+PC$ 与 PB 有怎样的关系？并证明你的结论.

五、竞赛题(5 分)

10.(1993，全国数学联赛，5 分)对于命题：①内角相等的圆内接五边形是正五边形；②内角相等的圆内接四边形是正四边形. 以下四个结论中正确的是(　　)

A. ①②都对　B. ①对②错　C. ①错②对　D. ①②都错