

2006

GCT 入学资格考试

· 第2版 ·

模拟试卷

数学分册

◆ 全国GCT入学资格考试模拟试卷编审委员会 编著

Candidate

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

Test

GCT入学资格考试真题及详解

附2003~2005年



GCT 入学资格考试模拟试卷

数 学 分 册

第 2 版

全国 GCT 入学资格考试模拟试卷编审委员会 编著



机 械 工 业 出 版 社

GCT 入学资格考试模拟试卷《数学分册》(第2版)是根据最新 GCT 联考大纲编写的,题型和题量与 2006 年实际考试试题一致。这本模拟试卷紧密联系当前的考试动态以及最新形式与政策,注重实际操作演练,共有 12 套标准模拟试卷及详细的解析,每套试卷均由一线专家题题推敲、优化设计命制完成。考生可以进行考前模拟实战训练,检验自己的学习成果,及时进行查漏补缺,有针对性地进行复习备考。本书最后还附有 2003、2004 和 2005 年 GCT 考试试卷与解析,让考生能把握命题脉搏,赢得考试高分。

本书适合于参加 2006 年 GCT 联考的考生进行考前模拟与自测。

图书在版编目 (CIP) 数据

GCT 入学资格考试模拟试卷. 数学分册/全国 GCT 入学资格考试模拟试卷编审委员会编著. —2 版. —北京: 机械工业出版社, 2006.6

ISBN 7-111-16759-7

I. G… II. 全… III. 高等数学—研究生—入学考试—习题 IV. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 058658 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 边 萌 责任编辑: 边 萌 李秀玲

责任印制: 洪汉军

北京振兴源印务有限公司印刷厂印刷

2006 年 6 月第 2 版第 1 次印刷

184mm×260mm·8.5 印张·201 千字

0 001—6 000 册

定价: 21.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68326294

编辑热线 (010) 68354423

封面无防伪标均为盗版

前 言

2004 年,国务院学位办对考试大纲进行了修订,发布了《硕士专业学位研究生入学资格考试指南(2004 年版)》,适用范围除工程硕士外,还增加了农业推广专业硕士和兽医专业硕士。GCT 考试作为国务院学位办新实行的一种考试,考试名称虽然在原来的基础上相应去掉了“工程”二字,但其考试对象主要还是工程硕士考生。

目前开设工程硕士专业的学校不断增加,工程硕士考试人群不断扩大。当前,全国各地有工科设置的高校基本都被批准开设工程硕士专业,设置专业广泛并且灵活,针对不同学历背景的考生。仅 2005 年全国新增加工程硕士设置的高校就有 23 所(23 所未包括新增的军事类高校)。现在被批准开设工程硕士专业的高校已经达到了 280 多所,是 MBA 招生院校的近 3 倍,而这种增加将与日俱增。每年工程硕士的报名人数是呈上升趋势的,2005 年 10 月的研究生联考的 13 个专业中,工程硕士专业学位以近 7.9 万人位居报名人数之首。目前招生规模仍以每年 50% 的速度递增,工程硕士研究生教育已初具规模。

随着工程硕士研究生教育的蓬勃发展,2001 年底国家成立非全日制研究生入学资格考试研究小组,在借鉴国外研究生选拔方式的基础上,提出了改革我国非全日制硕士研究生入学资格考试的新办法。国务院学位办工程硕士入学考试研究小组经过充分的调查研究,提出了两段制考试录取办法,定于 2003 年开始实施,考试大纲也随之改变。

“GCT”试卷由四部分构成:语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试、外国语(语种为英语、俄语、德语和日语)运用能力测试。“GCT”试卷满分 400 分,每部分各占 100 分。考试时间为 3 个小时,每部分为 45 分钟。

语言表达能力测试主要以语文为工具,测试考生在知识积累基础上的语言表达能力。通过考生对字、词、句、篇的阅读、分辨与理解,考查考生掌握基本的自然科学和人文社会科学知识的水平,特别是运用语言工具对知识进行表达的能力。

数学基础能力测试主要以数学基础知识为背景,重点考查考生所具有的基本数学素养、对基本数学概念的理解,考查考生逻辑思维能力、数学运算能力、空间想象能力以及分析、解决问题的能力。

逻辑推理能力测试主要考查考生应用常用的逻辑分析方法,通过对已获取的各种信息和综合知识的理解、分析、综合、判断、归纳等,引出概念,寻求规律,对事物间的关系或事件的走向趋势进行合理的判断与分析,确定解决问题的途径和方法。

外语运用能力测试所涉及的基本内容相当于四年制大学非外语专业毕业生应达到的水平,通过词汇与语法、阅读理解、完形填空等题型,着重测试考生运用外语的能力。

GCT 试题均采用客观选择题,含阅读理解、分析判断、正误辨识、情景分析、数理解题、逻辑推理等。答题形式为选择、填空等。试题知识面覆盖哲学、经济学、法学、教育学、文学、历史、理学、工学、农学以及医学等。

为帮助考生掌握考试的内容,进行考前实战模拟,我们倾力推出这套“GCT 入学资格

考试模拟试卷”。

本套模拟试卷的编写特色如下：

一、教授亲自主笔，编写阵容强大

本书由全国 GCT 入学资格考试模拟试卷编审委员会编著。编者多年来一直从事 GCT 考试的考前辅导工作，积累了丰富的教学辅导经验，对历年考试情况比较了解，对考生在复习和考试过程中可能遇到的问题把握得比较准确。

二、注重模拟实战，高效预测

本书精辟阐明解题思路，全面展现题型变化，为考生全程领航和理性分析，引领考生高效通过考试难关。考生可以利用本套试卷进行考前模拟实战训练，检验自己的学习成果，及时进行查漏补缺，有针对性地进行复习备考。希望考生能在仿真的环境下进行模拟训练，这样效果最佳。

本套模拟试卷的出版得到了北京大学和清华大学部分专家和教授的大力支持，在此表示深深的谢意。

最后祝愿各位考生在 GCT 考试中取得优异成绩！

编 者

目 录

前言

模拟试卷一	1
模拟试卷二	4
模拟试卷三	7
模拟试卷四	10
模拟试卷五	13
模拟试卷六	16
模拟试卷七	20
模拟试卷八	23
模拟试卷九	26
模拟试卷十	29
模拟试卷十一	32
模拟试卷十二	36

数学分册模拟试卷参考答案与解析

模拟试卷一参考答案与解析	39
模拟试卷二参考答案与解析	44
模拟试卷三参考答案与解析	50
模拟试卷四参考答案与解析	55
模拟试卷五参考答案与解析	61
模拟试卷六参考答案与解析	66
模拟试卷七参考答案与解析	72
模拟试卷八参考答案与解析	77
模拟试卷九参考答案与解析	82
模拟试卷十参考答案与解析	87
模拟试卷十一参考答案与解析	92
模拟试卷十二参考答案与解析	97

附录	102
2003 年 GCT 入学资格考试数学基础能力试题	102
2003 年 GCT 入学资格考试数学基础能力试题参考答案与解析	105
2004 年 GCT 入学资格考试数学基础能力试题	109
2004 年 GCT 入学资格考试数学基础能力试题参考答案与解析	113
2005 年 GCT 入学资格考试数学基础能力试题	119
2005 年 GCT 入学资格考试数学基础能力试题参考答案与解析	122

模拟试卷一

(本试卷满分为 100 分, 考试时间为 45 分钟)

在每小题给出的 4 个选项中, 只有一项正确。

1. 50 能被 25 整除, 25 能被 5 整除, 所以 50 是 25 和 5 的 ()。

- A. 公约数 B. 最大公约数 C. 公倍数 D. 最小公倍数

2. 设 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 且 $\frac{AB}{A'B'} = \frac{3}{5}$, 若 $\triangle ABC$ 的面积是 $a-2$, $\triangle A'B'C'$ 的面积是 $a+2$,

试求 a 的值为 ()。

- A. 4.25 B. 3.75 C. 2.25 D. 1.05

3. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m-2)x + m^2 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 ()。

- A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m > -1$ D. $m < -1$

4. 设 $x-y$ 与 $\frac{1}{x+y}$ 成反比例, 比例系数为 k ; y 与 x 成正比例, 比例系数为 $1+k$, 则 k

的值为 ()。

- A. -3 B. 3 C. 1 D. -1

5. 如果将方程 $\frac{x+2}{x^2+2} + \frac{2(x^2+2)}{x+2} = 3$ 变形为 $y + \frac{2}{y} = 3$, 下列换元正确的是 ()。

- A. $\frac{1}{x^2+2} = y$ B. $\frac{2x^2}{x+2} = y$ C. $\frac{x}{x^2+2} = y$ D. $\frac{x+2}{x^2+2} = y$

6. 有编号为 1、2、3 的 3 个盒子和 10 个相同的小球, 现把这 10 个小球全部装入 3 个盒中, 使得每个盒子所装球数不小于盒子的编号数, 这种装法共有 ()。

- A. 9 B. 12 C. 15 D. 18

7. 设 $f(n) = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \cdots + \frac{1}{2n}$ ($n \in \mathbf{N}$), 那么 $f(n+1) - f(n)$ 等于 ()。

- A. $\frac{1}{2n+1}$ B. $\frac{1}{2n+2}$ C. $\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2}$ D. $\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+2}$

8. 下列不等式中成立的是 ()。

- A. $\sin 1 < \sin 4$ B. $\cos 1 < \cos 4$ C. $\tan 1 < \tan 4$ D. $\cot 1 < \cot 4$

9. 复数 $z = 1 + \cos \theta + i \sin \theta$ ($\pi < \theta < 2\pi$) 的模为 ()。

- A. $2\cos \frac{\theta}{2}$ B. $-2\cos \frac{\theta}{2}$ C. $2\sin \frac{\theta}{2}$ D. $-2\sin \frac{\theta}{2}$

10. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 1\}$, 映射 $f: M \rightarrow N$, 在 f 作用下点 (x, y) 的像为 $(2^x, 2^y)$, 则集合 N 为 ()。

- A. $\{(x, y) | x+y=2, x>0, y>0\}$ B. $\{(x, y) | xy=1, x>0, y>0\}$
 C. $\{(x, y) | xy=4, x>0, y>0\}$ D. $\{(x, y) | xy=2, x>0, y>0\}$

11. 映射: $f: A \rightarrow B$ 是一种对应, 对于这种对应以下说法错误的是 ()。

- A. A 中的每一个元素都存在 B 中的元素和它对应
 B. A 中的元素不能对应 B 中一个以上的元素
 C. A 中可以有二个或二个以上的元素对应 B 中的一个元素
 D. B 中不可有多余元素

12. 若一个长方体的表面积是 22cm^2 , 所有棱长之和为 24cm , 则长方体的体对角线长为 () cm 。

- A. $\sqrt{14}$ B. $\sqrt{12}$ C. $2\sqrt{133}$ D. $\sqrt{122}$

13. 半径为 R 的三个球两两外切放置于桌面上, 与这三个球都外切的第四个小球也放在桌面上, 则小球的半径为 ()。

- A. R B. $\frac{1}{2}R$ C. $\frac{1}{3}R$ D. $\frac{2}{3}R$

14. 若三角形的三边长分别为 3、4、5, 则其外接圆直径的长等于 ()。

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

15. 圆的周长为 6π , 则该圆上夹角为 60° 的扇形的面积为 ()。

- A. $\frac{1}{2}\pi$ B. π C. $\frac{3}{2}\pi$ D. 2π

16. 设 $f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \leq 1 \\ 2x+3, & x > 1 \end{cases}$ 在点 $x=1$ 处连续, 则 a 的值为 ()。

- A. 1 B. 5 C. 3 D. 0

17. 设 $f(x) = \frac{x}{a+e^{bx}}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, 则 a, b 满足 ()。

- A. $a < 0, b < 0$ B. $a > 0, b > 0$ C. $a \leq 0, b > 0$ D. $a \geq 0, b < 0$

18. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (x+x^2) \ln \frac{1+x}{1-x} dx$ 的值为 ()。

- A. 0 B. $1 - \frac{3}{4} \ln 3$ C. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \ln 3$ D. $1 + \frac{5}{4} \ln 3$

19. 设 $f(x^2-1) = \ln \frac{x^2}{x^2-2}$, 且 $f[\varphi(x)] = \ln x$, 则 $\int_e^{e+1} \varphi(x) dx =$ ()。

- A. $3 - 2\ln(e-1)$ B. $3 + 2\ln(e-1)$ C. $2\ln(e-1) - 1$ D. $2\ln(e-1) + 1$

20. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & -a & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ -1 \end{bmatrix}$, 若 AB 与 B 线性相关, 则 ()。

- A. $a=0$ B. $a=-1$ C. $a \neq 0$ D. $a \neq -1$

21. 线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + ax_3 + 7x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = a + 5 \end{cases}$$
 无解, 则 $a = (\quad)$ 。

- A. 1 B. -2 C. -1 D. -4

22. 设 A 是 n 阶矩阵, a 是 n 维向量, 若秩 $\begin{bmatrix} A & a \\ a^T & 0 \end{bmatrix} = \text{秩}(A)$, 则线性方程组 $(\quad)$ 。

- A. $Ax=a$ 必有无穷多解 B. $Ax=a$ 必有惟一解
C. $\begin{bmatrix} A & a \\ a^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0$ 仅有零解 D. $\begin{bmatrix} A & a \\ a^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0$ 必有非零解

23. 设 A 为 n 阶方阵, $r(A)=n-3$, 且 a_1, a_2, a_3 是 $Ax=0$ 的三个线性无关的解向量, 则 $Ax=0$ 的基础解系为 $(\quad)$ 。

- A. $a_1 + a_2, a_2 + a_3, a_3 + a_1$ B. $a_2 - a_1, a_3 - a_2, a_1 - a_3$
C. $2a_2 - a_1, \frac{1}{2}a_3 - a_2, a_1 - a_3$ D. $a_1 + a_2 + a_3, a_3 - a_2, -a_1 - 2a_3$

24. A 为 $m \times n$ 阶矩阵, $r(A)=r$, 则非齐次线性方程组 $Ax=B$ 有无穷多解的条件是 $(\quad)$ 。

- A. $r(A:B)=r$ B. $r(A:B)=r$ 且 $r < n$
C. $r < m$ D. $r = n$

25. 非齐次线性方程组 $Ax=B$ 与其导出组 $Ax=0$ 满足 $(\quad)$ 。

- A. $Ax=0$ 有惟一解, 则 $Ax=B$ 也有惟一解
B. $Ax=B$ 有无穷多解, 则 $Ax=0$ 也有无穷多解
C. $Ax=0$ 有无穷多解, 则 $Ax=B$ 也有无穷多解
D. $Ax=0$ 有惟一解, 则 $Ax=B$ 也有无穷多解

模拟试卷二

(本试卷满分为 100 分, 考试时间为 45 分钟)

在每小题给出的 4 个选项中, 只有一项正确。

1. 一件工作, 甲单独做 12h 可以完成, 现在甲、乙合做 2h 后, 甲因事外出, 剩下的工作乙又用了 5.5h 做完, 如果这件工作全部由乙做, 则需要 () h。

- A. 11 B. 10 C. 9 D. 8

2. 已知 $\frac{|x+y|}{x-y} = 2$, 则 $\frac{x}{y}$ 等于 ()。

- A. $\frac{1}{2}$ B. 3 C. $\frac{1}{3}$ 或 3 D. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$

3. 如果关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 6x + 9 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 ()。

- A. $k < 1$ B. $k \neq 0$ C. $k < 1$ 且 $k \neq 0$ D. $k > 1$

4. 甲、乙两人同时从寝室到教室, 甲一半路程步行, 一半路程跑步; 乙一半时间步行, 一半时间跑步, 如果两人步行速度、跑步速度均相同, 则 ()。

- A. 甲先到教室 B. 乙先到教室
C. 两人同时到教室 D. 谁先到教室不确定

5. 铜片绕在盘上, 空盘时, 盘心直径 40mm, 满盘直径 80mm, 已知铜片的厚度是 0.1mm, 求满盘时, 一盘铜片共长 ()。

- A. 151m B. 200m C. 168m D. 90m

6. A 、 B 分别是复数 z_1 、 z_2 在复平面上对应的两点, O 是原点, 若 $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$, 则 $\triangle AOB$ 是 ()。

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

7. 从 1, 2, $\dots$, 8, 9 九个不同的数字中, 每次任取两个写成 $\log_a b$ 的形式, 能组成不同的且大于 1 的对数值有 () 个。

- A. 26 B. 27 C. 28 D. 71

8. 办公室有 40 支笔, 其中 30 支是黑笔, 10 支是红笔。从中任取 4 支, 其中至少有 1 支为红笔的概率是 ()。

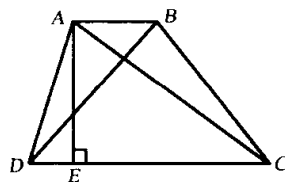
- A. 0.525 0 B. 0.700 1 C. 0.602 6 D. 0.832 7

9. 若 $\cot \alpha = 2$, 则 $\sin 2\alpha + \sin^2 \alpha$ 的值是 ()。

- A. 1 B. -1 C. 2 D. 以上都不对

10. 如图所示, 已知 $AB \parallel CD$, $AE \perp DC$, $AE = 12$, $BD = 15$, $AC = 20$, 则梯形 $ABCD$ 的面积是 ()。

- A. 130 B. 140
C. 150 D. 160



11. 球面上有 3 个点, 其中任意两点的球面距离都等于大圆周长的 $\frac{1}{6}$, 经过这 3 个点的小圆的周长为 4π , 那么球的半径为 ().

- A. $4\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

12. 设 a, b, c 是任意的非零平面向量, 且相互不共线, 则下列命题

- (1) $(a \cdot b)c - (c \cdot a)b = 0$
 (2) $|a| - |b| < |a - b|$
 (3) $(b \cdot c)a - (c \cdot a)b$ 不与 c 垂直
 (4) $(3a + 2b) \cdot (3a - 2b) = 9|a|^2 - 4|b|^2$

中, 是真命题的有 ().

- A. (1)、(2) B. (2)、(3) C. (3)、(4) D. (2)、(4)

13. 若直线 $y = x + t$ 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 相交于 A、B 两点, 当 t 变化时, $|AB|$ 的最大值为 ().

- A. 2 B. $\frac{4\sqrt{5}}{4}$ C. $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

14. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的经过焦点的弦的中点的轨迹方程是 ().

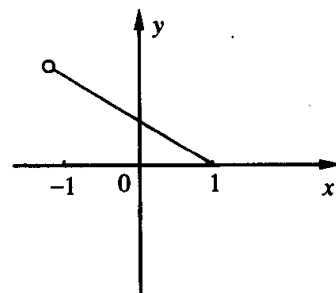
- A. $y^2 = x - 1$ B. $y^2 = 2(x - 1)$ C. $y^2 = x - 2$ D. $y^2 = 2x - 1$

15. 下列函数在 x 的给定趋向下, 极限存在的有 ().

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2^x - 1}$ B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} e^{\frac{1}{x-1}}$
 C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x+1)}{2x^2}$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} y, y = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 0 \\ 2^x, & x \geq 0 \end{cases}$

16. 如图所示, 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x}{1+x^{2n}}$, 则函数 $f(x)$ ().

- A. 存在间断点 -1 B. 存在间断点 0
 C. 存在间断点 1 D. 不存在间断点



17. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{3\sin(x-1)}{x-1}, & x < 1 \\ e^{2ax} - e^{ax} + 1, & x \geq 1 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续,

则 $a =$ ().

- A. $\ln 2$ B. 0 C. 2 D. 任意实数

18. $f(x) = \begin{cases} \ln(1+x), & -1 < x \leq 0 \\ \sqrt{1+2x} - 1, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处 ().

- A. 不可导 B. 可导, 且 $f'(0) = -2$
 C. 可导, 且 $f'(0) = 2$ D. 可导, 且 $f'(0) = 1$

19. 曲线 $y = e^{\frac{1}{x^2}} \arctan \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)(x+2)}$ 的渐近线有 ()。

- A. 一条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

20. 设 f 有一阶连续导数, $I = \int_0^\pi f(\cos x) \cos x dx - \int_0^\pi f'(\cos x) \sin^2 x dx$, 则 $I =$ ()。

- A. 0 B. 1 C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

21. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 7 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$, 其中 A_{4j} 为元素 a_{4j} ($j=1, 2, 3, 4$) 的代数余子式, 那么

$A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44} =$ ()。

- A. 0 B. 1 C. 6 D. 3

22. 设 A, B 为 n 阶方阵, 则下列结论成立的是 ()。

- A. $AB \neq 0 \Leftrightarrow A \neq 0$ 且 $B \neq 0$ B. $|A| = 0 \Leftrightarrow A = 0$
C. $|AB| = 0 \Leftrightarrow |A| = 0$ 或 $|B| = 0$ D. $A = E \Leftrightarrow |A| = 1$

23. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, 矩阵 x 满足 $A * x = A^{-1} + 2x$, 其中 $A *$ 是 x 的伴随矩阵,

则矩阵 $x =$ ()。

- A. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ B. $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ C. $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

24. 已知 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$, 则 $(A^*)^{-1} =$ ()。

- A. $\frac{1}{n!} A$ B. $(-1)^{n-1} \frac{A}{n!}$ C. $\frac{1}{n!} A^{-1}$ D. $\frac{(-1)^{n+1}}{n!} A^{-1}$

25. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & x \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$, A 有特征值 $\lambda_1 = 6$, $\lambda = 2$ (二重), 且 A 有三个线性无关的特

征向量, 则 x 为 ()。

- A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

模拟试卷三

(本试卷满分为 100 分, 考试时间为 45 分钟)

在每小题给出的 4 个选项中, 只有一项正确。

1. 为了营造人与自然和谐共处的生态环境, 某市近年加快实施城乡绿化一体化工程, 创建国家城市绿化一体化城市。某校甲、乙两班师生前往校区参加植树活动, 乙知甲班每天比乙班少种 10 棵树, 甲班种 150 棵树所用的天数比乙班种 120 棵树所用的天数多 2 天, 则甲、乙两班每天各植树 () 棵。

- A. 20、30 B. 30、40 C. 30、35 D. 25、40

2. 如果将方程 $\frac{x+2}{x^2+2} + \frac{2(x^2+2)}{x+2} = 3$ 变形为 $y + \frac{2}{y} = 3$, 则下列换元正确的是 ()。

- A. $\frac{1}{x^2+2} = y$ B. $\frac{2x^2}{x+2} = y$ C. $\frac{x}{x^2+2} = y$ D. $\frac{x+2}{x^2+2} = y$

3. 设 a 、 b 、 c 为非零实数, 则 $M = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ 的所有值组成的集合为 ()。

- A. $\{4\}$ B. $\{-4\}$ C. $\{4, -4, 0\}$ D. $\{0\}$

4. 若 $(a^{m+1} \cdot b^{n+2}) \cdot (a^{2n-1} \cdot b^{2m}) = a^5 b^3$, 则 $m+n$ 的值为 ()。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. -3

5. “复数 $a+bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 为纯虚数”是“ $a=0$ ”的 ()。

- A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

6. 某人欲从 5 种甲股票和 4 种乙股票中选购 4 种, 其中至少有甲、乙股票各一种的选购方法共有 () 种。

- A. 110 B. 120 C. 130 D. 140

7. 将数字 1、2、3、4 填入标号为 1、2、3、4 的四个方格中, 每格填一个数字, 则每个方格的标号与所填数字均不相同的概率是 ()。

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{1}{24}$ D. $\frac{9}{4^4}$

8. $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{\lg(3+2x-x^2)}$ 的定义域为 ()。

- A. $[2, 3)$ B. $(2, 3)$
C. $[2, 1+\sqrt{3}) \cup (1+\sqrt{3}, 3)$ D. $(2, 1+\sqrt{3}) \cup (1+\sqrt{3}, 3)$

9. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_4 a_7 = -512$, $a_3 + a_8 = 124$, 且公比 $k \in \mathbf{Z}$ (整数集合), 则 $a_{10} =$ ()。

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 512 C. $-\frac{1}{2}$ 或 512 D. $\frac{1}{2}$

10. 若 $\alpha \in [0, 2\pi]$, 且 $\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} + \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = \sin\frac{\alpha}{2} - \cos\frac{\alpha}{2}$, 则 α 的取值范围是 ().

- A. $[0, 2\pi]$ B. $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ C. $[0, \pi]$ D. $[\pi, 2\pi]$

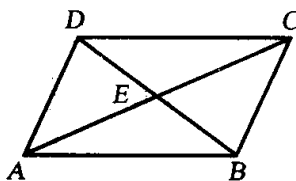
11. 用某种兽药治病牛, 治愈率为 95%。用这种药治 4 头病牛, 至少有 3 头被治愈的概率大约是 ().

- A. 0.93 B. 0.95 C. 0.79 D. 0.99

12. 设直线 $(m+2)x + (m^2 - 3m) + 4 = 0$ 与 $4x + 2(m-3) + 7 = 0$ 平行, 则 m 的值是 ().

- A. 2 B. 3 C. $\frac{2}{7}$ D. 2 或 3

13. 如图所示, 已知 $\square ABCD$ 的两条对角线交于点 E .



设 $AB = e_1$, $AD = e_2$, 则用 e_1 , e_2 表示 ED 的表达式为 ().

- A. $-\frac{1}{2}e_1 - \frac{1}{2}e_2$ B. $-\frac{1}{2}e_1 + \frac{1}{2}e_2$ C. $\frac{1}{2}e_1 - \frac{1}{2}e_2$ D. $\frac{1}{2}e_1 + \frac{1}{2}e_2$

14. 若向量 $a = (1, 1)$, $b = (1, -1)$, $c = (-1, 2)$, 则 c 等于 ().

- A. $-\frac{1}{2}a + \frac{3}{2}b$ B. $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b$ C. $\frac{3}{2}a - \frac{1}{2}b$ D. $-\frac{3}{2}a + \frac{1}{2}b$

15. 棱长均为 4 的正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, M 为 A_1B_1 的中点, 则点 M 到 BC 的距离为 ().

- A. $\sqrt{19}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{7}$

16. 设 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ a, & x \geq 1 \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} b, & x < 0 \\ x+3, & x \geq 0 \end{cases}$

若 $f(x) + g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 则有 ().

- A. $a=2$, b 为任意实数 B. $b=3$, a 为任意实数
C. $a=2$, $b=3$ D. $a=-2$, $b=3$

17. 设 $I = \int_0^1 e^{-\sqrt{x}} dx$, $J = \int_0^1 xe^{-x} dx$, $K = \int_0^1 e^{-x} dx$, 则 I, J, K 的大小关系是 ().

- A. $I < J < K$ B. $J < K < I$ C. $K < J < I$ D. $J < I < K$

18. 若函数 $f(x)$ 的导函数是 e^{-x} , 则 $f(x)$ 有一个原函数为 ().

- A. $1+e^{-x}$ B. $1-e^{-x}$ C. $1+xe^{-x}$ D. $1-xe^{-x}$

19. 已知 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$, 则方程 $f'(x) = 0$ 有 ().

- A. 分别位于区间 $(1, 2)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(3, 4)$ 内的三个实根
B. $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=3$, $x_4=4$ 四个实根
C. 分别位于 $(0, 1)$ 、 $(1, 2)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(3, 4)$ 内的四个实根
D. 分别位于 $(1, 2)$ 、 $(1, 3)$ 、 $(1, 4)$ 内的三个实根

20. 曲线 $y = x(x-1)(2-x)$ 与 x 轴所围图形的面积可表示为 ().

A. $-\int_0^2 x(x-1)(2-x)dx$

B. $\int_0^2 x(x-1)(2-x)dx$

C. $\int_0^1 x(x-1)(2-x)dx - \int_1^2 x(x-1)(2-x)dx$

D. $-\int_0^1 x(x-1)(2-x)dx + \int_1^2 x(x-1)(2-x)dx$

21. 星形线 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ 所围成的图形绕 x 轴旋转所得旋转体的体积为 ()。

A. $\frac{32}{105}\pi a^3$

B. $\frac{3}{65}\pi a^3$

C. $\frac{23}{118}\pi a^3$

D. $\frac{5}{68}\pi a^3$

22. 若 $a_{1i}a_{23}a_{35}a_{4j}a_{44}$ 是 5 阶行列式中带有正号的一项, 则 i, j 之值分别为 ()。

A. $i=1, j=3$

B. $i=2, j=3$

C. $i=1, j=2$

D. $i=2, j=1$

23. 已知方程组 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 \\ 1 & a & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ 无解, 则 $a =$ ()。

A. -1

B. 3

C. 3 或 -1

D. -3 或 -1

24. 向量 $\mathbf{a}_1 = (1, 4, 2)^T$, $\mathbf{a}_2 = (2, 7, 3)^T$, $\mathbf{a}_3 = (0, 1, a)^T$ 可以表示任一个三维向量, 则 $a \neq$ ()。

A. -1

B. 0

C. 1

D. $\frac{3}{2}$

25. 矩阵 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 的三个特征值是 ()。

A. $2, 0, 0$

B. $1, -1, 0$

C. $-1, -1, -1$

D. $2, -1, -1$

模拟试卷四

(本试卷满分为 100 分, 考试时间为 45 分钟)

在每小题给出的 4 个选项中, 只有一项正确。

1. 若 $(\sqrt{3}-a)^2$ 与 $|b-1|$ 互为相反数, 则 $\frac{2}{a-b}$ 的值为 ()。

- A. 0 B. $\sqrt{3}+1$ C. $\sqrt{3}-1$ D. $\sqrt{3}$

2. 某商场从 A、B、C 三种渠道进了一批同规格的电视机, A 渠道进了 100 台, 单价为 2 450 元; B 渠道进了 50 台, 单价为 2 480 元; C 渠道进了 150 台, 单价为 2 420 元; 为了使这批电视机的毛利率不低于 10%, 每台的平均售价不低于 () 元。

- A. 2 728 B. 2 680 C. 2 684 D. 2 846

3. 已知关于 x 的方程 $\frac{x}{3}+a=\frac{x}{2}-\frac{1}{6}(x-6)$ 无解, 则 a 的值是 ()。

- A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 不等于 1 的数

4. 给出三个等式

① $f(x+y)=f(x)+f(y)$ ② $f(xy)=f(x)+f(y)$ ③ $f(xy)=f(x)\cdot f(y)$

则下列函数中不满足其中任何一个等式的函数是 ()。

- A. x^2 B. $2x$ C. $\sin x$ D. $\lg x$

5. 二项式 $(1+x)^{100}$ 的展开式中系数之比为 33:68 的相邻两项是 ()。

- A. 第 33、34 项 B. 第 32、33 项 C. 第 31、32 项 D. 第 30、31 项

6. 已知 $\sin\alpha+\sin\beta=1$, $\cos\alpha+\cos\beta=0$, 那么 $\cos 2\alpha+\cos 2\beta$ 等于 ()。

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1

7. 若函数 $y=1-2\cos x-2\sin^2 x$ 的值域为 $[a, b]$, 则 b^2+4a 的值为 ()。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 设 $\{a_n\}$ 是正数数列, 其前 n 项的和为 S_n , 且满足: 对一切 $n \in \mathbf{Z}^+$, a_n 与 2 的等差中项等于 S_n 与 2 的等比中项, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为 ()。

- A. $a_n=n^2+n$ B. $a_n=n^2-n$ C. $a_n=3n-1$ D. $a_n=4n-2$

9. 设 $z=\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}$, 若 $z^n=\bar{z}(n \in \mathbf{N})$, 则 n 的最小值为 ()。

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

10. 已知函数 $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ 的反函数是 $f^{-1}(x)$, 而且 $|f^{-1}(-0.8)|+|f^{-1}(0.6)|=k$, 则 ()。

- A. $k \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ B. $k \in \left(\frac{1}{2}, 0\right)$ C. $k \in \left(1, \frac{3}{2}\right)$ D. $k \in \left(\frac{3}{2}, 2\right)$

11. 已知 θ 是第三象限的角, 且有 $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = \frac{5}{9}$, 则 $\sin 2\theta =$ ()。

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

12. 半球内有一内接正方体, 则该半球的全面积与正方体的全面积之比为 ()。

- A. $\frac{3\pi}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{4}$

13. 直线 $ax - by = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - ax + by = 0$ ($a, b \neq 0$) 的位置关系是 ()。

- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 视 a, b 的值而定

14. 圆锥的侧面展开图是一个半径为 18cm, 圆心角为 240° 的扇形, 则它的体积是 ()。

- A. $144\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ B. $240\pi \text{ cm}^3$ C. $288\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ D. $288\sqrt{5}\pi \text{ cm}^3$

15. 设 $f(x)$ 是连续函数, $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数, 则下列各项中正确的是 ()。

- A. 当 $f(x)$ 为奇函数时, $F(x)$ 必为偶函数
B. 当 $f(x)$ 为偶函数时, $F(x)$ 必为奇函数
C. 当 $f(x)$ 为周期函数时, $F(x)$ 必为周期函数
D. 当 $f(x)$ 为单调增函数时, $F(x)$ 必为单调增函数

16. $\int_0^1 \ln(1 + \sqrt{x}) dx =$ ()。

- A. $\ln 2$ B. 11 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

17. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \ln \sqrt{x^2 + a^2}, & x \geq 1 \\ e^{b(x-1)} - 1, & x \leq 1 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上可导, 则有 ()。

- A. $a=0, b=2$ B. $a=0, b=1$
C. $a=\frac{1}{e}-1, b=2$ D. $a=e-1, b=1$

18. 设 $F(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2} + \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{dt}{1+t^2}$ ($x > 0$), 则 $F(x) =$ ()。

- A. $F(x)=0$ B. $F(x)=\frac{\pi}{2}$ C. $F(x)=\arctan x$ D. $F(x)=2\arctan x$

19. 设 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上连续, 且 $f(x) + f(2-x) \neq 0$, 则 $I = \int_0^2 \frac{f(x)}{f(x) + f(2-x)} (2x - x^2) dx =$ ()。

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 1

20. 设 $f(x^2 - 1) = \ln \frac{x^2}{x^2 - 2}$, 且 $f[\varphi(x)] = \ln x$, 则 $\int_e^{e+1} \varphi(x) dx =$ ()。

- A. $3 - 2\ln(e-1)$ B. $3 + 2\ln(e-1)$ C. $2\ln(e-1) - 1$ D. $2\ln(e-1) + 1$

21. 设 4 阶矩阵 $A = [\alpha, r_2, r_3, r_4]$, $B = [\beta, r_2, r_3, r_4]$, 其中 $\alpha, \beta, r_2, r_3, r_4$ 均为四维