25

流體力學

V. L. 施立德 原著

朱鵬程 王之模 合譯

中國科學圖書儀器公司

出版

流體力學

V. L. 施立德 原著

朱鵬程 王之楧 合譯

中國西北工業大學圖書館

出版

(a)　　　　(b)

由于引起的紊流而分離點轉移

(a)8.5 吋的滚球,表面光滑,入水速度 25 呎/秒.

(b)除在球端黏有 4 吋直徑之沙疤外,餘與(a)相同.

譯 者 序

流體力學爲大學土木、機械、航空、化工等系的必修課程，但中文教科書尙不多見，且多不包括最新理論與發明. 施立德(1)博士新著流體力學一書（1951 年 2 月初版），適於初學者研讀. 內容豐富，文意簡明，敘述清晰，由淺入深. 最新發明，諸如噴氣與火箭之推進、力矩之傳導、油力系統等，均用流體力學之基本原理，予以闡明. 對於流體機械、潤滑原理、管流、渠流、理想流等均有詳盡之討論. 計算習題新穎，並有選擇題與問答題，對於初學者多所啓發. 全書確有獨到之處，可爲土木、機械、航空、化工等系之教材，亦可供工程界參考. 譯者再三考慮，並徵詢各方面意見，咸認爲有譯成中文之價值. 從事迻譯工作，歷四閱月始完成. 譯稿曾蒙趙世俊、魏頤年兩位同志覆閱，提供寶貴意見甚多. 抄寫工作，由張成琪同志等担任. 譯稿更蒙顧世楫先生加以潤飾，排印方面，又多指敎. 使本書能早日與讀者相見，譯者謹致謝忱.

本書之最大缺點，爲所有示例與習題，皆用英制. 然科學技術，原理一致. 英制公制換算本不困難，故仍不失爲有價值之書籍.

倉促付印，錯誤難免，尙請各方多予指正.

朱鵬程　王之楧識

一九五二年二月於天津.

(1) V. L. Streeter

著者原序

編著供初學者使用的「流體力學」教科書，最重要的問題應考慮學者的數學基礎與理解能力． 一般的說，初學者已經讀完了微積分與兩門工程力學． 在此等課程中已引用的各種分析方法，應在以後所習課程中，充分予以利用與發揮．

本書之編著，使學者繼續得到分析能力的訓練． 關於新教材的講解不厭求詳，從最基本理論講起，由淺入深．雖然運用偏微分，討論可以更深入，但仍力求避免，使學者更集中注意力於流體現象．在第一章中，為更廣泛地討論相對平衡起見，曾運用交替法，因此引用了些偏微分．第九章中，曾更多地採用了偏微分的精確符號，預料學者可得更充分的分析能力，啓發其高深研究的興趣．

材料編排的方法，仍按一般成例． 先講靜力學，然後介紹概念、基本定義與流體運動的公式． 流體的性質按需要隨時予以介紹，另於附錄甲中摘要說明．講授的先後，並不拘於書中所定的次序．第三章必講在以下各章之先，至於第四章至第九章，則講授先後無關重要．

習題甚為新穎，每章除有普通計算習題外，並有選擇答案之客觀性問答題． 因為此種問答涉及基本原理，可以測驗學者對於每章材料是否充分了解，亦足以幫助講授者命題作測驗之用． 著者在過去八年中，曾以答案選擇法，作為流體力學的測驗方法，並知與

計算問題可以互相配合。因爲問題的答案必須具體而迅速，學者的等第易於判別。計算習題中，有極爲簡易者，更有需要學者進一步的分析始可解決者。在每一方面，儘有選擇適當習題之可能。

本書教材豐富，每週三小時之學程，不克在一學期內講完。教材可視學者需要加以選擇。如第八章，對於土木系同學至爲重要，第九章對於航空系同學，第十章對於機械系同學，亦同樣重要。

參加本書出版工作、謄寫、製圖、校對的諸位工作同仁，著者深爲感謝。葛立弗斯博士曾不斷予著者以鼓勵與協助。各廠家曾供給流體力學的實用資料，尤爲著者所銘感。

施立德誌於伊州芝加哥

一九五一年二月。

目　　錄

第一章

壓力強度

流體靜力學宜分成兩部份來討論:(1)壓力强度及其在流體中之變化,(2)定限面積上所受之壓力．特殊情況下的流體運動宛如固體,因受力情形相似,故包括在流體靜力學範圍內討論之．第一章將討論與壓力强度有關之種種原理,在第二章中,討論有關壓力之各種問題．

1．流體定義　流體係一種物質,受到剪力作用時,雖剪力極爲微弱,亦必繼續不斷地發生變形．剪力係平切於表面的分力,如以此表面的面積除之,則得該表面上的平均剪應力．所謂某點之剪應力,指剪應力作用之面積,縮小至一點之極限值而言．

圖 1-1 表示,在二塊相距極爲接近之平板中置以物質,假使平板面積極爲寬闊,故其邊緣情況,可不予考慮．設在下的一塊板係固

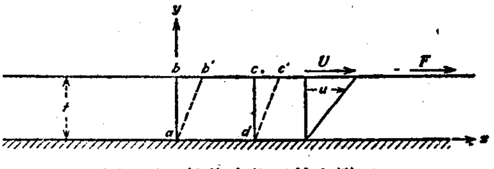

圖 1-1　等剪力作用後之變形．

定的,在上的一塊板,受 F 力作用,因此兩板間的物質,承受 F/A 的剪應力．A 係上板的面積．設 F 力,雖至極微,使上板仍以等速(Steady velocity)移動,則兩板間之物質當屬流體．

流體與固體接觸之處，兩者運動之速度必相等，卽兩者之間並無滑動．在 $abcd$ 面積中的流體流動到 $ab'c'd$ 新位置，流體每一分子的流動，均與平板平行，故流速之分佈，從下板之 o，均勻地增加至上板之 U．實驗結果，如一切情形不予變更，則 F 力，與 A 及 U 成正比，與 t 成反比．如以方程式表示

$$F = \mu \frac{AU}{t}$$

μ 係比例因數 (Proportionality factor)，隨流體之性質而異．如以 $\tau = F/A$ 代表剪應力，

$$\tau = \mu \frac{U}{t}$$

U/t 之比係直線 ab 之角速度，卽流體角變率(Rate of angular deformation)，卽角 bad 減小之速率，角速度可以用 du/dy 表示，因爲 U/t 與 du/dy 均代表速率之改變除以改變發生之一段距離，表示兩層間相對移動之速率．如以微分表示

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \tag{1}$$

得到單向流動流體，剪應力與角變率之關係． μ 稱爲流體之黏性(Viscosity)，公式(1)稱牛頓黏性定律．

可塑性物質(Plastic substance)，不能符合流體之定義，因爲所加的剪力必須超過屈服剪應力(Yield shear stress)，始能使其繼續不斷地發生變形．彈性物質之變形，與所加之力成正比，不繼續不斷地有一定的變形速率． 如兩塊平板之間係沙粒，則必須有一定之力，以克服阻力，然後始能移動，故亦不能符合流體之定義．

2. 黏性　黏性係流體之性質，由於此種性質，流體能抗阻作用之剪力．由牛頓黏性定律［公式(1)］，可見在定值的角變率情形下，剪應力與黏性成正比例．糖漿與柏油係有高度黏性之液體，而水與空氣則黏性甚低．

氣體之黏性隨溫度之增加而增高，而液體之黏性隨溫度之增高而遞減．此種由於溫度而起之黏性改變，可以從黏性之成因予以解釋．流體對於作用剪力之阻力，依靠其本身之凝聚力，與其分子間動量(Momentum)之傳遞率而定．液體分子間的間隔遠較氣體分子間隔爲緊密，其凝聚力遠較氣體爲大．凝聚力爲液體黏性之決定因素，而凝聚力隨溫度之增高而減小，是以液體之黏性，隨溫度之增高而降低；至於氣體，則相反，凝聚力甚小，抵抗剪力之阻力，以來自分子動量之傳遞者爲主．

分子動量之傳遞，可以生成剪力，由簡單之模型可以證明．設有火車兩列，均滿載海綿，在平行之軌道上如圖 1-2，更假設列車之上有抽水機與水池，其噴水口垂直於對面列車．先假設 A 係靜止，B 向右行，噴水口噴出之水打在 A 列車上，爲車上之海綿所吸收．由於從列車 B 噴出之水，有平行於軌道之動量分量，因此列車 A 必致移動，造成 A 與 B 間明顯之剪力作用，倘使 A 以同樣的速率向列車 B 噴水，其作用必致使列車 B 之速度減低，其所生之剪力作用，適相等而方向相反，當 A 與 B 兩者均靜止，或有相等之速度，噴水之作用，不能發生明顯之剪力作用．

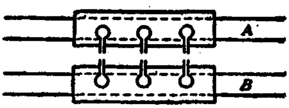

圖 1-2　動量傳遞示例．

流體中之分子，時常經過一假想之面，而往返傳遞；當流體之一

層與鄰層發生相對之移動時,分子動量傳遞,由一層傳至鄰層,因而發生剪力,以阻止相互間之移動,使相鄰兩層之速度接近,其情形與圖 1-2 所示相似,du/dy 即代表相鄰兩層之移動. 分子間的活動,造成剪力作用,以氣體而言,其所生作用較凝聚力為重要. 而分子的活動,隨溫度之增高而增高,故氣體之黏性隨溫度增高而增高.

在尋常之壓力強度情形下,黏性與壓力無關,僅與溫度有關;在極高壓力強度情形下,有幾種油類,其黏性隨壓力之改變,而有不規則的改變.

黏性 μ 有時稱絕對或動力黏性,其單位可由公式(1)中得之,係磅—秒/平方呎,或達因—秒/平方糎 (dyne-second per square centimeter).

流體在靜止時;或雖有運動而相鄰兩層間,並無相對的移動,雖然有黏性,由於 du/dy 在流體中為 o 值,不發生任何剪力,所以在研究流體靜力學時,流體中並無剪力,僅有之力為正交應力(Normal stress)或壓力(Pressure). 因此流體靜力學甚為簡單,對流體之任何孤立體(Free body),作用之力,僅為垂直於其表面之力與地心吸力而已.

3. 某點之壓力強度 推動一平面之垂直作用力,以其平面面積除之,即平均壓力強度. 所謂某點之壓力強度,係正交力與面積比值之極限值,即面積縮小至該點而接近零. 靜止之流體,在某一點,任何方向之壓力強度,均相等,此即在靜止流體中,有小面積 δA,無論其方向如何,繞其中心任意地旋轉後,其每邊所受之力,保持不變.

為說明此種道理，可取一單位長度之楔形孤立體，在靜止流體中之位置為(x,y)，如圖 1-3，因為無剪力作用，故作用之力，僅有正交力與地心吸力．寫出 x- 與 y- 方向，力平衡之恆等式

$$p_x\,\delta y - p_s\,\delta s\sin\theta = 0$$

$$p_y\,\delta x - p_s\,\delta s\cos\theta - \gamma\frac{\delta x\,\delta y}{2} = 0$$

其中 p_x, p_y, p_s，係三個平面上的平均壓力強度，γ 係流體之單位重量[1] (Specific weight)．假使孤立體縮小至零，保持斜面之角度 θ 不變，斜面則縮至(x,y)，更利用下列之幾何關係

$$\delta s\sin\theta = \delta y,$$

$$\delta s\cos\theta = \delta x,$$

力之恆等公式簡化至

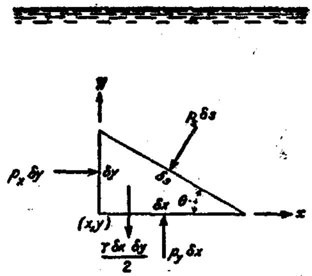

圖 1-3　楔形孤立體圖示．

$$p_x\,\delta y - p_s\,\delta y = 0,\quad p_y\,\delta x - p_s\,\delta x - \gamma\frac{\delta x\,\delta y}{2} = 0$$

第二式之最後一項，係高冪次微分值，故可略去；兩式各除以 δy 與 δx，並合併之，

$$p_s = p_x = p_y$$

因為 θ 係一任意夾角，故已證實在一靜止流體中，同一點之壓力強度，各方向均相等，上述之證明，係二元(Two dimensional)的情形，三元 (Three dimensional) 的情形，可以用一三角形錐體作孤立體，其中之三個平面，各為座標系統內之平面，第四個平面，為任意之斜面，而寫出力的恆等式，可得同樣結果．

(1)　參考附錄甲，流體性質．

倘使流動的流體,相鄰兩層之間有相對的移動,則有剪力之作用,故流體中一點之壓力强度,各方向並不相等. 如假想有一流體,並無黏性,即無阻力之流體,無剪力之作用,一點之壓力强度,各方向必定相等.

4. 靜止流體中壓力强度之變化 在連續的不能壓縮的靜止流體中,兩點 1 與 2 間的壓力强度改變,可以用一斜立的孤立體來說明之,如圖 1-4. 孤立體係圓柱形,斷面面積 δa, 長度 l, 柱體之中心軸與垂直線所成夾角 θ,沿其中心軸方向,寫出力之恆等式

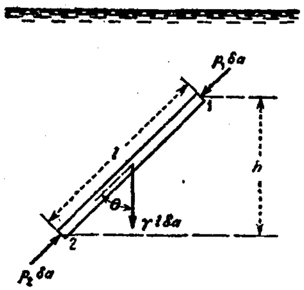

圖 1-4 靜止流體中之斜立孤立體

$$p_2\delta a - p_1\delta a - \gamma l\,\delta a\cos\theta = 0$$

其中 γ 係單位重量

由於 $h = l\cos\theta$,故上式簡化成

$$p_2 - p_1 = \gamma h \tag{2}$$

說明壓力强度之相差,係相差之高度乘單位重量 γ.

在同一連續的靜止流體之中,在同一高度之兩點,其壓力强度相等,因爲 $h = 0$. 即使兩點之間,並不能用一直線相聯,其結果也相等,如圖 1-5 所示,因爲 1 至 c 間壓力强度之增加,適等於 d 至 2 間壓力强度之減少. 上述之結論,用之於靜止之可壓縮之流體,亦屬準確,公式(2)則不適用. 欲求靜止的可壓縮流體中的壓力强度變化,可用圖 1-6 所示的流體孤立體,此孤立體係

圖 1-5 說明流體中壓力改變之路線.

一圓柱體，橫斷面積 A，中心軸垂直，高 δy，底之高度距某一基準為 y，在 y 之壓力强度為 p，在 $y+\delta y$ 處，則為 $p+(dp/dy)\delta y$，該孤立體之重為 $\gamma A dy$，γ 係在 y 處之流體單位重量．因無剪力之作用，故圖 1-6 中所示之三力必須保持平衡．

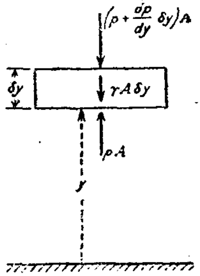

圖 1-6　作用於流體孤立體上之垂直力．

$$pA-\left(p+\frac{dp}{dy}\delta y\right)A-\gamma A\delta y=0$$

除體積，$A\,\delta y$，得簡化之恆等式，

$$dp=-\gamma\,dy \tag{3}$$

假設 γ 係一不變常數，則公式(3)，可以直接積分之，

$$p=-\gamma y+\text{常數} \tag{4}$$

公式(4)與公式(2)相等，如流體係一簡單氣體，靜止而保持溫度不變，由波義爾氏定律[1] (Boyle's law)得到壓力强度與單位重量的關係，

$$\frac{p}{\gamma}=\frac{p_0}{\gamma_0} \tag{5}$$

而常寫成 $pv_s=p_0v_{s0}$，其中 v_s 為比容(Specific volume)，卽單位重量之體積，卽係 γ 之倒數，從公式(5)中得到之 γ 值代入(3)式，而予以排列，

---

(1)　氣體定律(Gas law)，$pv_s=RT$，其中 p 係絕對壓力，v_s 係比積，T 係絕對溫度，R 係氣體常數．如用一致的單位，p 用磅每平方呎，v_s 用每磅立方呎，R 用每呎每華氏度，T 用萊氏度(Degrees Rankine) $=459.4+$ 華氏度，乾空氣 $R=53.3$ 呎/°F．波義耳氏定律，係 T 保持不變時之特殊情形．氣體定律公式，可用之於理想之氣體，參閱附錄甲，可以得到對於流體性質較為詳細之討論．)

$$dy = -\frac{p_0}{\gamma_0}\frac{dp}{p}$$

作有限積分，$y = y_0$ 時，$p = p_0$

$$\int_{y_0}^{y} dy = -\frac{p_0}{\gamma_0}\int_{p_0}^{p}\frac{dp}{p}$$

得出
$$y - y_0 = -\frac{p_0}{\gamma_0}\ln\frac{p}{p_0}$$

其中 ln 係自然對數(Natural logarithm)。解 p,

$$p = p_0 e^{-\frac{y-y_0}{p_0/\gamma_0}} \tag{6}$$

此卽係等溫度氣體中，壓力强度之變化公式.

示例 1: 假使大氣中，係等溫之情形，計算在高度 500、1000、5000 呎處之壓力强度與單位體積重量. 海平面時 $p = 14.7$ 磅/平方吋，$\gamma = 0.0765$ 磅立方呎，

$$\frac{p_0}{\gamma_0} = 14.7 \times \frac{144}{0.0765} = 27{,}670 \text{ 呎}, \quad y_0 = 0$$

運用公式(6)，
$$p = 14.7e^{-y/27670}$$

所以
$$e^{-\frac{500}{27670}} = 0.9820, \quad e^{-\frac{1000}{27670}} = 0.9644, \quad e^{-\frac{5000}{27670}} = 0.8344$$

故 高度 500 呎時

$$p = 14.7 \times 0.9820 = 14.44 \text{ 磅/吋}^2\text{絕對值}$$

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{p_0}p = 0.0765 \times 0.9820 = 0.0751 \text{ 磅/呎}^3$$

高度 1000 呎時

$$p = 14.7 \times 0.9644 = 14.18 \text{磅/吋}^2\text{絕對值}$$

$$\gamma = 0.0765 \times 0.9644 = 0.0738 \text{ 磅/呎}^3$$

高度 5000 呎時

$$p = 14.7 \times 0.8344 = 12.27 \text{ 磅/吋}^2 \text{絕對值}$$

$$\gamma = 0.0765 \times 0.8344 = 0.0638 \text{ 磅/呎}^3$$

靜止之液體，其表面必係一平面，圖 1-7 所示，係一不平之液體表面．選一孤立體，如虛線所示，有三個力作於其上，二者係垂直方向，一係水平方向．在水平方向不能成平衡狀態，由於水平方向之力無法平衡．而不平的液體表面，都能分割出如圖示之孤立體，故液體表面之不平者，均非靜止；靜止液體之表面必須水平．

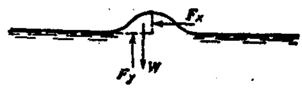

圖 1-7　不平之液體表面．

液體之壓縮性　大體而論，液體可認爲不可壓縮的，但在壓力強度有驟然改變，或極大改變之情形下，液體之壓縮性應予考慮．液體之壓縮性，用體積彈性係數(Bulk modulus of elasticity)來表示．倘使單位體積之液體，壓力強度增加爲 dp，則體積之縮小爲 $-dV$，$-dp/dV$ 之比值卽體積彈性係數 K，當液體之體積爲 V，

$$K = -\frac{dp}{dV/V} \tag{7}$$

由於 dV/V 係無因次數，故 K 之單位與 p 相同．在通常之溫度與壓力強度，水之 K 值 $\fallingdotseq$ 280,000 磅/平方吋．對於水之壓縮性，可以舉一例，以得到一些觀念．設想加 100 磅/平方吋之壓力於 1.0 立方呎之水，應用公式(7)求 $-dV$，

$$-dV = \frac{V\,dp}{K} = \frac{1}{2800}$$

是以在通常之情形下，加 100 磅/平方吋於水上，其體積之縮小僅 1/2800．當流體受壓以後，其抵抗壓力之能力增加，故 K 之值，隨