21世纪大学数学精品教材

丛书主编 蔡光兴 戴明强

概率统计及其应用

欧贵兵 刘清国 主编

科学出版社
www.sciencep.com

·21世纪大学数学精品教材·

概率统计及其应用

欧贵兵　刘清国　主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书遵循高等院校教学指导委员会关于概率论与数理统计课程的教学基本要求编写而成，知识体系相对完整，结构严谨，内容精炼，循序渐进，推理简明，通俗易懂，例题丰富. 全书分为三篇：第一篇为概率论；第二篇为数理统计；第三篇为统计软件. 每章后均列出了重要术语的英文词汇，配备了 A、B、C 三级习题、自测题. 书末提供了参考答案或提示.

本书可作为高等院校非数学专业本专科学生的概率论与数理统计课程教材，也可供相关教研人员参考.

图书在版编目（CIP）数据

概率统计及其应用/欧贵兵，刘清国主编. —北京：科学出版社，2007
（21 世纪大学数学精品教材）
ISBN 978-7-03-018479-5

Ⅰ. 概… Ⅱ. ①欧…②刘… Ⅲ. 概率论－高等学校－教材②数理统计－高等学校－教材 Ⅳ. O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 009006 号

责任编辑：高 嵘／责任校对：董 丽
责任印制：高 嵘／封面设计：宝 典

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
湖北新华印务有限公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2007 年 1 月第 一 版 开本：B5（720×1000）
2007 年 1 月第一次印刷 印张：20 1/4
印数：1—6 000 字数：394 000

定价：29.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

《21世纪大学数学精品教材》丛书序

《21世纪大学数学精品教材》为大学本科(本科1普通类和本科2一类)数学系列教材,体现了对数学精品的归纳及本套教材的精品特征.

一、组编机构

丛书设组编委员会,编委由12所高校数学院系的负责人构成(按姓氏笔画):

王公宝　方承胜　江志宏　李逢高　何　穗　张志军　时　宝　杨鹏飞
周　勇　欧贵兵　罗从文　高明成　殷志祥　黄朝炎　蔡光兴　戴明强

丛书主编:

蔡光兴　戴明强

二、编写特点

1. 适用性

教材的适用性是教材的生命力所在,每本教材的篇幅结合绝大部分高等院校数学院系对课程学时数的要求.部分教材配有教学光盘,便于教学.

2. 先进性

把握教改、课改动态和学科发展前沿,反映学科、课程的先进理念、知识和方法.

3. 创新性

市场需求和市场变化决定教材创新需要,数学教学在知识创新、思维创新等方面负有责任,一定程度的创新使教材更具冲击力和影响力.

创新与继承相结合,是继承基础上的创新.

创新转变为参编者、授课者的思想和行为,达到文化融合.

4. 应用性

丛书的读者对象为应用型和研究应用型大学本科(本科1普通类和本科2一类)学生,应用性是数学学科和数学教学发展的新特点,或展现在教材内容结构上,或体现于某些章节,或贯穿于其中.

5. 教学实践性和系统性

教材具有可操作性,教师好教,学生好学,同时保持知识完整.二者发生矛盾时,前者优先,不过分追求体系完整.

三、指导思想

《21世纪大学数学精品教材》大致可划分为两大类：基础知识类；方法与应用类.

1. 基础知识类

（1）遵循高等院校教学指导委员会关于课程的教学基本要求，知识体系相对完整，结构严谨，内容精炼，循序渐进，推理简明，通俗易懂.

（2）融入现代数学思想（如数学建模），分别将 Mathematica、Matlab、SAS、SPS 等软件的计算方法，恰当地融入课程教学内容中，培养学生运用数学软件的能力.

（3）强化学生的实验训练和动手能力，可将实验训练作为模块，列入附录，供教学选用或学生自学自练，使用者取舍也方便.

（4）教材章后均列出重要概念的英文词汇，布置若干道英文习题，要求学生用英文求解，以适应教育面向世界的需要，也为双语教学打下基础.

（5）为使学生巩固知识和提高应用能力，章末列出习题，形式多样. 书后配测试题，书末提供解题思路或参考答案.

2. 方法与应用类

（1）融入现代数学思想和方法（如数学建模思想），体现现代数学创新思维，着力培养学生运用现代数学工具（软件）的能力，使教材真正成为基于现代数学软件的、将数学软件融合到教材与教学内容的现代精品教材.

（2）加强教学知识与内容的应用性，注重数学思想和方法的操作与应用及其实用性. 通过实例、训练、实验等各种方式，提高学生对数学知识、数学方法的应用能力及解决问题的能力.

（3）强化学生的实验训练，通过完整的程序与实例介绍，教会学生分析问题、动手编程、分析结果，提高学生的实验操作水平、实际动手能力和创新能力.

（4）教材章后均列出重要概念的英文词汇，布置若干道英文习题，要求学生用英文求解，以适应教育面向世界的需要，也为双语教学打下基础.

（5）为使学生巩固知识和提高应用能力，章末列出习题，形式多样. 书后配测试题，书末提供解题思路或参考答案.

《21世纪大学数学精品教材》组编委员会

2006年9月

前　言

概率论与数理统计是研究和探索客观世界中随机现象的科学，是数学的分支学科，在金融、保险、经济与企业管理、工农业生产、军事、医学、地质学、空间技术、气象与自然灾害预报等方面起到非常重要的作用，现代科学技术的发展，越来越需要概率论与数理统计的指导来寻求随机现象的统计规律性，检验、分析和预测随机现象的规律、发展和变化.概率论与数理统计课程是高等院校的理、工、农、经管等专业的一门重要数学基础课程.

本书分为三篇：第一篇（第 1～5 章）为概率论部分，主要包括概率论的基本概念与概率、一维和二维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理等内容；第二篇（第 6～10 章）为数理统计部分，主要包含数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析等内容；第三篇（第 11 章）为统计软件部分，主要是统计软件 SAS 的介绍及其应用举例.

本书为《21 世纪大学数学精品教材》之一，在编写时严格遵循高等院校教学指导委员会关于概率论与数理统计课程的教学基本要求，力求知识体系相对完整，结构严谨，内容精炼，循序渐进，推理简明，通俗易懂，例题丰富.融入数学建模思想，将统计软件 SAS 恰当地融入课程教学内容中，培养学生运用数学软件的能力.教材每章后列出重要术语的英文词汇，布置了若干道英文习题，并要求用英文求解，以适应教育面向世界的需要，也为双语教学打下基础.

本书所需计划学时为 60 个左右，其中第一篇 30 学时，第二篇 22 学时，第三篇 8 学时，在学时紧张的情况下，可只讲第 1～8 章的内容.为方便学生巩固知识及自学，每章末配备了适量习题（分为 A、B、C 三级）和测试题，书末提供解题思路或参考答案.

本书由欧贵兵、刘清国任主编，李逢高、王兴平任副主编.第一篇由刘清国、熊萍编写，第二篇由欧贵兵、柳宿荣、王兴平编写，第三篇由李逢高、罗幼喜、胡二琴编写，最后由欧贵兵统稿、定稿.

由于编者水平有限，时间仓促，书中疏漏和不足之处在所难免，恳请读者批评指正.

编　者

2006 年 10 月

目　　录

第一篇　概　率　论

第二篇 数理统计

第三篇　统 计 软 件

第一篇 概 率 论

在自然界和人类社会生产实践中发生的现象是多种多样的，但归纳起来主要有两类．一类是确定性现象，即在一定条件下必然要发生的现象．例如，向上抛出一石子必然下落；在没有外力作用下作等速直线运动的物体必然继续作等速直线运动；在标准大气压下水加热到 100℃时必然会沸腾；同种电荷相互排斥等．另一类是不确定性现象，这里研究的主要是随机现象．例如，在相同条件下抛掷同一枚硬币，其落地的结果可能是面值（正面）朝上，也可能是国徽（反面）朝上，并且在每次抛出之前只知道有两种结果，但无法肯定到底会出现哪种结果；同一门炮向同一目标发射多发同种炮弹，因受炮弹制造时质量误差、天气条件的微小变化等因素的影响，炮弹着点也不尽相同，在射击前无法预测炮弹着点的位置，等等．

这些现象都有一个共同的特点：在条件不变的情况下，一系列试验或现象会得到不同的结果，即是说，就个别试验或观察而言，它会时而出现这种结果，时而出现那种结果，呈现出一种偶然性、不确定性．然而，人们经过长期实践和研究后，发现这类现象在大量重复试验下，其结果却呈现出某种规律性．例如，多次重复抛一枚硬币得到正面向上的大致一半；在某生产线上用同一种工艺生产出来的灯泡的寿命也有一定的规律可循．我们把这种大量重复试验和观察中所呈现出的固有规律性称为**统计规律性**，把这种在个别试验中其结果呈现出不确定性，而在大量重复试验中其结果具有统计规律性的现象称为**随机现象**．

概率论与数理统计的任务就是研究和揭示大量随机现象的统计规律的一门数学学科．作为数学的一个重要分支，概率论与数理统计大体于 17 世纪中叶开始形成．概率论的特点是根据实际问题先提出数学模型，然后去研究其性质、特征和规律性；数理统计则是以概率论的理论为基础，利用对随机现象观测所获得的数据资料来研究数学模型．概率论与数理统计以数学形式展示了随机现象的过程与结果，提供对现象的预测与推断，它的思想已渗透到自然科学及社会科学的各个分支，并在工业、农业、交通、经济、管理、军事等领域中得到广泛应用．

在概率论篇中，主要讲述概率论的基本概念、基本理论和随机事件的概率的基本计算方法．

第 1 章　概率论的基本概念

在本章中，首先介绍概率论的一些基本概念，如随机试验、样本空间、随机事件、频率、概率、条件概率等，然后介绍等可能概型概率的计算方法. 本章所讲述的内容是整个概率论的基础，要求读者一定要掌握.

§1.1　随机试验、样本空间及随机事件

1.1.1　随机试验

这里所讨论的试验，其含义广泛，包括各种各样的科学实验，甚至对某一事物的某一特征的观察也可看作一种试验. 通常把具有下列三个特征的试验称为**随机试验**，用 E 来表示：

(1) 在相同条件下可以重复进行；

(2) 每次试验的可能结果不止一个，并且事先知道其所有可能的结果；

(3) 在进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现.

本书中提到的试验都是指随机试验. 下面我们来看一些试验的例子.

E_1：抛掷一枚硬币，观察面值面（正面 H）、国徽面（反面 T）出现的情况.

E_2：抛掷一枚硬币三次，观察正面、反面出现的情况.

E_3：掷一颗骰子，观察出现的点数.

E_4：袋内有红、黄、蓝三色的球各一个，从中取出一个球来观察其颜色.

E_5：测试某种型号电子元件的使用寿命.

E_6：测试某物理量（长度、直径、重量等）的误差.

进行一次试验总有一个观察目的，随着目的不同，在试验中观察的可能结果也不一定相同. 如试验 E_2 中，若我们的目的是观察正、反面出现的情况，其可能的结果有八种，即正正正，正正反，正反正，反正正，正反反，反正反，反反正，反反反；若我们的目的是观察三次出现相同的面，则其可能结果只有两种，即正正正，反反反.

1.1.2　样本空间

根据随机试验的概念，尽管每次试验之前无法预知试验结果，但试验的所有可能结果组成的集合是已知的. 我们把随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为试验 E 的**样本空间**，用 S 来表示. 样本空间的元素，即 E 的每个结果，称为**样本点**，用 e 来表示. 于是，$S=\{e|e$ 为 E 的可能结果$\}$.

前面列举的试验 E_k 的样本空间 S_k $(k=1,2,3,4,5)$分别为：

$S_1=\{H,T\}$;

$S_2=\{HHH,HHT,HTH,THH,HTT,THT,TTH,TTT\}$;

$S_3=\{1,2,3,4,5,6\}$;

$S_4=\{$红,黄,蓝$\}$;

$S_5=\{t|t\geqslant 0\}$.

还有如 E:观察 1 小时内落在某一直线上的宇宙射线数,则其样本空间 $S=\{0,1,2,\cdots\}$.

应该说明的是:问题的不同,其样本空间可能不同,有的简单些,有的复杂些.样本空间的元素也是由试验的目的所确定的,试验的目的不一样,其样本空间也不一样,如 E_1 与 E_2.

1.1.3 随机事件

有了样本空间的概念,就可定义随机事件了.人们在进行随机试验时,关心的往往是满足某种条件的样本点组成的集合.例如,假定某型号电视机的设计要求使用寿命不少于 10 年,则满足这一条件的样本点组成其样本空间的一个子集 $A=\{t|t\geqslant 10\}$,称 A 为试验 E_5 的一个随机事件.显然当且仅当子集 A 中一个样本点出现时,有 $t\geqslant 10$.

一般地,我们把试验 E 的样本空间 S 的子集称为 E 的**随机事件**,简称**事件**,用字母 $A,B,\cdots$表示.例如,在 E_3 中 A 表示事件"出现偶数点",即 $A=\{2,4,6\}$;在 E_5 中,B 表示事件大于 10 年不超过 20 年,即 $B=\{t|10<t\leqslant 20\}$.在每次试验中,当且仅当子集中的一个样本点出现时,就称这一**事件发生**.

特别地,把由一个样本点组成的单点集,称为**基本事件**或**简单事件**.样本空间 S 是由所有样本点组成的,它也是 S 自己的子集,并且在每次试验中它总发生,称为**必然事件**.空集$\varnothing$不包含任何样本点,它也是样本空间 S 的子集,在每次试验中都不发生,称为**不可能事件**.把由两个及两个以上样本点组成的事件,称为**复合事件**或**复杂事件**.

1.1.4 事件间的关系及运算

因为事件是集合,故事件间的关系与运算就可以依据集合间的关系与运算来处理.下面依"事件发生"的含义,给出这些关系和运算在概率论中的含义.

设试验 E 的样本空间为 S,且 A,B,C,A_k $(k=1,2,\cdots)$为 S 的子集.

(1) 若事件 A 发生必然导致事件 B 发生,则称事件 B 包含事件 A,记为 $A\subset B$,称事件 A 是事件 B 的**子事件**.

(2) 若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$,则称事件 A 与事件 B **相等**,记为 $A=B$.

(3) 若事件 C 发生当且仅当 A,B 中至少有一个发生,称事件 C 为事件 A 与事件 B 的**和事件**,记为 $A\cup B$,即 $A\cup B=\{e|e\in A$ 或 $e\in B\}$.

易证，$A \subset B$ 当且仅当 $A \cup B = B$.

类似地，称 $\bigcup\limits_{k=1}^{n} A_k$ 为 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的和事件，称 $\bigcup\limits_{k=1}^{\infty} A_k$ 为可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的和事件.

(4) 若事件 C 发生当且仅当 A, B 同时发生，则称事件 C 为事件 A 与事件 B 的**积事件**，记为 $A \cap B$ 或 AB，即 $A \cap B = \{e \mid e \in A$ 且 $e \in B\}$.

易证，$A \subset B$ 当且仅当 $A \cap B = A$.

类似地，称 $\bigcap\limits_{k=1}^{n} A_k$ 为 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的积事件，称 $\bigcap\limits_{k=1}^{\infty} A_k$ 为可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的积事件.

(5) 若事件 C 发生当且仅当 A 发生，而 B 不发生，则称事件 C 为事件 A 与事件 B 的**差事件**，记为 $A - B$，即 $A - B = \{e \mid e \in A, e \notin B\}$.

(6) 若事件 A 与事件 B 不能同时发生，即 $A \cup B = \varnothing$，则称事件 A 与事件 B 为**互不相容事件或互斥事件**.

若 $A_iA_j = \varnothing$ $(i, j = 1, 2, \cdots; i \neq j)$，则称 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 为**两两互不相容事件组(或列)**.

(7) 若 $A \cup B = S, A \cap B = \varnothing$，则称事件 A 与事件 B **互为逆事件或对立事件**，即在每次试验中，事件 A、B 中必有一个发生，且仅有一个发生. 记 A 的对立事件为 $\overline{A}$，且 $\overline{A} = S - A$.

易证，$A - B = A\overline{B}$.

关于事件间的关系及运算与集合之间的关系及运算的类比，如表 1.1 所示.

表 1.1

符号	概率论	集合论
S	样本空间或必然事件	全集
$\varnothing$	不可能事件	空集
e	基本事件(样本点)	元素
A	事件 A	集合 A
$\overline{A}$	A 的对立事件	A 的余集(补集)
$A \subset B$	事件 A 发生导致事件 B 发生	A 是 B 的子集
$A = B$	事件 A 与事件 B 相等	A 与 B 相等
$A \cup B$	事件 A 与 B 至少有一个发生	A 与 B 的并集
$A \cap B$	事件 A 与 B 同时发生	A 与 B 的交集
$A - B$	事件 A 发生，而 B 不发生	A 与 B 的差集
$AB = \varnothing$	事件 A 和事件 B 互不相容	A 与 B 不相交

事件的基本运算定律　设有事件 A, B, C，则

交换律　$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$；

结合律 $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C, A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$;

分配律 $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C), A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$;

德·摩根律 $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}, \overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$;

一般地

$$\overline{A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n}=\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\cdots\cap\overline{A_n}$$

$$\overline{A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n}=\overline{A_1}\cup\overline{A_2}\cup\cdots\cup\overline{A_n}$$

例 1.1 设事件 A,B,C 都是试验 E 的事件,将下列事件用 A,B,C 表示出来:

(1) 只有 B 发生;

(2) 三个事件中至少有一个发生;

(3) 三个事件中至少有两个发生;

(4) 三个事件中至多有一个事件发生;

(5) 三个事件中至多有两个事件发生;

(6) 三个事件中恰有一个发生;

(7) 三个事件中恰有两个发生.

解 (1) $\overline{A}B\overline{C}$;

(2) $A\cup B\cup C=A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C\cup AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC\cup ABC=S-\overline{A}\overline{B}\overline{C}$;

(3) $AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC\cup ABC$;

(4) $\overline{A}\overline{B}\overline{C}\cup A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C$;

(5) $\overline{A}\overline{B}\overline{C}\cup A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C\cup AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC=S-ABC$;

(6) $A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C$;

(7) $AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC$.

例 1.2 从一批零件中任取两个,A 表示事件"第一个零件为合格品",B 表示事件"第二个零件为合格品",问 $AB,\overline{A},\overline{AB},\overline{A}\,\overline{B},\overline{A\cup B}$分别表示什么事件?

解 (1) AB 表示事件"第一个,第二个零件都为合格品";

(2) $\overline{A}$ 表示事件"第一个零件不是合格品";

(3) $\overline{AB}$表示事件"在第一个、第二个零件中至少有一个不是合格品";

(4) $\overline{A}\,\overline{B}$ 表示事件"第一个、第二个零件都不是合格品";

(5) 因 $A\cup B$ 表示事件"第一个、第二个零件中至少有一个合格品",所以$\overline{A\cup B}$表示事件"两个零件都不是合格品".

§1.2 概率的定义

对于一个事件(除必然事件和不可能事件外)来说,不仅要弄清它在一次试验中是否发生,而且要知道它在一次试验中发生的可能性有多大.为此,我们先讨论概率的统计定义,再给出概率的公理化定义,以及概率的基本性质.

1.2.1 概率的统计定义

在某次试验中一个事件是否发生,事先是无法确定的.在相同的条件下,进行

n 次试验，把事件 A 发生的次数记为 n_A（称为事件 A 发生的频数），称比值 $\frac{n_A}{n}$ 为事件 A 发生的**频率**，记为 $f_n(A)$，即 $f_n(A)=\frac{n_A}{n}$.

显然，频率有下列基本性质：

(1) $0\leqslant f_n(A)\leqslant 1$；

(2) $0\leqslant f_n(S)\leqslant 1$；

(3) 若 $A_1,A_2,\cdots,A_k$ 是两两互不相容的事件，则

$$f_n(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_k)=f_n(A_1)+f_n(A_2)+\cdots+f_n(A_k)$$

事件 A 发生的频率 $\frac{n_A}{n}$ 的大小反映了事件 A 发生的频繁程度. 频率大，A 发生频繁，意味着 A 在一次试验中发生的可能性大，反之亦然. 这就提出了一个问题：能否用频率表示 A 在一次试验中发生的可能性的大小？先看看下述例子.

例 1.3　有人做过“抛硬币”试验，观察试验“出现正面(H)”发生的规律，试验数据记录如表 1.2、表 1.3 所示.

表 1.2

实验序号	n	n_H	$f_n(H)$	n	n_H	$f_n(H)$	n	n_H	$f_n(H)$
1		2	0.4		22	0.44		251	0.502
2		3	0.6		25	0.50		249	0.498
3		1	0.2		21	0.42		256	0.512
4		5	1.0		25	0.50		253	0.506
5	5	1	0.2	50	24	0.48	500	251	0.502
6		2	0.4		21	0.42		246	0.492
7		4	0.8		18	0.36		244	0.488
8		2	0.4		24	0.48		258	0.516
9		3	0.6		27	0.54		262	0.524
10		3	0.6		31	0.62		247	0.494

表 1.3

试验人	“抛硬币”试验次数	出现正面(H)	频率
德·摩根	2 048	1 061	0.5181
蒲丰	4 040	2 048	0.5096
皮尔逊	12 000	6 019	0.5016
皮尔逊	24 000	12 012	0.5005

从表 1.2、表 1.3 中发现，当抛掷次数 n 较小时，频率 $f(H)$ 在 0 与 1 之间的随机波动较大；当 n 较大时，$f(H)$ 的随机波动较小；当 n 逐渐增大时，$f(H)$ 总是在 0.5 附近摆动，而且逐渐稳定于 0.5.

例 1.4　考察英语中特定字母出现的频率.当观察字母的个数 n(试验的次数)较小时,频率有较大幅度的随机波动;当 n 增大时,频率呈现稳定性. G Dewey 统计了约 438 023 个字母后设计了一份英文字母频率统计表,如表 1.4 所示.

表 1.4

字母	频率	字母	频率
E	0.1268	F	0.0256
T	0.0978	M	0.0244
A	0.0788	W	0.0214
O	0.0777	Y	0.0202
I	0.0706	G	0.0187
N	0.0634	P	0.0186
S	0.0594	B	0.0156
R	0.0573	V	0.0102
H	0.0394	K	0.0060
L	0.0389	X	0.0016
D	0.0280	J	0.0010
U	0.0268	Q	0.0009
C	0.0706	Z	0.0006

大量试验表明,在多次重复试验中,同一事件发生的频率尽管不一定相同,然而却在某一固定的常数附近摆动,呈现出相对稳定的状态.随着试验次数的增加,这种现象越显著,我们把这种"频率稳定性"称为**统计规律性**,频率接近的这一固定常值看作相应事件的概率.于是得到概率的统计定义.

定义 1.1　在大量重复试验中,若事件 A 发生的频率稳定在某一常数 p 附近摆动,则把这个数 p 称为事件 A 的**概率**,记为 $P(A)=p$.

由例 1.3 知,$P(H)=0.5$.

1.2.2　概率的公理化定义

概率的统计定义从直观上给出了概率的定义,然而在理论上和应用中它又存在着缺陷.从理论上讲,人们会问:为什么频率具有稳定性?(要回答这个问题,需要用到第 5 章中的大数定理);从应用上讲,没有充分的理由认为,试验 $n+1$ 次计算出的频率总会比试验 n 次的更接近已求的概率. n 多大才好呢?没法确定.因此,必须研究概率更加严格的数字化定义.这个定义在 1933 年,已经由前苏联数学家柯尔莫奇洛夫给出了,即概率公理化定义.

定义 1.2　设随机试验 E 的样本空间为 S,对 E 的某一事件 A 赋予一个实数记为 $P(A)$.如果集函数 $P(\cdot)$[*](*集函数的定义域是以某些集合为元素的集