



车辆控制理论 基础及应用



● 张孝祖 主编



化学工业出版社

车辆控制理论基础及应用

张孝祖 主编



化学工业出版社

· 北京 ·

本书系统地介绍了控制理论尤其是现代控制理论的基础知识及其在车辆工程中的应用。内容包括状态空间法、线性系统的可控性与可观测性、稳定性、最优控制、随机系统控制，以及这些理论在车辆主动悬架、制动防抱死系统（ABS）、四轮转向（4WS）、自动驾驶等领域中的应用。

本书可作为高等院校车辆工程专业、载运工具运用工程专业、交通运输专业以及相关专业的高年级本科生或研究生教材，也可供车辆、交通运输等有关行业的工程技术人员阅读参考。

图书在版编目（CIP）数据

车辆控制理论基础及应用/张孝祖主编. —北京：化
学工业出版社，2006.10

ISBN 978-7-5025-9534-0

I. 车… II. 张… III. 现代控制理论-应用-汽车
工程 IV. U46

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 121322 号

车辆控制理论基础及应用

张孝祖 主编

责任编辑：程树珍 陈丽

文字编辑：陈喆

责任校对：顾淑云

封面设计：韩飞

*

化学工业出版社出版发行

（北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011）

购书咨询：(010)64518888

购书传真：(010)64519686

售后服务：(010)64518899

<http://www.cip.com.cn>

*

新华书店北京发行所经销

北京市振南印刷有限责任公司印刷

三河市宇新装订厂装订

开本 787mm×1092mm 1/16 印张 13 1/4 字数 323 千字

2007 年 1 月第 1 版 2007 年 1 月北京第 1 次印刷

ISBN 978-7-5025-9534-0

定 价：29.00 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者，本社发行部负责退换

前　　言

随着现代科学技术的发展，各专业学科之间的渗透和交叉成为必然趋势，这就要求车辆工程及其相关专业的学生了解和掌握控制理论的知识。本书就是基于学科发展的趋势和教学改革的需求，向车辆工程及其相关专业的学生们介绍控制理论尤其是现代控制理论的基本内容（包括状态空间法、线性系统的可控性与可观测性、稳定性、最优控制、随机系统控制）以及这些理论在车辆工程中的应用。通过本书的学习可以进一步拓宽车辆工程及其相关专业学生的专业知识面，学会和掌握用交叉学科的知识和方法分析问题、解决问题的能力，为今后的就业或课题研究打下坚实的理论基础。本书可作为车辆工程专业、载运工具运用工程专业、交通运输专业以及相关专业的高年级本科生或研究生教材，也可供车辆、交通运输等有关行业的工程技术人员参考。

本书的特点，一是内容取材上较好地与车辆工程及其相关专业学生的基础知识和专业知识相衔接，注重少而精，同时保持内容的完整性和系统性，便于组织教学与自学；二是叙述方法上尽量避免抽象的论证和烦琐的数学推导，着重概念的介绍和方法的应用，力争学以致用；三是追踪车辆工程前沿性的研究热点，如主动悬架、制动防抱死系统（ABS）、四轮转向（4WS）、自动驾驶等，介绍控制理论在这些领域中的应用，有助于引导、拓宽学生的研究思路和研究方法，起到抛砖引玉、举一反三的作用。

编写教材应当博取众长，加以消化吸收，同时融入自己的研究成果。本书曾作为校内讲义在车辆工程专业、载运工具运用工程专业的多届本科生和研究生中使用。由于本人水平有限，书中不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

武鹏、黄少华、蔡双飞、金志扬、陈效忠、黄炯、李辉等对本书的打印、校对、插图制作以及部分仿真计算做了大量艰苦细致的工作，在此表示衷心的感谢！同时感谢江苏大学汽车学院的领导、教师们对本书编写的关心和支持。

编　　者

2006年8月

目 录

第一章 控制理论概述	1
第一节 控制理论的产生与发展	1
第二节 控制系统的基本概念	2
一、系统的定义	2
二、控制系统的分类	3
三、控制系统的质量指标	7
四、控制系统的设计步骤	8
第三节 经典控制理论与现代控制理论	8
第二章 状态空间法	11
第一节 概述	11
一、状态空间法的提出	11
二、几个术语	11
第二节 系统的状态空间表达式	12
一、状态方程和输出方程的概念	12
二、状态空间表达式的建立	16
第三节 状态方程的解	22
一、连续型线性定常系统齐次方程的解	22
二、矩阵指数函数的计算	25
三、连续型线性定常系统非齐次方程的解	29
四、连续型系统的离散化	30
五、线性时变系统状态方程的解	31
第四节 传递函数矩阵与系统交连的解耦	36
一、由状态空间表达式确定单输入-单输出系统的传递函数	36
二、多输入-多输出系统的传递函数矩阵	37
三、闭环系统的传递函数矩阵	37
四、多输入-多输出系统的解耦问题	38
习题	40
第三章 线性系统的可控性与可观测性	43
第一节 概述	43
一、为了实现最优控制必须使系统具有可控性和可观测性	43
二、经典控制理论中没有提出可控性与可观测性问题	43
三、状态空间法提出了可控性与可观测性的问题	43
四、举例	44
第二节 可控性	45

一、可控性的定义	45
二、线性定常系统可控性判别的第一种方法	45
三、线性定常系统可控性判别的第二种方法	49
四、线性定常系统的输出可控性	50
第三节 可观测性	51
一、可观测性的定义	51
二、线性定常系统可观测性的判别方法	52
第四节 可控标准形与可观测标准形	55
一、可控标准形与可观测标准形的形式	55
二、可控标准形的可控性	57
三、可观测标准形的可观测性	61
第五节 极点配置	62
一、可控系统的特征方程	62
二、状态反馈	63
第六节 状态观测器	65
一、实现闭环控制需要状态观测器	65
二、状态观测器的设计	66
三、带状态观测器的闭环控制系统	69
四、降维观测器	72
习题	75
· 第四章 李雅普诺夫稳定性分析	77
第一节 李雅普诺夫关于稳定性的定义	77
一、状态向量的平衡状态及球域	77
二、李雅普诺夫的稳定性定义	78
三、关于李雅普诺夫稳定性定义的讨论	79
第二节 李雅普诺夫直接法	79
一、什么是李雅普诺夫直接法	79
二、李雅普诺夫直接法	80
第三节 线性定常系统的稳定性分析	83
一、线性定常系统渐近稳定的充要条件	83
二、线性定常系统的李雅普诺夫定理	84
三、离散型系统的李雅普诺夫稳定性分析	87
第四节 动态系统瞬时响应的快速性	87
一、表示动态系统瞬时响应快速性的指标—— η	87
二、线性定常系统 η 的计算	88
第五节 非线性系统的稳定性分析	89
第六节 寻找李雅普诺夫函数的变量-梯度法	90
一、有关场论的一些基本概念	91

二、变量-梯度法	92
习题	95
第五章 最优控制	96
第一节 概述	96
第二节 最优控制问题的提法和数学模型	97
一、最优控制问题的实例	97
二、性能指标	98
三、约束条件	100
四、最优控制问题的一般提法	101
五、最优控制问题的求解方法	101
第三节 变分法	101
一、从几个实例引出变分问题	101
二、一次变分与欧拉方程	103
三、含有多个未知函数的变分问题	105
四、条件极值的变分问题	107
五、变分学中的直接方法（里兹法）	110
第四节 庞特里亚金极大值原理	111
一、极大值原理	112
二、应用举例	114
第五节 具有二次型性能指标的线性系统的最优控制	119
一、二次型性能指标及其涵义	120
二、线性调节器问题的解	120
三、含有交叉项的二次型最优控制	124
四、离散系统二次型最优控制	124
五、举例	125
习题	129
第六章 车辆悬架的控制技术	132
第一节 悬架系统概述	132
一、悬架的作用	132
二、被动悬架、主动悬架、半主动悬架及其特点	132
三、悬架系统性能的评价指标	136
第二节 悬架的固有特性	136
一、悬架的不变性方程	136
二、悬架特性的不变点	137
三、悬架性能指标间的制约关系	138
第三节 车辆悬架的最优控制	142
一、悬架模型的状态空间表达式	142
二、主动悬架系统可控性与可观测性	144

三、主动悬架的最优控制	145
第七章 控制理论在汽车防抱死制动系统中的应用	149
第一节 概述	149
第二节 ABS 系统的原理	150
一、轮胎与地面的相互关系	150
二、单轮车辆制动模型	151
三、ABS 系统的结构	151
第三节 ABS 的控制算法	154
一、逻辑门限值控制	155
二、PID 控制	158
三、滑模变结构控制	159
第四节 现代控制理论在 ABS 中的应用	162
一、防抱死制动系统的状态空间描述	162
二、最优控制系统设计	164
三、计算实例	164
第八章 汽车四轮转向系统的控制技术	167
第一节 四轮转向系统概述	167
一、4WS 汽车的原理和特点	167
二、四轮转向系统的控制	169
三、四轮转向控制技术发展趋势	171
第二节 4WS 汽车模型及转向特性分析	172
一、4WS 汽车模型的建立	172
二、4WS 汽车操纵稳定性分析	173
三、4WS 汽车的响应特性	175
第三节 汽车 4WS 系统的最优控制	176
一、4WS 模型的状态空间表达式	176
二、4WS 系统可控性与可观测性	177
三、4WS 的最优控制	178
第九章 随机控制系统的基本理论及其应用	182
第一节 随机控制系统的数学模型	182
第二节 随机最优估计问题	183
一、离散系统的简化数学模型	183
二、离散系统的简化噪声特性	184
三、卡尔曼滤波的递推公式	184
四、卡尔曼滤波的稳定性	187
五、卡尔曼滤波公式的证明	188
六、当考虑输入量 U 时的离散卡尔曼滤波	191
七、连续系统的卡尔曼滤波	191

第三节 随机最优控制问题	194
一、已知条件	194
二、需要解决的问题	195
三、解决的途径	195
四、应用举例	196
第四节 汽车自动驾驶系统的控制	198
习题	200
参考文献	202

第一章 控制理论概述

在科学技术的发展过程中，自动控制起着重要的作用，它已成为机械制造业和其他工业生产过程中非常重要和不可缺少的组成部分。应用控制理论不但可使工程设计人员获得动态系统的最优性能，还可提高产品质量，降低生产成本，提高劳动生产率，并能使人们从繁重的体力劳动和重复的手工劳动中解放出来。因此，广大的工程技术人员有必要掌握一定的自动控制方面的知识，特别是近年来控制理论在汽车工程中的应用已逐渐增多，它将成为研究汽车和改进其使用性能的重要工具和方法。

本章介绍控制理论的产生和发展，控制系统的基本概念以及控制理论的研究内容、特点、方法等问题。

第一节 控制理论的产生与发展

自动控制理论是随着生产技术的发展而不断发展壮大起来的，和所有的科学技术一样，同样也经历了由简单到复杂、由低级到高级的多个阶段。纵观控制理论的发展，可分为三个阶段。

第一阶段控制理论称为经典控制理论。

从自动控制技术的发展历史可以看到，早在两千年前就有了控制技术的萌芽。两千年前，中国就发明了指南车，这是一种开环自动调节系统。公元 1086~1089 年（北宋哲宗元祐初年），中国又发明了水运仪象台，这是一种闭环自动调节系统，它利用水力运转，并能保持一个和天体运动一致的恒定速度，可使天空中运行的恒星保持在视野里。

随着科学技术与工业生产的发展，到了 18 世纪，自动控制技术逐渐应用到现代工业中。其中最卓越的代表就是由瓦特（J. Watt）发明的蒸汽机离心调速器，加速了第一次产业革命的步伐。

1868 年，马克斯韦尔（J. C. Maxwell）解决了蒸汽机调速系统中出现的剧烈振荡的不稳定性问题，提出了简单的稳定性代数判据。1895 年，劳思（Routh）与赫维茨（Hurwitz）把这种思想扩展到用高阶微分方程描述的更复杂的系统，各自独立地提出了两个著名的稳定性判据——劳思判据与赫维茨判据，基本上满足了 20 世纪初期控制工程师的需要。

到了第二次世界大战的前后，对自动控制系统的全程控制或伺服控制的要求、对控制系统的准确跟踪与补偿能力的要求、对系统的静态准确度的要求越来越高，这就促进了控制理论的迅速发展。1932 年，奈奎斯特（H. Nyquist）提出了在频率域内研究系统的频率响应法，提供了一个具有高质量的动态品质和静态准确度的军用控制系统所需要的分析工具。1948 年，伊万斯（W. R. Evans）提出了在复数域内研究系统的根轨迹法。这两项重大的贡献，使控制理论发展的第一个阶段基本上完成了。建立在奈奎斯特的频率响应法及伊万斯的根轨迹法基础上的理论目前统称为经典控制理论。

控制理论的奠基人韦纳（N. Weiner）在 1947 年把控制理论引起的自动化同“第二次产业革命”联系起来。我国著名科学家钱学森将控制理论应用于工程实践，在 1954 年出版了

《工程控制论》，为控制理论的发展与应用做出了卓越的贡献。

从 20 世纪 40 年代到 20 世纪 50 年代末，经典控制理论的发展与应用使整个世界的科学技术水平出现了巨大的飞跃，几乎在工业、农业、交通运输及国防建设的各个领域中都广泛地采用了自动控制技术。

第二阶段控制理论称为现代控制理论。

随着科学技术的飞速发展，在 20 世纪 50 年代末至 20 世纪 60 年代初出现了核能技术、电子数字计算机以及空间技术等现代技术革命。生产与科学实验的发展对控制系统提出了高速度、高精度的要求，并出现了许多大型复杂的控制问题，例如多输入-多输出系统、高速度高精度系统、非线性系统及参数时变系统等的分析与设计问题。这时，经典控制理论的局限性就明显地暴露出来，在控制理论的发展上孕育着一场新的变革。

科学技术的大发展不仅需要迅速地发展控制理论，而且也给现代控制理论的发展准备了两个重要的条件——现代数学和数字计算机。现代数学，如泛函分析、现代代数等，为现代控制理论提供了多种多样的分析工具；而数字计算机的发展更具有决定性的作用，可以说控制理论与控制技术是和数字计算机平行发展起来的。在这种情况下，于 1960 年前后开始形成现代控制理论，它的主要标志是贝尔曼等人提出的状态空间法（state space methods）、庞特里亚金极大值原理（pontryagin's maximum principle）、贝尔曼动态规划法（bellman's dynamic programming methods）、卡尔曼的可控性可观测性理论（controllability and observability）及最佳滤波理论（optimal filtering theory）。它主要通过状态空间方法，在时域范围内研究系统状态的运动规律，并实现最优化设计。现代控制理论克服了经典控制理论的许多局限性，显示了强大的生命力。现代控制理论主要用来解决具有多输入、多输出的多变量系统问题。系统可以是线性或非线性的、定常或时变的、集中参数或分布参数的，它适于解决大型复杂的控制问题，而且不限于单纯的闭环控制，可扩展为适应环、学习环控制。它的分析和综合的目标，是要揭示系统内在的规律，并通过结构辨识与参数估计，针对一定的综合性能指标，实现系统的最佳估计和最佳控制。

第三阶段控制理论现在有人称为大系统理论和智能控制理论。

该阶段的控制理论是 20 世纪 70 年代以来控制理论的新发展。在这段时期，生产技术的发展速度是惊人的，特别是电子器件与电子计算机的迅速发展，使控制理论受到很大的冲击，以至不得不引入“大系统”这个新概念。所谓大系统，就是规模十分庞大的信息与控制系统，如大型交通运输系统、大型电力网、大型通信网、大型空间控制系統等，它们大都包括若干子系统，并与有控制能力的电子计算机相结合，采用多级递阶控制，以实现多指标综合最优化。智能控制系统则是与人工智能相结合的信息与控制系统，例如模糊控制、人工神经网络等。另外，20 世纪 90 年代末以来，不少研究者提出充分利用现在的一切技术，同时从时间域和频域两种方法来设计控制系统，即择优控制（elective control）。

第二节 控制系统的基本概念

本节介绍控制系统的定义、分类、质量指标、设计步骤等基本问题。

一、系统的定义

在控制理论中所研究的系统，都可定义为由若干元件所组成，用来完成某种给定任务的

一种组合。若某系统在输入或干扰的作用下，能将输出量保持在希望的数值上时，则将这种系统称为自动调节系统，应该指出，系统的概念不仅限于物理系统，它可以扩展到任何动态现象，例如在经济、运输、人口增长和生态学等方面所遇到的一些现象。因此“系统”这个概念应当理解为包括物理学、生态学和经济学等现象的系统。

二、控制系统的分类

根据研究的需要，常将控制系统进行分类，现分别介绍如下。

(一) 按系统的结构特点分类

按系统的结构特点，可将系统分为开环系统和闭环系统。若系统的输出量对系统的控制作用没有影响，则此系统称为开环系统，其输入量与输出量的关系如图 1-1 所示。与开环系统相反，凡是系统输出量对控制作用有直接影响的系统都叫闭环系统，它是一种能对输出量与参考输入量进行比较，并力图保持两者之间的既定关系的反馈控制系统，图 1-2 所示为闭环控制系统的输出量和输入量之间的关系。



图 1-1 开环控制系统

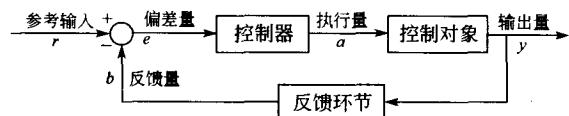


图 1-2 闭环控制系统

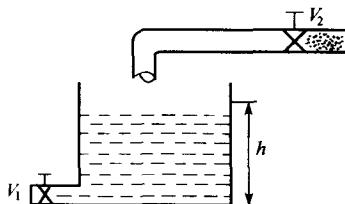


图 1-3 贮液槽液面开环控制系统（一）

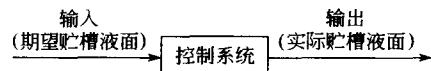


图 1-4 贮液槽液面开环控制系统（二）

开环控制系统是一种最简单的控制装置，广泛存在于日常生活与工程实际中。例如图 1-3、图 1-4 所示的液面控制系统便是一个开环控制系统，无论通过阀 V_1 的出口流量如何变化，都希望贮液槽的液面 h 保持在一定高度范围内，这可通过人工随时调节阀 V_2 以控制输入的流量来完成，由于通过阀 V_1 的输出流量不能控制通过阀 V_2 的输入流量，以保证液面的高度，即输入量与输出量无关，因此它是一个开环系统。如果在此系统中加入一个测量控制装置，将输入与输出联系起来就变成一个闭环系统，如图 1-5、图 1-6 所示，在此系统中若贮槽液面稍有变化，就会立即产生一个误差电压 e ，经放大后作用于调节阀 V_2 的拖动电机来控制流入的流量以保持液面的高度。

图 1-7 是一种柴油发动机角速度闭环控制系统。根据发动机希望的转速调整好离心调速器的预紧弹簧，使调速器的飞锤和供油阀保持在一定的位置，如果发动机的转速降低，则调速器的离心力下降，从而使供油增加，发动机转速将随之增大，直至上升到希望的转速。相反，当发动机转速增大到超过希望的转速值时，调速器的离心力便会增大，通过杠杆和油路系统使供油量减少，使发动机的转速随之下降，直至下降到希望的转速。

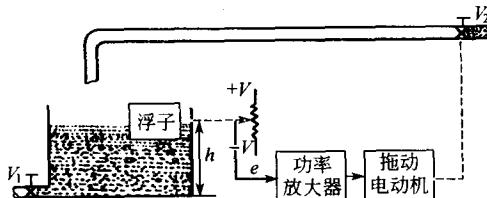


图 1-5 贮槽液面闭环控制系统 (一)

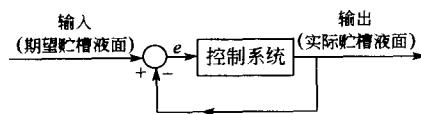


图 1-6 贮槽液面闭环控制系统 (二)

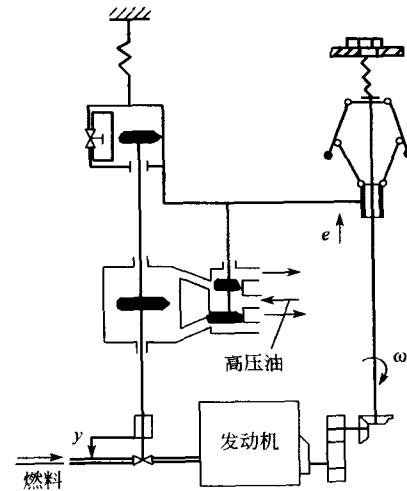


图 1-7 柴油发动机角速度闭环控制系统

汽车可以视为由若干部件所组成的物理系统，如果把环境、汽车和驾驶员看作一个统一的整体，便构成一个闭环系统，在此系统中，驾驶员操纵的方向盘使汽车转向，同时驾驶员通过眼睛、手和身体等感知来测量汽车的转向效果，并经过头脑比较和判断来修正方向盘的操纵，显然这是一个通过驾驶员把输出反馈到输入而构成的一个人工闭环系统，如图 1-8 所示，其中，驾驶员是“感受”、“测量”元件和“判断”、“指令”元件，汽车是被控或调节对象，行驶方向则是调节的参数。假如在上述系统中不计驾驶员的反馈作用，则应把汽车作为开环系统来分析，此时改变汽车运动状态的输入量（或称干扰）主要来自驾驶员操纵方向盘使前轮转向、空气动力作用（如横向风）和路面不平三个方面。如图 1-9 所示，驾驶员操纵

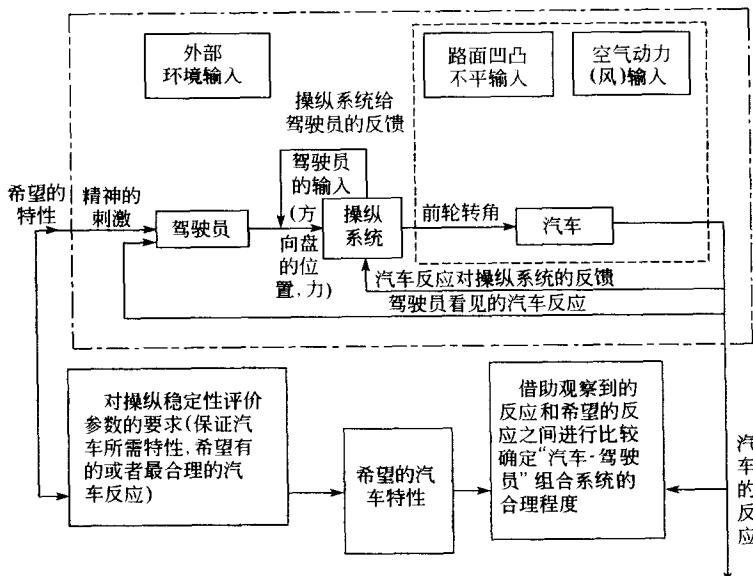


图 1-8 “汽车-驾驶员”闭环系统

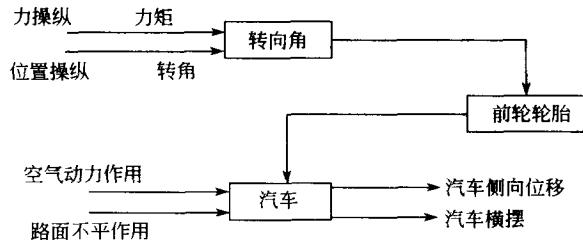


图 1-9 汽车开环控制系统

方向盘的方式可以是给方向盘一个角位移或给方向盘作用一个力矩，在汽车工程中，前者称为位置控制，后者称为力控制。可以看出，这种汽车开环系统的特点是系统的输出参数对输入控制没有影响，其输入与输出量的关系取决于系统的动力学特性。

作为汽车控制系统的另一个例子，可研究驾驶员对汽车速度的控制。驾驶员根据环境选定一合适的速度作为行驶时的参考速度，驾驶员通过观察速度表可看出汽车实际速度的大小，如果汽车行驶得太慢，他就踩下油门，使汽车速度提高；如果实际速度太高，他就释放油门而使汽车速度放慢。这就是有驾驶人员的反馈控制系统。这里的驾驶人员可以很容易地由一个机械的、电的或类似的设备来代替。用一个发电机产生正比于速度的电压来代替驾驶员观察速度表，此电压可以与对应的所希望速度的参考电压相比较。电压差可以作为偏差信号调节油门，根据需要来增大或减小速度。

采用按时基控制的交通管制系统，即红绿灯转换由定时机构控制，与路口各侧的车辆流量及行人流量无关，这种交通管制系统也是一种开环控制系统。但是如果在城市交通拥挤的地方，对等待通行信号的汽车数量进行不断的测量，并将这种信息传递到发出通行信号的中心控制计算机，则这种系统就变成了闭环控制系统。

通过以上的实例可以看出，一个闭环的控制系统一般应包括被控对象、检测装置、控制装置和执行机构四个部分。闭环自动控制系统的优点是利用输入信号与反馈至输入处的信号之间的偏差，对系统的输出进行控制。其过程是检测装置将检测到的输出信号加以处理，然后通过反馈回路送入控制装置或比较装置，并与输入信息进行比较，其偏差就是控制装置或比较装置的输出，用它来控制被控制对象，使输出满足预定的要求。

闭环系统的优点是采用了反馈，因而使系统响应对外界干扰和内部系统参数变化很不敏感，这样对于给定的控制对象，就可采用不太精密的和成本比较低的元件来构成精确的控制系统。相反，开环控制系统就不能做到这一点。但是，在闭环控制系统中往往会出现极重要的稳定性问题，这是因为闭环系统很容易引起过调，从而造成系统产生等幅振荡或变幅振荡。而对于开环系统来说，稳定性则不是一个很重要问题。因此从稳定性的观点出发，建造一个开环控制系统比较容易。综上所述，当系统输入量预先知道，且不存在任何扰动时，可采用开环系统；当存在着无法预计的扰动及元件参数存在着无法预计的变化时，应采用闭环系统。

(二) 按系统的输出变化规律分类

按系统的输出变化规律即按照系统所完成的任务可将系统分成以下几种。

(1) 定值控制(自动镇定)系统 在外界干扰下，系统的输出仍能基本保持为常量的系统。

(2) 随动系统 在外界条件作用下, 系统的输出能相应于输入在广阔范围内按任意规律变化的系统。例如, 炮瞄雷达系统就是随动系统, 飞机的位置是输入, 高射炮的指向是输出, 高射炮随飞机位置的变动而变动。

(3) 程序控制系统 在外界条件作用下, 系统的输出按预定程序变化的系统。例如, 数控机床进给系统就是程序控制系统, 显然程序控制系统可以是开环控制系统, 也可以是闭环控制系统。

(三) 按系统的数学模型分类

现代控制理论在时间域内研究多种形式的复杂系统, 因此更注重按系统的数学模型对系统进行分类。数学模型就是系统运动规律, 即系统内的元部件在一定条件下所必然产生的相应运动的数学描述。对于单变量系统, 只取一个变量 y 就可以描述这个系统对时间的函数 $y(t)$, 即系统在某个时间过程中的运动状态。通常, $y(t)$ 的规律用微分方程来描述, 该微分方程就是系统的数学模型。对于多输入-多输出系统, 系统的数学模型就是其状态方程, 这将在第二章中详述。

按照系统的数学模型可将系统分成如下几类。

(1) 按照变量 $y(t)$ 及其各阶导数的次数, 可将系统分为线性系统和非线性系统。例如: $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0$ 是线性方程, 它所描述的系统则是线性系统; 而 $\dot{y} + y\dot{y} + y^2 = 0$ 则是非线性方程, 它所描述的系统是非线性系统。

(2) 按照变量 $y(t)$ 及其各阶导数的系数是否随时间变化, 可将系统分为定常系统和时变系统。例如对于方程

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_0 y = 0$$

其中 a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 都是定常数, 它所描述的系统则是定常系统; 而 $\dot{y} + k(t)y = 0$, 其中 $k(t)$ 表示系数 k 随时间 t 变化的函数关系, 它所描述的系统则是时变系统。

(3) 根据 y 的自变量的个数为 1 还是大于 1, 可将系统的微分方程分为常微分方程和偏微分方程两种, 它们所描述的系统又可分别称为集中参数系统和分布参数系统。前面所列举的只有一个时间自变量的系统都是集中参数系统; 而偏微分方程

$$a(x) \frac{\partial^2 y(t, x)}{\partial t^2} + b(t) \frac{\partial^2 y(t, x)}{\partial x^2} = u(x)$$

所描述的系统则是分布参数系统。

(4) 根据系统的数学模型是用连续的微分方程来描述还是用离散的差分方程来描述, 可以将系统分为连续型系统和离散型系统两种。前面所列举的例子都是连续型系统; 而用差分方程

$$x(k+1) = ax(k)$$

描述的系统则是离散型系统, 式中 k 表示采样的时间序列数。当应用数字计算机分析、设计系统时, 特别是在进行实时控制时, 需要将连续型系统化为离散型系统。

(5) 按照系统中的变量是确定的还是随机的, 可将系统分为确定系统和随机系统。

(6) 按照系统的输入变量和输出变量的个数是一个还是多个, 可将系统分为单输入-单输出系统和多输入-多输出系统。

三、控制系统的质量指标

虽然不同的控制系统有不同的作用，但对它们有着一些共同的要求。评价一个控制系统的好坏，有着多种质量指标，如动态指标、稳态指标、经济指标、强度指标、可靠性指标，以及综合表示其动态、稳态的特性，供最优控制设计时加以优化的性能指标等。下面主要介绍由系统的稳态和动态性能所决定的质量指标。

1. 稳定性

系统的稳定性问题，包括系统的 $t \rightarrow \infty$ 时的渐近性能和有限时间内的稳定性。一个处于静止或平衡工作状态的系统，当受到激励时，就可能偏离原平衡状态；当激励消失后，经过一段瞬态过程，系统能恢复到原平衡状态时，则系统称为稳定的。在闭环控制系统中，各种控制元件和被控系统在响应中的时延，是产生不稳定的根源。因为当系统已达到平衡位置时，系统中固有的时延却可能导致一个反方向的校正量，这一校正量其实是应当在前一时刻产生出来、用以校正当时的误差的；当满足一定的条件时，这种反方向校正的作用将持续下去，导致系统产生等幅振荡或增幅振荡，即导致系统不稳定。

对一个能正常工作的线性系统来说，在动态过程中，可以允许产生振荡现象，但其振荡幅度必须是逐渐衰减的，即系统的被控变量在围绕其平衡位置振荡若干次以后，应能稳定到平衡位置，这种系统称为稳定系统。如果一个系统的被控变量围绕其平衡位置作等幅或增幅振荡，则被控变量将永远不能稳定在其平衡位置，这类系统就称为不稳定系统。不稳定系统在实际中是不能应用的。所以，控制系统必须首先满足稳定性的要求。

不过，在非线性控制系统中，允许出现某种等幅振荡的情况，这种现象称为自持振荡，因为产生这种振荡的原因不在于外加的信号，而完全取决于系统本身的固有特性。如果自持振荡的幅度被限制在允许范围内，那么这类系统在工程实践中仍能使用，它仍可认为是一种稳定系统。

2. 精度

系统的精度又可称为系统的静态准确度，它可用系统的稳态误差 (steady state error) 来表征。系统的稳态误差可定义为控制系统响应的稳态值与其希望值之差。在实际控制系统中，系统的稳定度与精度常常是相互联系的。如果不注意的话，在试图提高系统的精度时，将有可能使系统不稳定；或者在试图提高系统稳定性时，使系统精度达不到应有的要求。

衡量控制系统性能的另一个重要指标是增益 (gain)。它与系统的稳态误差有较密切的关系。一般来说，当系统的开环增益较大时，其稳态误差将减小。

3. 瞬态响应

通常要求系统瞬态响应的持续时间要短，振荡不要太强，其中最常用的指标是系统的过渡过程时间和超调量，这是反映系统快速性的性能指标。

衡量控制系统快速性的另一个重要指标是带宽 (bandwidth)。带宽与过渡过程的品质有很大的关系。带宽愈宽，系统的快速性愈好。但同时，带宽与控制系统的精度、稳定性也都有密切的关系。带宽太宽时，可能使噪声引起的误差增大，或引起结构谐振。所以，必须综合各方面因素，对带宽加以选择。

4. 灵敏度

系统中元件参数的改变对系统响应的影响，可用灵敏度来表示。由于环境条件的变化、

元件的不精确及老化等，都将引起系统参数的改变，从而引起输出的改变。所以对于一个控制系统来说，要求灵敏度愈低愈好；灵敏度过高，将要求元件参数十分精确，否则将引起输出的很大波动，这就将大大增加系统的成本。分析结果表明，闭环系统的灵敏度低于开环系统，这也是闭环控制系统的一大优点。

5. 抗干扰性

控制系统在工作中经常受到外界的干扰。这就要求一个系统能够有良好的抗干扰能力，能对干扰的影响加以抑制，而对有用的信号能迅速、准确地响应。所以，系统的抗干扰性直接与系统的稳态精度有关，是衡量控制系统品质的一个重要指标。

灵敏度和抗干扰性两个指标结合起来，称为系统的稳健性（robustness）指标。一个控制系统如果具有低的灵敏度和良好的抗干扰性，则称为系统是稳健的（robust）。

如何使系统性能满足上述指标，即如何保证系统的稳定性、准确性、快速性、稳健性，这是需要研究的中心问题，也是控制系统的分析与综合中考虑问题的出发点。但这几项要求常常是相互矛盾的，需要结合具体问题，折中地予以解决，或有所侧重地予以满足。

四、控制系统的.设计步骤

研究控制理论的主要目的是设计一个满足既定性能要求的最优控制系统。显然，除了所设计的控制系统必须是稳定的或有适当的相对稳定性外，还必须使控制系统的输出误差减小到零或某一小的容许者，对于具有反馈的闭环系统来说，就需要设计一个控制器来根据输出、输入和干扰的大小产生一定的控制信号来控制系统的输出。为了确定最优控制信号，必须规定一些性能指标，这些指标实际上是系统对理想性能偏离大小的度量，在整个工作时间内，控制信号变化的规律叫控制规律。从数学的观点来看，控制问题不过是在各种工程及经济的约束条件下，确定最优控制规律，使得给定的性能指标减小到最小。

在很多情况下，控制系统的设计可按以下的步骤进行。

(1) 在开始设计时，首先应熟悉技术要求或性能指标，了解给定对象和元件的动态特性，若有可能，应采用综合方法来建立系统的数学模型。

(2) 根据数学模型，采用数学方法进行计算，求出控制问题的数学解答。

(3) 将数学模型排到计算机上，对设计出来的系统在各种信号和扰动作用下的响应进行仿真，若不满意，必须进行再设计和相应的分析，这样反复进行，直到满意为止。

(4) 根据设计的控制系统，建造系统的样机，它以适当的精度代替系统的数学模型，最后还应根据建成的样机进行实验，看是否满足性能要求，否则，应对样机进行修改或重新进行设计和试验，直到样机满足要求为止。

第三节 经典控制理论与现代控制理论

本节从研究对象的数学模型、研究方法、特点等方面对经典控制理论和现代控制理论作一些分析比较，同时介绍现代控制理论的基本内容。

目前，虽然经典控制理论应用得比较广泛，但是经典控制理论有它的局限性，主要表现在以下方面。

(1) 经典控制理论只适合于单输入-单输出的线性定常系统的研究。经典控制理论的研