

气体放电与等离子体及其应用著作丛书

放电等离子体基础及应用

李兴文 吴 坚 贾申利 著



科学出版社

气体放电与等离子体及其应用著作丛书

放电等离子体基础及应用

李兴文 吴 坚 贾申利 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书系统介绍等离子体的物理基础、实验技术以及一些典型的应用。全书共6章,第1章介绍等离子体的物理基础;第2章介绍等离子体实验诊断技术;第3~6章分别针对不同的放电等离子体对象进行介绍,其中,第3章为Z箍缩等离子体,第4章为激光诱导等离子体,第5章为毛细管放电等离子体,第6章为气体电弧等离子体。

本书可作为电气工程、应用物理等专业中等离子体物理、等离子体工程等相关课程的参考教材,也可作为青年科研人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

放电等离子体基础及应用/李兴文,吴坚,贾申利著. —北京:科学出版社, 2017. 2

(气体放电与等离子体及其应用著作丛书)

ISBN 978-7-03-051709-8

I. ①放… II. ①李… ②吴… ③贾… III. ①放电-等离子体-研究
IV. ①O53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 024850 号

责任编辑:牛宇锋 罗 娟 / 责任校对:桂伟利

责任印制:张 伟 / 封面设计:蓝正设计

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017年2月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2017年2月第一次印刷 印张:21 1/2

字数:416 000

定价:120.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《气体放电与等离子体及其应用著作丛书》编委会

顾 问 邱爱慈 李应红 王晓钢 孔刚玉

主 编 严 萍 丁立健

副主编 王新新 邵 涛

编 委 (按姓氏笔画排序)

于达仁 万京林 王文春 方 志

卢新培 刘大伟 刘克富 刘定新

任春生 李永东 李兴文 李庆民

吴 云 张远涛 张冠军 欧阳吉庭

罗振兵 罗海云 姚陈果 章 程

程 诚 曾 嵘 戴 栋

前 言

等离子体称为固态、液态、气态以外的物质第四态。宇宙中 99% 的可见物质是以等离子体的状态存在的,在地球上天然的等离子体有闪电、火焰、极光等。更为重要的是,目前人造的等离子体在工业生产、国防军工、科学研究等诸多方面发挥着越来越重要的作用。

本书通过将等离子体的物理基础、实验技术以及应用研究结合起来,介绍放电等离子体研究的新进展。第 1 章和第 2 章是基础部分。第 1 章介绍等离子体的物理基础,包括等离子体的基本概念、等离子体中的相互作用、等离子体电离平衡模型及辐射谱、等离子体描述方法四部分内容。第 2 章介绍等离子体实验诊断技术,包括电磁辐射参数的测量、等离子体自辐射图像和能谱的测量、激光探针诊断方法等内容。第 3~6 章分别针对不同的放电等离子体对象进行介绍。第 3 章为 Z 箍缩等离子体,介绍快 Z 箍缩、X 箍缩的动力学过程和相关的数学物理模型,以及早期共同经历的金属丝电爆炸行为;第 4 章为激光诱导等离子体,介绍激光诱导等离子体的物理模型和实验结果;第 5 章为毛细管放电等离子体,介绍毛细管放电等离子体的建模与仿真方法,以及在电热化学发射等领域中的应用;第 6 章为气体电弧等离子体,介绍气体电弧物性参数、击穿特性的计算等,以及 SF₆ 开关电弧等离子体的特性仿真及其应用。

本书的很多内容是在国家自然科学基金等项目的资助下,姜旭、李瑞、魏文赋、赵虎、朱凯、李沫、杨泽锋、杭玉桦、郭晓雪等博士生参与完成的,在此一并致以衷心的感谢。

限于作者的水平,书中难免有不当之处,敬请广大读者批评指正。

目 录

前言

第 1 章 等离子体物理基础	1
1.1 等离子体基本概念	1
1.1.1 等离子体的定义和参数	1
1.1.2 等离子体的分类	5
1.2 等离子体中的相互作用	5
1.2.1 库仑碰撞	5
1.2.2 非弹性碰撞	11
1.3 电离平衡模型及辐射谱.....	14
1.3.1 热力学平衡模型	14
1.3.2 日冕模型	15
1.3.3 碰撞辐射模型	16
1.3.4 等离子体辐射谱	17
1.4 等离子体描述方法.....	19
1.4.1 单粒子轨道理论	19
1.4.2 磁流体	26
1.4.3 动理学方程简介	37
参考文献	39
第 2 章 等离子体诊断技术	40
2.1 电磁及辐射测量.....	40
2.1.1 脉冲电流电压测量.....	40
2.1.2 X 射线脉冲辐射测量	42
2.2 等离子体自辐射图像.....	44
2.2.1 ICCD 快速照相	44
2.2.2 分幅相机快速照相.....	46
2.2.3 条纹相机成像	47
2.3 辐射谱诊断.....	48
2.3.1 连续谱测量	49
2.3.2 线辐射谱测量	50

2.3.3	时空分辨的能谱诊断技术	53
2.4	激光诊断	54
2.4.1	激光干涉诊断技术	54
2.4.2	双波长干涉诊断技术	58
2.4.3	阴影/纹影成像	60
2.4.4	汤姆逊散射	61
	参考文献	64
第3章	Z 箍缩	65
3.1	快 Z 箍缩	66
3.1.1	概述	66
3.1.2	内爆动力学模型	70
3.1.3	丝阵 Z 箍缩唯象模型	73
3.1.4	Z 箍缩等离子体辐射谱	78
3.2	X 箍缩	89
3.2.1	X 箍缩研究概况	89
3.2.2	X 箍缩唯象模型	93
3.2.3	辐射坍塌临界电流	96
3.2.4	热斑半径	98
3.2.5	百千安电流 X 箍缩研究	101
3.3	金属丝电爆炸	105
3.3.1	真空中单丝电爆炸研究现状	105
3.3.2	真空中铝单丝电爆炸行为	108
3.3.3	真空中镀膜金属丝电爆炸行为	118
3.3.4	空气环境中单丝电爆炸	135
	参考文献	142
第4章	激光诱导等离子体	147
4.1	概述	147
4.2	激光与物质相互作用基础	147
4.3	激光诱导等离子体动态模型	150
4.3.1	经典解析模型	150
4.3.2	Monte Carlo 方法	150
4.3.3	可压缩流体模型	151
4.4	激光诱导等离子体基本实验装置	153
4.5	激光诱导等离子体基本演化特性	154
4.5.1	激光诱导等离子体早期行为	154

4.5.2	等离子体中多组分粒子的演化特性比较与分析	158
4.5.3	激光聚焦光斑对等离子体演化特性的影响	165
4.5.4	激波特性和数值模拟分析	172
4.5.5	环境气体压力对等离子体演化特性的影响	176
4.6	双束激光诱导碰撞型等离子体	194
4.6.1	真空中等离子体碰撞	194
4.6.2	低气压中等离子体相互作用	198
4.6.3	空气中等离子体激波相互作用	200
	参考文献	202
第5章	毛细管放电等离子体	210
5.1	概述	210
5.2	等离子体烧蚀毛细管器壁材料的数学模型	212
5.2.1	不同烧蚀模型的机理与表达形式	212
5.2.2	不同烧蚀模型计算结果的对比分析	216
5.2.3	利用动力学模型获得的典型烧蚀材料的烧蚀数据	219
5.2.4	综合考虑温度与压强影响的动力学烧蚀模型	224
5.3	毛细管放电等离子体的仿真分析	232
5.3.1	控制方程	232
5.3.2	等离子体与毛细管器壁相互作用的处理方法	234
5.3.3	烧蚀/沉积质量流的确定方法	234
5.3.4	仿真结果及分析	236
5.4	毛细管放电等离子体在电热化学发射中的应用	240
5.4.1	等离子体射流与发射药相互作用的数学模型	240
5.4.2	不同发射药与等离子体的作用特点	243
5.4.3	不同点火方式的特性分析	257
5.5	毛细管放电等离子体的其他应用展望	262
5.5.1	毛细管放电等离子体在托卡马克装置中的应用	262
5.5.2	毛细管放电等离子体在材料表面处理中的应用	265
	参考文献	266
第6章	气体电弧等离子体	269
6.1	概述	269
6.2	气体电弧的物性参数计算及辐射模型	269
6.2.1	等离子体组分的计算	269
6.2.2	热动属性和输运系数的计算	275
6.2.3	典型辐射模型	281

6.3 热态气体的电击穿特性	285
6.3.1 热态气体临界击穿场强的计算方法	286
6.3.2 常用气体的临界击穿场强	290
6.4 SF ₆ 开关电弧等离子体	303
6.4.1 SF ₆ 电弧磁流体动力学仿真模型与弧后击穿特性评估方法	303
6.4.2 压气式 SF ₆ 断路器短路电流开断过程及弧后击穿特性的仿真研究	311
6.4.3 高压直流转换开关中的电弧现象	318
参考文献	327

第 1 章 等离子体物理基础

本章将从等离子体的基本概念、等离子体中的相互作用、电离平衡模型和等离子体辐射谱以及等离子体的描述方法四个方面,对等离子体物理基础进行介绍。

1.1 等离子体基本概念

等离子体是带电粒子和中性粒子组成的表现出集体行为的准中性的气体。

准中性和集体行为是等离子体的重要特征。准中性的空间尺寸和时间尺寸分别由德拜长度和等离子体频率来描述,等离子体的集体行为起源于带电粒子间的库仑相互作用为长程相互作用。下面将进行具体介绍。

1.1.1 等离子体的定义和参数

1. 平均电离度

等离子体中有三种类型的粒子:电子、离子和中性粒子。考虑原子序数为 Z 的元素形成的等离子体,其中通常包括该原子不同电离度的离子。若离子数密度为 n_i ,电离度为 ζ 离子的数密度为 n_ζ ,则相对于整体,满足

$$\sum_{\zeta=0}^Z n_\zeta = n_i \quad (1-1)$$

式(1-1)包括从中性原子($\zeta=0$)到完全电离($\zeta=Z$)的所有电离态。根据等离子体电中性的要求,等离子体中电子密度 n_e 为

$$\sum_{\zeta=0}^Z \zeta n_\zeta = n_e \quad (1-2)$$

式(1-2)是对等离子体整体平均而言的,局部区域中电子密度并不一定严格地在每一空间位置都与正电荷成电中性。

定义平均电离度 \bar{Z} 为

$$\bar{Z} = \frac{n_e}{n_i} = \frac{\sum_{\zeta=0}^Z \zeta n_\zeta}{\sum_{\zeta=0}^Z n_\zeta} \quad (1-3)$$

即

$$n_e = n_i \bar{Z} \quad (1-4)$$

2. 速度分布函数^[1]

一个等离子体系统中粒子的速度分布函数为 $f_v(v_x, v_y, v_z)$, 表示速度位于 $[v_x, v_x + dv_x]$ 、 $[v_y, v_y + dv_y]$ 、 $[v_z, v_z + dv_z]$ 范围内的粒子数密度。对于各向同性的等离子体, 速率分布函数 $f_v(v)$ 为^[1]

$$\begin{aligned} f_v(v) dv &= \iiint_{v_x^2+v_y^2+v_z^2=v^2} f_v(v_x, v_y, v_z) dx dy dz \\ &= \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} f_v v^2 dv \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi v^2 f_v(v) dv \end{aligned} \quad (1-5)$$

表示总体速率位于 $[v, v + dv]$ 的粒子数密度。

根据统计力学, 一个处于平衡态闭合系统中的宏观子系统, 服从正则分布。这时, 能量 E_n 的子系统的概率 $P(E_n)$ 正比于指数因子 $g_n e^{-E_n/k_B T}$, k_B 为玻尔兹曼常量, g_n 为统计权重。

概率分布函数的归一化条件要求

$$P(E_n) = \frac{g_n e^{-E_n/k_B T}}{Z(T)} \quad (1-6)$$

式中, $Z(T)$ 为配分函数:

$$Z(T) = \sum_n g_n e^{-E_n/k_B T} \quad (1-7)$$

为一系列离散能量状态的叠加。当能量状态为连续时, g_n 为 $\rho(E) dE$, 其中 $\rho(E)$ 是单位能量的量子态密度。

配分函数是一个基本量, 原则上, 统计系统的其他参数都可以由它推导出来。对于等离子体里的自由电子, 自由电子能量为其动能, 如果系统处于平衡态, 由式(1-6)得

$$f_v(v_x, v_y, v_z) \propto e^{-\frac{m}{2k_B T}(v_x^2+v_y^2+v_z^2)} \quad (1-8)$$

由式(1-7)得自由电子配分函数为

$$Z(T) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \quad (1-9)$$

自由电子速度的分布函数为

$$f_v(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = n_e \left(\frac{m}{2\pi T_e} \right)^{3/2} e^{-\frac{m}{2T_e}(v_x^2+v_y^2+v_z^2)} dv_x dv_y dv_z \quad (1-10)$$

式中, n_e 为电子密度; T_e 是电子温度。自由电子速率分布函数为

$$f_v(v) dv = n_e \left(\frac{m}{2\pi T_e k_B} \right)^{3/2} 4\pi v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2T_e k_B}\right) dv \quad (1-11)$$

称为玻尔兹曼-麦克斯韦速度分布函数。能量分布函数为

$$f_v(E) dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} n_e \left(\frac{E}{T_e k_B} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{E}{T_e k_B}\right) \frac{dE}{T_e k_B} \quad (1-12)$$

表示能量位于 $[E, E+dE]$ 范围的粒子数密度。

3. 德拜长度和等离子体频率^[2]

等离子体的一个基本性质是准电中性,但只有当长度大于一定特征长度时,才表现为电中性,下面对这一特征长度进行分析^[2]。

各向同性的等离子体中引入正电荷 q ,其周围将形成电子云,从而削弱对远处其他带电粒子的影响,并使得该粒子的电场分布发生变化,如图1-1所示。

等离子体中电势 $\phi(r)$ 为

$$\nabla^2 \phi(r) = -\frac{\rho_c(r)}{\epsilon_0} = \frac{e}{\epsilon_0} [n_e(r) - \bar{Z}n_i(r)] - \frac{q\delta(r)}{\epsilon_0} \quad (1-13)$$

式中, ρ_c 为电荷密度, $\rho_c = n_e(r) - \bar{Z}n_i(r)$ 。

带电粒子受到电势影响,处于热平衡,满足玻尔兹曼分布:

$$n_e(r) = n_{e,0} \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right) \approx n_{e,0} \left(1 + \frac{e\phi}{k_B T_e}\right) \quad (1-14)$$

$$n_i(r) = n_{i,0} \exp\left(-\frac{\bar{Z}e\phi}{k_B T_i}\right) \approx n_{i,0} \left(1 - \frac{\bar{Z}e\phi}{k_B T_i}\right) \quad (1-15)$$

未受扰动时,满足电中性条件:

$$n_{e,0} = \bar{Z}n_{i,0} \quad (1-16)$$

将式(1-14)~式(1-16)代入式(1-13)可以求得

$$\phi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (1-17)$$

定义 λ_D 为德拜长度,同时考虑电子和离子的贡献:

$$\lambda_D = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2}}} \quad (1-18)$$

电子德拜长度为

$$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{ne^2}} \quad (1-19)$$

离子德拜长度为

$$\lambda_{Di} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_i}{\bar{Z}n_i e^2}} \quad (1-20)$$

德拜长度是等离子体一个重要的特征参量,反映了电荷屏蔽效应的特征长度,

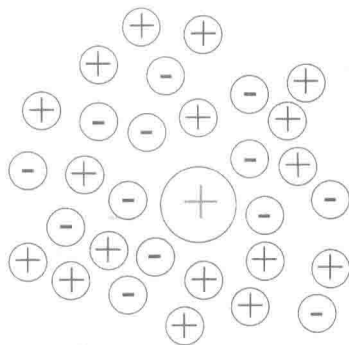


图1-1 等离子体德拜屏蔽

是等离子体空间宏观尺度的量度。一方面,等离子体中当两个带电粒子之间的距离 $r \ll \lambda_D$ 时,粒子清晰地感受到彼此的存在,存在以库仑碰撞为特征的两体相互作用;当 $r \gg \lambda_D$ 时,由于其他粒子的干扰和屏蔽,直接的粒子两体之间相互作用消失,代之而来的是许多粒子共同参与的集体相互作用。另一方面,若空间上出现了局部的电荷集中或系统引入了外部电势,当系统的空间尺度 L 远大于 λ_D 时,在 λ_D 尺度外的电场将按照 e^{-r/λ_D} 的指数规律迅速衰减。

德拜球内的粒子数为

$$N_D = n \frac{4\pi}{3} \lambda_D^3 \quad (1-21)$$

只有当带电粒子云内有足够多的粒子时,德拜屏蔽才成立,即要求 $N_D \gg 1$ 。德拜长度是描述等离子体准中性特征中空间尺度的重要参量,等离子体受到扰动后,恢复准电中性行为的时间尺寸由等离子体频率来描述。

等离子体中假设电子受到一定的扰动而发生偏移,由于离子和电子质量的差异,电子的运动将产生很强的微观电场,从而引起电子围绕离子振荡。

假设均匀的冷等离子体(忽略电子热运动)密度为 n_e ,当等离子体受到扰动后电子相对离子整体偏移 x 的距离,电子将在电场力的作用下围绕离子做回复运动。平板电极中的电场强度为

$$E = \frac{n_e e x}{\epsilon_0} \quad (1-22)$$

电子运动方程为

$$m_e \frac{d^2 x}{dt^2} = -eE = -\frac{e^2 n_e x}{\epsilon_0} \quad (1-23)$$

上述回复运动的频率定义为电子等离子体振荡频率 ω_{pe} :

$$\omega_{pe} = \left(\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (1-24)$$

定义电子等离子体振荡的特征时间 $\tau_{pe} = 1/\omega_{pe}$ 。由于等离子体中的电子振荡总是存在的,只有在时间尺度 $\gg \tau_{pe}$ 时,电子振荡的平均效果不产生影响,等离子体才可被认为是准中性的,因此电子等离子体振荡频率被认为是描述等离子体准中性特征中时间尺度的重要参数。

相似地,定义离子振荡频率,离子振荡过程比电子振荡慢得多:

$$\omega_{pi} = \left(\frac{\bar{Z}^2 n_i e^2}{m_i \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (1-25)$$

同时考虑电子振荡和离子振荡,可以定义等离子体振荡频率为

$$\omega_p = (\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2)^{1/2} \approx \omega_{pe} \quad (1-26)$$

1.1.2 等离子体的分类

根据不同的标准,可对等离子体进行分类。

按电子温度来分,通常电子温度低于 10eV 的等离子体称为低温等离子体,低温等离子体又可分为冷等离子体和热等离子体。冷等离子体的离子温度通常为 1eV,小于电子温度,主要用于刻蚀、材料改性、等离子体医学等方面。热等离子体的电子温度和离子温度接近,主要用于冶金、焊接、切割等。当电子温度超过 10eV 量级时,称为高温等离子体,高温等离子体在产生 X 射线、聚变科学等领域有重要应用。

当电子平均动能远大于电子平均距离对应的库仑势能时,这类等离子体称为理想等离子体,而当电子的平均动能小于电子平均间距对应的库仑势能时,这种等离子体称为非理想等离子体。

此外,当温度足够高时,如电子温度 $T_e \approx 10\text{keV}$,电子热运动速度到达 $0.3c$,这时相对论效应开始变得显著,因此把温度高于 10keV 的等离子体称为相对论等离子体。当等离子体密度足够高时(如接近固体),粒子间平均距离小于电子德布罗意波长,要考虑量子效应,因此这类等离子体称为非经典等离子体。

1.2 等离子体中的相互作用

等离子体中粒子的相互作用可以分为两类:一类是弹性碰撞,碰撞前后总动能守恒,各粒子的电荷数不变,动量在粒子间重新分配;另一类是非弹性碰撞,动能在粒子间重新分配,且一部分能量转移至相互作用的粒子或者新产生的粒子中。非弹性碰撞包括粒子激发和退激发、电离和复合、电荷交换等。下面将对这两类碰撞过程分别进行介绍。

1.2.1 库仑碰撞

1. 库仑碰撞截面^[3]

设 α, β 两个粒子,其质量和运动速度分别为 $m_\alpha, v_\alpha, m_\beta, v_\beta$,两个粒子之间受到库仑相互作用力 $F_{\alpha\beta}$,运动方程为

$$\begin{cases} m_\alpha \frac{d^2 \mathbf{r}_\alpha}{dt^2} = \mathbf{F}_{\alpha\beta}(r_{\alpha\beta}) \\ m_\beta \frac{d^2 \mathbf{r}_\beta}{dt^2} = -\mathbf{F}_{\alpha\beta}(r_{\alpha\beta}) \end{cases} \quad (1-27)$$

式中, $r_{\alpha\beta} = |\mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta|$

α, β 粒子组成一个两体系统,实验室坐标系中的质心坐标 \mathbf{R} 和相对坐标 \mathbf{r} 为

$$\begin{cases} \mathbf{R}_c = \frac{m_a \mathbf{r}_a + m_\beta \mathbf{r}_\beta}{m_a + m_\beta} \\ \mathbf{r} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_\beta \end{cases} \quad (1-28)$$

两体系统不受外力作用,因而质心运动为匀速直线运动。由式(1-27)得相对运动方程为

$$\mu \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}_{a\beta}(r) \quad (1-29)$$

式中, μ 为约化质量, $\mu = \frac{m_a m_\beta}{m_a + m_\beta}$ 。

在质心坐标系中,两体碰撞可简化为一个质量为 μ 的粒子受到力心固定的力 $\mathbf{F}_{a\beta}(r)$ 作用。质量为 μ 、电荷为 q_a 的粒子,以速度 \mathbf{u} , 瞄准距离 b 向固定在 O 点处电荷为 q_β 的粒子运动,在库仑力 $\mathbf{F}_{a\beta}(r)$ 的作用下发生偏转,偏转角为 θ , 偏转后速度为 \mathbf{u}' , 经历这样一个运动称为两粒子碰撞(或称散射),如图 1-2 所示。

库仑碰撞时,偏转角 θ 与碰撞参量 b 关系为

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{b_0}{b} \quad (1-30)$$

式中,

$$b_0 = \frac{q_a q_\beta}{4\pi\epsilon_0 \mu u^2} \quad (1-31)$$

为偏转角为 90° 时的碰撞参量。每秒射入单位面积粒子数为 I , 瞄准距离在 $[b, b+db]$ 范围内的粒子数为 $I \cdot 2\pi b db$, 这些粒子被散射到立体角 $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ 内(图 1-3), 则每秒单位面积粒子束被散射到立体角 $d\Omega$ 内的概率为

$$\sigma(\theta) = \frac{2\pi b db}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (1-32)$$

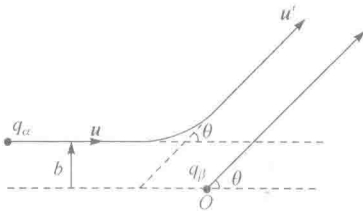


图 1-2 质心坐标系中的两体库仑碰撞过程

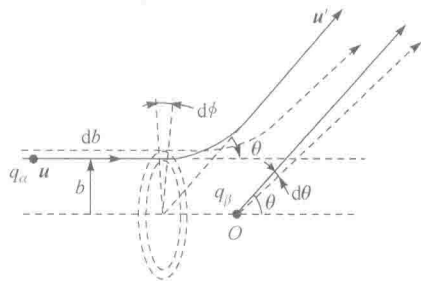


图 1-3 质心坐标系中的两体库仑碰撞的微分散射截面

$\sigma(\theta)$ 为碰撞(散射)微分截面,其物理意义为:单位时间单位面积的人射粒子通

过库仑碰撞散射到单位立体角 $d\Omega$ 内的概率。

由式(1-30)得

$$\frac{db}{d\theta} = -\frac{b_0}{2} \frac{1}{\sin^2(\theta/2)} \quad (1-33)$$

代入式(1-32),得微分散射截面:

$$\sigma(\theta) = \frac{b_0^2}{4} \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} = \left(\frac{q_a q_\beta}{8\pi\epsilon_0 \mu u^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad (1-34)$$

式(1-34)是著名的卢瑟福散射公式。

如果考虑两个带电粒子间的作用受到其他带电粒子的屏蔽效应,则粒子间的相互作用力 $F_{a\beta}(r)$ 由德拜屏蔽势来描述:

$$\phi(r) = \frac{q_\beta}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-r/\lambda_D} \quad (1-35)$$

可求得散射微分截面:

$$\sigma(\theta) = \frac{b_0^2}{4} \frac{1}{[\sin^2(\theta/2) + \epsilon^2]^2} \quad (1-36)$$

式中,

$$\epsilon^2 = b_0 / \lambda_D \quad (1-37)$$

中性粒子的弹性碰撞一般只与两个粒子有关,如图 1-4 所示,粒子间的相互作用发生碰撞的瞬间,这种碰撞作用称为两体碰撞。而等离子体中,带电粒子受到屏蔽的库仑作用,某个带电粒子同时受到德拜屏蔽球内所有带电粒子的作用;另外,德拜球内的其他粒子也受到这个粒子的作用。因此,等离子体中带电粒子间的作用是多体碰撞问题。严格处理多体作用是极其困难的,通常都采用两体碰撞近似,即把多体作用看成相互独立的瞬时两体作用之和。

不同的瞄准距离,入射离子的偏转角度是不同的,在等离子体中影响其宏观行为的“碰撞”,主要是大量的两体小角度偏转积累而成的大角度“偏转”,见图 1-4。

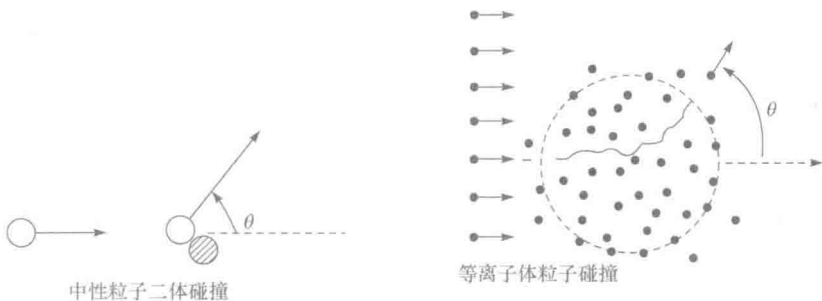


图 1-4 等离子体碰撞

2. 能量传递和动量传递

下面对库仑碰撞中的能量传递和动量传递进行分析:

碰撞前 α 和 β 粒子的质量和运动速度分别为 m_α 、 v_α 、 m_β 、 v_β , 其相对运动速度为

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_\beta \quad (1-38)$$

质心运动速度为

$$\mathbf{V} = \frac{d\mathbf{R}_c}{dt} = \frac{m_\alpha \mathbf{v}_\alpha + m_\beta \mathbf{v}_\beta}{m_\alpha + m_\beta} \quad (1-39)$$

在质心系中, 碰撞前两个粒子的速度为

$$\mathbf{v}_{\alpha c} = \mathbf{v}_\alpha - \mathbf{V} = \frac{m_\beta}{m_\alpha + m_\beta} \mathbf{u} \quad (1-40)$$

$$\mathbf{v}_{\beta c} = \mathbf{v}_\beta - \mathbf{V} = -\frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_\beta} \mathbf{u} \quad (1-41)$$

相对速度为

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_\beta = \mathbf{v}_{\alpha c} - \mathbf{v}_{\beta c} \quad (1-42)$$

碰撞后两粒子实验室坐标系的速度分别为 \mathbf{v}'_α 、 \mathbf{v}'_β , 对于弹性碰撞, 质心运动速度 \mathbf{V} 不变; 两个粒子在质心系里的速度为

$$\mathbf{v}'_{\alpha c} = \mathbf{v}'_\alpha - \mathbf{V} = \frac{m_\beta}{m_\alpha + m_\beta} \mathbf{u}' \quad (1-43)$$

$$\mathbf{v}'_{\beta c} = \mathbf{v}'_\beta - \mathbf{V} = -\frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_\beta} \mathbf{u}' \quad (1-44)$$

相对速度为

$$\mathbf{u}' = \mathbf{v}'_\alpha - \mathbf{v}'_\beta = \mathbf{v}'_{\alpha c} - \mathbf{v}'_{\beta c} \quad (1-45)$$

碰撞前后 α 粒子速度的变化量为

$$\Delta \mathbf{v}_\alpha = \frac{m_\beta}{m_\alpha + m_\beta} (\mathbf{u} - \mathbf{u}') = \frac{\mu}{m_\alpha} \Delta \mathbf{u} \quad (1-46)$$

其动量的变化量为

$$\Delta \mathbf{p}_\alpha = m_\alpha \Delta \mathbf{v}_\alpha = \mu \Delta \mathbf{u} = -\Delta \mathbf{p}_\beta \quad (1-47)$$

碰撞前总动能为

$$\epsilon = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 + \frac{1}{2} m_\beta v_\beta^2 = \frac{1}{2} (m_\alpha + m_\beta) \mathbf{V}^2 + \frac{1}{2} \mu \mathbf{u}^2 \quad (1-48)$$

碰撞后总动能为

$$\epsilon' = \epsilon'_\alpha + \epsilon'_\beta = \frac{1}{2} m_\alpha v_{\alpha'}^2 + \frac{1}{2} m_\beta v_{\beta'}^2 = \frac{1}{2} (m_\alpha + m_\beta) \mathbf{V}^2 + \frac{1}{2} \mu \mathbf{u}'^2 \quad (1-49)$$

由弹性碰撞动能守恒得

$$\mathbf{u}^2 = \mathbf{u}'^2 \quad (1-50)$$