

中学数学教学

理论与实践

苟立云 编著



哈尔滨地图出版社

中学数学教学理论与实践

ZHONGXUE SHUXUE JIAOXUE LILUN YU SHIJIAN

苟立云 编著

哈尔滨地图出版社

·哈尔滨·

图书在版编目(CIP)数据

中学数学教学理论与实践/苟立云编著. —哈尔滨:
哈尔滨地图出版社, 2006. 4
ISBN 7-80717-309-2

I. 中… II. 苟… III. 数学课—教学研究—中学
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 038115 号

哈尔滨地图出版社出版发行

(地址: 哈尔滨市南岗区测绘路 2 号 邮编: 150086)

哈尔滨书刊印刷厂印刷

开本: 850 mm × 1 168 mm 1/32 印张: 9.25 字数: 230 千字

2006 年 4 月第 1 版 2006 年 4 月第 1 次印刷

印数: 1~300 定价: 20.00 元

前 言

随着我国基础教育与课程改革的不断深入和初、高中各科课程标准的实施,我国高等院校的学科教育面临着十分严峻的挑战。为了适应 21 世纪基础教育改革的需要,改进高师数学教育课程的教学,编者在对高等师范院校数学教育课程进行了广泛的研究之后,结合多年的教育教学经验,编写了此书。

本书的内容主要有三部分:其一,中学数学教育改革,包括中外数学课程改革趋势;其二,中学数学教学理论,包括数学课程标准、教学原则、教学模式等;其三,中学数学教学实践,包括数学概念、命题、问题解决的教学设计等。

本书的内容力求突出时代性和前瞻性;坚持了示范性与基础性的统一,发展性与实用性的统一;注重了可操作性和对学者的指导性。

本书在编写过程中参阅了许多专家学者的著作和研究成果,特此说明并向有关的同仁专家表示诚挚的谢意。由于编者水平有限,书中难免有不当之处,恳请广大同仁和读者批评指正。

编 者
2006 年 4 月

内 容 提 要

本书以现代教育的最新理论研究成果,介绍了国内外数学教学改革的理论与实践,以及我国数学教育改革与发展等若干重大且基本的问题;阐述了中学数学的课程目标、教学原则、教学模式、教学方法;论述了中学数学的逻辑基础知识、中学数学思维与能力;同时对数学概念、命题、问题解决的教学设计进行了专题研究。

本书可以作为高等院校数学与应用数学专业学生数学教育用书,也可以作为中学数学教学研究人员和中学数学教师的教学参考用书。

目 录	
绪 论	1
第一章 中学数学教学改革与发展	5
第一节 国际中学数学教学改革与发展	5
第二节 国际中学数学教学改革的新特点	8
第三节 我国中学数学教学改革与发展	16
第二章 新一轮国家基础教育课程改革	26
第一节 新一轮国家基础教育课程改革的兴起	26
第二节 新课程的理念与创新	29
第三节 新课程目标与内容特点	35
第四节 《数学课程标准》理念下的数学教学	40
第三章 中学数学的课程目标	67
第一节 确定中学数学课程目标的依据	67
第二节 中学数学课程目标	72
第三节 我国中学数学课程目标(教育目的)提法的变迁及其评价	80
第四节 现代数学观和数学教育观	86
第四章 数学教学过程及教学模式	90
第一节 数学教学过程的基本要素分析	90
第二节 数学教学的几种新模式	94
第五章 中学数学的教学原则和教学方法	109
第一节 中学数学教学原则	109

第二节	中学数学的教学方法	115
第三节	数学教学方法的改革与实验	120
第四节	现代数学教学方法的特点与发展趋势	127
第六章	中学数学逻辑基础	133
第一节	概念及其定义	133
第二节	判断与命题	146
第三节	形式逻辑的基本规律	155
第四节	数学推理与数学证明	158
第七章	数学概念、命题及问题解决的教学设计	172
第一节	数学概念的教学设计	172
第二节	数学命题的教学设计	195
第三节	数学问题解决的教学设计	216
第八章	中学数学思维与数学能力	240
第一节	数学思维及其类型	240
第二节	数学思维方式	248
第三节	数学思维的智力品质	252
第四节	数学创造性思维及其培养	260
第五节	数学教学与能力培养	270
参考文献		286

绪论 作为课程的数学教学论

数学教学论是我国师范院校数学系数学教育专业必修课程。数学教学论是研究数学教学过程中教和学的联系、相互作用及其统一的科学。具体地说,数学教学论是以一般教学论和教育学的基本理论为基础,从数学教育的实际出发,分析数学教学过程的特点,总结长期以来数学教学的历史经验,揭示数学教学过程的规律,研究数学教学过程中的诸要素(教学方法、教学组织形式、教学的物质条件等)及其相互间的关系,帮助教师端正教学思想和形成教学技能,并对数学教学的效果开展科学的评价。通过学习,使学生获得系统的数学教学论知识和数学教学基本技能与教学方法,提高学生对数学教育的整体认识水平,提高数学教学水平和教育研究能力,并能运用所学的理论和方法解决实际问题。当前的数学教学论研究要紧密结合国内外数学教育改革背景,特别是我国新一轮基础教育课程改革的现状,突出时代特色,使之适应当前基础教育课程改革的新要求。

一、组成数学教学论的结构内容

数学教学论研究的数学教学是指数学活动的教学,它是教师的数学教学活动与学生的数学学习活动两个方面的统一过程。数学学习活动是学生在教师的指导下掌握系统的数学知识、技能和技巧的过程;数学教学活动是按照教育教学规律,向学生进行数学基础知识和基本技能的教学,以培养数学能力,发展学生的认识能力,增进数学素质,并指导、评价学生数学学习的过程。由此可知,数学教学并不是指教师简单地把数学知识传授给学生,而是需要教师组织有效

的数学活动,指导学生的数学学习,使他们在获得提高。

围绕着数学教学论的研究对象,可以确立数学教学论的以下一些主要研究课题,这些课题也是数学教学论的主要任务,这主要包括:

1. 现代数学价值观与数学教学观;
2. 数学教学目的、性质与任务;
3. 数学教学过程与数学教学论的基本规律;
4. 数学教学内容与数学课程体系;
5. 数学教学思想与方法;
6. 数学教学活动与数学教学组织形式;
7. 数学能力和数学素质;
8. 数学思维品质与数学思维方法;
9. 数学教学过程的优化;
10. 数学学习方式与学法的指导;
11. 数学教学评价与数学学习评价;
12. 信息技术与数学教学的现代化;
13. 数学问题解决;
14. 数学探究与研究性学习;
15. 教师专业化与中学数学教师的职业素质。

除上述课题外,数学教学论还应当结合时代条件和科学技术的发展状况对数学教学中的各种新问题开展范围广泛的研究。

以上所列的数学教学论的研究课题也可以看成是现阶段数学教学论的理论体系的基本框架,它也是我们这本数学教学论所要探讨的主要内容。

二、数学教学论的理论基础

数学教学论这门学科同许多科学都相互联系、相互作用,并受到这些科学的制约和影响。因此,研究数学教学论,应当建立其自身的一系列科学的理论基础,这是数学教学论日趋完善和成熟的重要保

证。

1. 以辩证唯物主义认识论为基础

数学教学活动从其本质来看,是和人类的一般认识活动相一致的,是人类总体认识活动的一个部分。因此,要建立科学的数学教学理论就必须以辩证唯物主义认识论为指导,并从数学教学活动本身的特点出发去探索数学教学过程的基本规律。教学过程是学生在教师的指导下,从不知到知、从知之较少到知之较多,逐步掌握社会历史经验、认识客观世界和改造主观世界的过程,马克思主义认识论理所当然地成为它的科学方法论基础。这也是教学过程论的指导思想。相反,如果离开了辩证唯物主义认识论,就不可能正确理解教学过程的实质、特点和规律,就必然会陷入唯心主义和机械主义的泥沼。

2. 以中学生心理学、生理学为基础

数学教学论的研究要以中学生心理学为基础,这是因为有效的数学教学活动本身需要根据中学生心理品质形成和思维发展的规律,尤其是中学生的个性特点来建立科学的教学体系,使教学活动能够适应中学生的心理需要并促进其心理能力的健康发展。从现代教学理论的发展来看,新的研究和实践越来越借助于心理学的支持。

若从心理学和生理学来看,教学过程实质上是使学生的身心得到全面发展的过程。那么研究和组织教学过程就必须认识和掌握学生身心发展的机制、特点和规律。只有当教学过程符合学生身体发育、大脑神经活动和心理发展的规律时,才能充分发挥教学的教育功能,才能更好地促进学生的整体发展。

3. 以系统科学和传播学等现代化的科学理论为基础

系统科学即控制论、信息论和系统论,是20世纪40年代诞生的一组新兴的技术科学,也是具有普遍意义的研究方法。由于系统科学本身就是现代科学技术整体化的产物,所以具有向科学的一切领域、包括教育科学领域广泛渗透的可能性。系统科学的运用使人们

从对单一事物的研究过渡到对系统联系的研究。运用系统方法研究教学问题,有助于从整体上把握教学现象、建立教学模式,从控制论、信息论和系统论的观点对教学规律的研究具体化、深入化,还能得到许多新的启发和认识。例如,从系统论的观点出发,数学教学是一个由许多基本因素组成的复杂系统,需要借用系统分析的方法来研究。从信息论的原理分析,数学教学活动就是一种信息传输和变换的过程,教师尤其要重视使学生能有效地输入和反馈。若从控制论看,教学过程则是教与学之间的信息传递和反馈控制过程。教师要实现数学教学过程的最优化的控制,以便教和学的活动以及教学过程的运行能处于动态平衡之中。应用系统科学的观点和方法研究教学过程,是科学技术发展对教育科学研究所提出的必然要求,并已成为世界各国教学过程理论现代化的发展趋势。此外,从传播学的角度来看,数学教学过程作为一个有组织的信息传播过程,建立有效的传播模式将是非常重要的。总之,以上述这些现代化的科学理论为基础,数学教学论的研究将具有更加严密的科学体系。

随着数学教学论研究的不断发展,研究这一领域的科学基础将日益被拓宽。除上述已被提到的有关理论外,逻辑学、美学、思维科学、决策理论等也应该受到数学教学论研究的重视。

第一章 中学数学教学改革与发展

第一节 国际中学数学教学改革与发展

一、中学数学教学改革的近代化运动

数学教学改革的近代化运动爆发于 19 世纪末 20 世纪初,是由德国数学家、数学教育家克莱因(F.Klein, 1849~1925)、英国数学家、数学教育家贝利(J.Perry, 1850~1920)、美国的慕尔(1862~1931)所发起和领导的。所以人们也称之为克莱因—贝利运动。

这场改革的出发点是变革中学数学教学的目的和任务。克莱因主张用近代数学的观点改造中学数学课程的教学内容,应当运用教育学、心理学的观点来指导教学内容。教材内容应以函数概念为核心,重视图像教学,进一步丰富空间几何教材,把解析几何纳入中学数学内容。主张加强函数和微积分的教学,借此改革充实代数,主张用几何变换的观点改造传统的中学数学内容,同时数学教学应强调和提倡数学理论应用于实际,克莱因的数学教学思想和观点产生了深远的影响,受到普遍的重视。

贝利主张数学要从欧几里得的束缚中走出来,提出重视实验几何、几何应用,重视测量和计算的口号,建议尽早开设微积分。贝利针对当时英国数学教学忽视实际应用的弊病,强调了数学的实用性价值,提出数学教学要强调应用;他主张改革几何教育,加强实用计算,并提出把微积分早日渗透到中学数学中;应肯定数学教育中思想

教育的重要意义,坚持让学生自己去思考、发现和解决问题;强调联系实际学习数学的重要性,等等。贝利的数学教育思想引起了广泛的注意,并得到部分实施。

尽管克莱因、贝利的主张各有差异,但基本精神是一致的,这就是使教材教法近代化、心理化,强调数学教材的实践性、应用性;实现数学各科的有机统一、理论与实践的统一。贝利与克莱因的数学教育思想引发了20世纪初的数学教育改革运动。数学教学改革的近代化运动对后来的数学教育现代化运动起到了先导作用。但另一方面,由于课程内容的改革是与学科结构、教学思想、教学理论和方法,以及教师水平等问题联系在一起的,因此,孤立地彻底改革课程内容是不可能的;再者,由于一些客观情况,如第一、二次世界大战,中断了一些有价值的改革试验,再加上当时实用主义哲学和教育思想的冲击等,使这一场很有价值的中学数学教学的近代化改革运动最终未能取得满意的结果。

二、国际中学数学教育现代化运动

1. “新数运动”

1957年11月,原苏联的第一颗人造地球卫星上天,引起了世界的震惊。它促使人们以新的眼光去认识科学技术发展的需要和教育改革的关系,尤其是注意了数学教育的改革问题。特别是美国,首先认识到美国的数学教育和原苏联之间的差距,总结出了“极为重要的空间和国防计划方面能否成功,甚至能否进行,极大地依赖于数学及其应用是否占优势”的重要结论。美国教育界和科学界的这种看法促使美国政府也极度关心数学教育状况。于是首先在美国出现一个“数学教育现代化”的浪潮,随后又很快地波及到几乎整个世界,故称为“新数运动”。

2. “新数运动”的特点与改革成果

这次改革运动的主要特征是:在中学引进现代数学的概念,使整个数学课程结构化。其主要表现是:

(1)增加了现代数学内容。比如,增加了集合、逻辑、群、环、域、矩阵、向量、概率、统计、计算机科学等内容,就连小学数学教学内容里,也引进了数的理论、简单的概率、统计、代数、函数等。

(2)强调结构、组成统一的数学课程,不再分算术、代数、几何等科目,而是用集合、关系、映射等思想观点,把数学课程统一成为一个整体。

(3)采用演绎法、强调公理法。培养学生的抽象思维能力,使学生既有批判能力,又有合乎逻辑、富有创造性的头脑和严密的逻辑推理能力。

(4)废弃欧几里得几何,把平面几何与立体几何合并,用变换观点(如西德)或线性代数(如法国)来处理。

(5)削减传统的计算,认为“大量的传统计算无助于加深学生对方法的理解”。

这次运动取得了有益的成果,主要体现在:首先,涌现出了一批对数学和数学教育有远见、有洞察力、有影响的数学教育工作者。在一些国家中建立了中学、高等学校数学教师以及教育理论家之间的合作机构共同来研究课程的发展。其次,大多数国家的中学数学课程形成了一个统一的整体。强调结构和原理,克服了传统数学教学只强调机械计算的毛病。再次,在国际上由于各种方案设计、会议、辩论、商讨,已经形成数学教育工作者活跃的联络。四年一次的国际数学教育大会供数学家、数学教育工作者互相交流思想、交换看法,大有益处。最后,数学教育大变革使教师更加集中注意教育的成果,使教师经常考虑教什么,如何教,如何学三者之间的关系。他们还会继续辩论哪些内容是必需的,因此将来会对课程作更加正规、更加批判性的审查研究。

3. “新数运动”的总结与反思

虽然在世界范围内来说,20世纪60年代的新数运动并不是齐步走的形势,各个国家,在不同层次上都有改革的举措,对整个数学

教育研究起着很大的促进作用,使整个中学数学课程在原有基础上,与现代数学的衔接上有了很大的进步。但由于运动发展的急速、实验不充分,教师培训工作也没有跟上等因素,使改革运动带有很大的盲目性,没有收到预期效果,受到了挫折。到 60 年代末 70 年代初,渐渐暴露出改革中的一些问题,在改革的同时也出现了一些过头的倾向,主要存在的问题是:(1)“新数”着眼于现代数学的观点,而不考虑学生未来工作、生活的需要。也没有认真考虑社会对数学教育的总体要求。(2)抽象概念过早引入,学生难以接受和理解,影响学生的学习情绪。(3)“新数”只强调公理化、形式化和演绎推理,忽视了由直觉思维到形式思维所必需的转化过程。(4)“新数”忽视了应用,使学生的计算能力和恒等变形的能力有所下降。使部分学生因不适应“新数”的学习,成为“落后生”。(5)学生计算能力差,学生负担过重,影响了教学质量。

自 20 世纪 70 年代到 80 年代初期,是总结经验教训,重新评价改革方向的阶段。经过 10 多年的实践,人们发现学习“新数”的学生计算能力和几何直观能力都很差,毕业后无论就业或升学都有困难,甚至不懂把学得的知识去解决哪怕是日常生活中经常遇到的问题。学生家长也很烦恼,因为他们不但无法辅导自己的孩子,而且根本不知道自己的孩子是在学些什么。反对意见越来越多,到 70 年代初期,“新数运动”遭到普遍的强烈批评。“回到基础”又成为美国数学教育界的主要口号。随后其他国家也有相同的要求。在一片“回到基础”的呼声中,各国 70 年代后期,都采取了相应的调整措施。

第二节 国际中学数学教学改革的新特点

20 世纪 80 年代以后的国际数学教学,处于一个深入探索、加紧试验的阶段,世界发达国家纷纷开始对 20 世纪以来各自数学教育发展历程作全面的考察,出台了一系列数学教育发展纲要和数学课程

改革蓝图。

一、世界各国近 20 年来中学数学教育与课程改革简况

(一) 美国

美国 1983 年发表了《国家处于危险之中：教育改革势在必行》的报告，引发了新一轮的中小学课程改革运动。美国《2000 年教育战略》在课程方面提出：“美国学生在 4, 8, 12 年级毕业时有能力在英语、数学、自然科学、历史和地理学科内容方面应付挑战。”美国政府特别强调“不让一个孩子掉队”，把教育和国家的前途联系在一起。

美国在 1980 年以全美数学教师联合会理事会(NCTM)的名义公布了《行动的议程——对 80 年代数学教育的建议》，提出了“问题解决、计算机运用”等八条建议；1989 年美国数学科学教育委员会等提出的一份《人人有份》(《Everybody Counts》)的报告，提出数学课程改革的七个观念的转变，同年 NCTM 公布了《中小学数学课程和评价标准》。自 1996 年，NCTM 的标准委员会组织讨论，至 2000 年春季正式出版了《学校数学原理与标准》，这是对美国数学教育十年改革的实践总结，也是美国近期数学课程改革的基本方向。该标准最大的特点是强调科学技术在数学课程中的重要地位，并强调数学教育应当促进所有的学生学习数学，数学教育应当向所有的学生提供平等的学习数学的机会。在美国的现代数学教材中，最著名的是 UC SMP 教材，它是美国芝加哥大学数学方案(University of Chicago School Mathematics Project)的缩写。该方案始于 1983 年，历时 8 年，于 1991 年正式发行，发行量占全国总销售量的 15% ~ 20%，其特色在于：以“数学的应用与模型化”为主线，将有关计算器及计算机知识贯穿整个教材，充分体现信息社会对数学课程的要求；揭示数学思想，促进学生的深刻理解。数学教材内容新颖、有趣；一改以前数学教材给人的神秘、冷峻和枯燥的印象，而使人觉得亲切、实用和精美。

(二) 英国

英国 1982 年公布了研究数学课程设计的《Cockcroft 报告》,成为数学教学改革的纲领性文件,该报告的核心是:数学教育的根本目的是为了满足不同能力学生的需要,强调数学教学与学生日常生活经验的联系,强调让学生成功地发展学习数学的自信心,强调更好地发展个别化教学方法以适应不同能力学生的学习需要。以《Cockcroft 报告》为背景,1988 年,英国成立了国家课程委员会,1989 年实行统一的国家课程。国家数学课程由学习大纲和教学目标两部分组成,明确规定每个水平的学习要求,体现统一要求又具有弹性的结构特点。英国强调数学教材的生动性、应用性、综合性和实践性,因而英国学生的操作能力(包括计算机、计算器的运用能力)和应用知识的能力比较强。英国有广为传播的学校数学设计小组(SMP)教材,随着英国国家课程的建立,在英国数学课程标准的指导下,20 世纪 90 年代的 SMP 具有注重学习过程、注重应用、注重现代技术、注重内容的通俗性和趣味性,注重学生的经验,体现一定的弹性的诸多特色。此外,由伦敦大学教育学院组织编写的“世纪数学教材”,出版于 1991 年,这是英国国家课程颁布后出版的一套数学教材,较好地反映了国家课程的要求。

英国于 1999 年颁布新一轮国家课程标准,强调四项发展目标:精神方面的发展,道德方面的发展,社会方面的发展,文化方面的发展和六项基本技能:交往、数的处理、信息技术、共同操作、改进学习、解决问题。同时强调四个方面的价值观:自我、人际关系、社会和环境。

(三)日本

日本每 10 年更新一次国家基础教育课程。20 世纪 80 年代中后期成立了临时教育审议会,出台了引起朝野震动的三份教育改革咨询报告,开始了第二次世界大战后第三次以通过课程改革实现基础教育国际化、个性化与现代化的教育改革运动。日本数学教材具有东亚文化传统,考试文化等在数学教育中具有重要作用。分别于