“十三五”普通高等教育规划教材

Physics
(mechanics and electromagnetism)

大学物理学
（力学与电磁学）

主 编 王登龙
主 审 颜晓红

Physics
(mechanics and electromagnetism)

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

“十三五”普通高等教育规划教材

大学物理学

（力学与电磁学）

主　编　王登龙
副主编　王晓强　钟瑞霞
主　审　颜晓红

“互联网+”立体化教材
广益教育

北京邮电大学出版社
·北京·

内容简介

本书是对全新的立体化的"互联网＋"教材的探索.教材在"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材《大学物理学》的基础上进行缩编，并配以手机APP和网络教学平台等新的辅助教学手段，建设了丰富的学习资源库，便于各高校师生的教与学.

本书配有手机APP学习资源和网络教学平台.本书以力学和电磁学内容为主，包括质点运动学、质点动力学、刚体力学基础、狭义相对论、静电场、稳恒磁场、变化的电磁场7章；手机APP学习资源有AR扫描、虚拟学习、智能习题、知识框图、拓展阅读、科学巨匠等信息资源；网络教学平台包含有题库考试系统、学习资源库和网络课程.

本书可作为高等工科院校、农林院校等各专业的物理教材，也可作为综合大学和师范院校非物理专业的教材或参考书.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学.力学与电磁学/王登龙主编.--北京:北京邮电大学出版社，2017.1
ISBN 978-7-5635-4953-5

Ⅰ.①大… Ⅱ.①王… Ⅲ.①物理学—高等学校—教材②力学—高等学校—教材③电磁学—高等学校—教材 Ⅳ.①O4②O3

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第264933号

书　　名	大学物理学(力学与电磁学)
主　　编	王登龙
责任编辑	唐咸荣
出版发行	北京邮电大学出版社
社　　址	北京市海淀区西土城路10号(100876)
电话传真	010-82333010　62282185(发行部)　010-82333009　62283578(传真)
网　　址	www3.buptpress.com
电子信箱	ctrd@buptpress.com
经　　销	各地新华书店
印　　刷	北京泽宇印刷有限公司
开　　本	787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张	15
字　　数	373千字
版　　次	2017年1月第1版　2017年1月第1次印刷

ISBN 978-7-5635-4953-5　　定价：39.00元

“广益教育”APP操作说明

本书为“互联网+”立体化教材，配有助学助教平台——“广益教育”APP. 使用前，请按照下列步骤操作使用.

步骤一，先使用智能手机扫描本书封面图标中的二维码(见下图)，下载安装免费的“广益教育”APP. 提示：下载界面会自动识别安卓或苹果手机.

“互联网+”立体化教材

广益教育

步骤二，安装成功之后，点击“广益教育”APP进入使用界面.

步骤三，首次使用请先注册. 注册时，注意教师和学生身份的选择，默认是学生身份.

步骤四，注册成功后，使用时，请按照软件提示或宣传视频操作即可. 提示：教材中带有标志 APP 的图片，或二维码可以直接扫描，显示相关内容.

在使用过程中，如有疑问，请使用下列联系方式与我们沟通！

手机：13811568712

QQ：2181743958

电子邮箱：2181743958@qq.com

前　言

随着互联网技术的发展，一种全新的生活、工作、学习体验日益影响着人们的习惯. 尤其是把最新的技术应用到传统领域的突破，给我们带来了一种惊喜. 对大学物理这门课程来说，很多专业人士都在努力尝试用一种直观的方法让学生充分体验物理的奥妙. 开始从演示实验为主，后来发展到计算机仿真，直到现在的虚拟现实和增强现实. 可以说，大学物理课程的教与学迎来了一次创新变革的契机，正是在这种情况下我们推出了这本全新的立体化的“互联网＋”教材.

根据使用教材院校的反馈信息，本书是在“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《大学物理学》的基础上进行缩编而成的，并配以手机 APP 和线上学习平台等教学辅助资料，建设了丰富的学习资源库，便于各高校师生的教与学.

一、全新的手机 APP 学习平台

学生可以通过手机下载“广益教育”APP 软件，通过扫码验证，加载《大学物理学(力学和电磁学)》的学习资源，然后可以离线学习. APP 内容包括 AR 扫描、虚拟学习、智能习题、知识框图、拓展阅读、科学巨匠.

1. AR 扫描是通过手机摄像头对教材中带有“互联网＋”标识的图形内容进行扫描，直接读取 APP 中的相关内容，并在手机屏幕上显示出来，学生可方便地学习相关知识.

2. 虚拟学习模块中精选了 10 个经典难学的知识内容，以虚拟仪器、虚拟现象、虚拟动画展示出来，生动形象、易学易懂. 每个内容分为演示、概念或原理、分析和应用 4 个部分，对该知识点进行了教学辅助设计，非常适合学生自学，也方便教师课堂演示.

3. 智能习题包括教材中的选择题和填空题、精选习题详解、每章所有习题的参考答案，其中选择题和填空题可以在手机中直接答题，并有答案提示.

4. 知识框图把每章的基本知识都进行分析和总结，囊括在一张结构图中，便于学生对本章的知识结构和要点有一个完整、系统的认识和理解.

5. 拓展阅读的内容丰富，涉及物理学知识以及相关领域的各个交叉学科的知识点在生活、生产和具体工程中的应用，知识面非常广泛. 随着教学资源的不断开拓，后续 APP 版本将陆续增加一系列的阅读材料，以满足广大师生对物理学的新研究动态的需求.

6. 科学巨匠模块介绍了一些在物理学发展史上作出杰出贡献的物理学家的基本资料、主要成就、经典语录. 同时也提供了相关网络链接，可以让读者进一步深入了解这些科学巨匠的成长过程和艰辛的努力，激励读者以他们为楷模，不断地奋发图强.

二、信息化教学平台

“广益教育”教学平台包括题库考试系统、资源库、网络教学平台，集中体现在课件、微课、习题等丰富的教学资源，为教师备课和进行教学创新带来了方便；在线答疑、组卷判卷、自动批改、分步提示等功能的设计，可大量节约教师时间，可有效辅助教师教学.

大学物理课程是理工科大学生一门重要的基础课，对于非物理专业的读者来说，可能不会直接运用物理学的定律和公式去解决工作中的问题，但是我们相信读者在以后的工作和生活当中，都将会从所学到的物理学知识及物理学研究方法中得到益处、受到启迪，甚至激发出灵感. 考虑学时较少的特点，教材内容只是力学和电磁学的知识，难度适中.

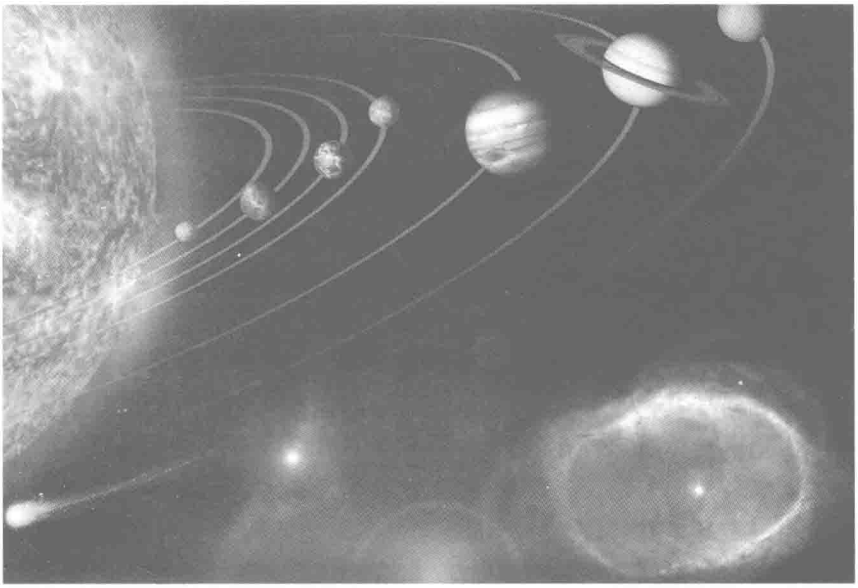
全书包括质点运动学、质点动力学、刚体力学基础、狭义相对论、静电场、稳恒磁场、变化的电磁场 7 章. 每章的习题部分均含有选择题、填空题和解答题 3 种题型，题量大，难易度适中.

本书由王登龙教授担任主编，负责全书的修改和定稿工作；由王晓强、钟瑞霞担任副主编；由颜晓红教授担任主审. 本书由杨友田编写质点运动学、质点动力学、刚体力学基础；王登龙编写狭义相对论和变化的电磁场；胡柯编写静电场、稳恒磁场；参加编写的人员还有时光、魏珺芳、魏含志. 在编写过程中，北京邮电大学出版社有关人员在本书的编辑出版过程中付出了大量的劳动，在此一并致谢.

编写全新的立体化的“互联网＋”教材是一种探索，由于编者水平有限，不妥和疏漏之处，恳请读者批评指正，以便再版时改进.

目 录

PHYSICS



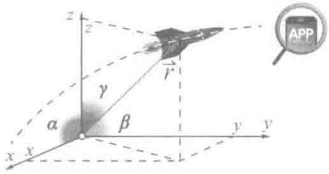
第 1 章
质点运动学

质点运动学的任务是研究和描述作机械运动的物体在空间的位置随时间变化的关系，并不追究运动发生的原因. 本章在引入参考系、坐标系、质点等概念的基础上，定义描述质点运动的物理量，如位置矢量、位移、速度和加速度等，进而讨论这些量随时间的变化以及相互关系，然后讨论曲线运动中的切向加速度和法向加速度，最后介绍相对运动.

1.1 参考系 坐标系 物理模型

1.1.1 运动的绝对性和相对性

众所周知，运动是物质的存在形式，运动是物质的固有属性，任何物体在任何时刻都在不停地运动着．从这种意义上讲，运动是绝对的．例如，地球在自转的同时绕太阳公转，太阳又相对于银河系中心以大约 250 km/s 的速率运动，而我们所处的银河系又相对于其他星系大约以 600 km/s 的速率运动着．总之，绝对不运动的物体是不存在的．



运动的描述

然而运动又是相对的．因此我们所研究的物体的运动都是在一定环境和特定条件下的运动．例如，当我们说一列火车开动了，这显然是指火车相对于地球（车站）而言．离开特定的环境、条件谈论运动没有任何意义．正如恩格斯所说："单个物体的运动是不存在的 —— 只有在相对的意义下才可以谈运动．"

为了描述物体的运动必须作三点准备，即选择参考系、建立坐标系、提出物理模型．

1.1.2 参考系

运动是绝对的，但运动的描述却是相对的．因此，在确定研究对象的位置时，必须先选定一个标准物体（或相对静止的几个物体）作为基准．这个被选作基准的物体或物体群，就称为**参考系**．

同一物体的运动，由于所选参考系不同，对其运动的描述亦会不同．例如，在匀速直线运动的车厢中，物体的自由下落，相对于车厢是作直线运动；相对于地面，却是作抛物线运动；相对于太阳或其他天体，运动的描述则更为复杂．这一事实充分说明了运动的描述是相对的．

从运动学的角度讲，参考系的选择是任意的．而实际中，通常以对问题的研究最方便、最简单为原则来选择参考系．研究地球上物体的运动，在大多数情况下，以地球为参考系最为方便（以后如不作特别说明，研究地面上物体的运动，都是以地球为参考系）．但是，当在地球上发射人造"宇宙小天体"时，则应以太阳为参考系．

1.1.3 坐标系

要想定量地描述物体的运动，就必须在参考系上建立适当的**坐标系**．在力学中常用的是直角坐标系．根据需要，也可选用极坐标系、自然坐标系、球面坐标系或柱面坐标系等．

总的说来，当参考系选定后，无论选择何种坐标系，物体的运动性质都不会改变. 然而，坐标系选择得当，可使计算简化.

1.1.4　物理模型

任何一个真实的物理过程都是极其复杂的. 为了寻找某过程中最本质、最基本的规律，总是根据所提问题(或所要回答的问题)，对真实过程进行理想化的简化，然后经过抽象提出一个可供数学描述的**物理模型**.

现在所提的问题是确定物体在空间的位置. 当物体的线度比它运动的空间范围小很多(如绕太阳公转的地球或调度室铁路运行图上的列车等)，或当物体作平动时，物体上各部分的运动情况(轨迹、速度、加速度)完全相同. 这时可以忽略物体的形状、大小，而把它看成一个具有一定质量的点，并称之为**质点**.

若物体的运动在上述两种情形之外，还可推出**质点系**的概念. 即把这个物体看成是由许许多多满足第一种情况的质点所组成的系统. 如果弄清楚了组成这个物体的各个质点的运动情况，那么也就描述了整个物体的运动.

在力学中除了质点模型之外，在后续章节中还会遇到刚体、理想流体、点电荷等物理模型.

综上所述：**选择合适的参考系，以方便确定物体的运动性质；建立恰当的坐标系，以定量地描述物体的运动；提出较准确的物理模型，以确定所提问题最基本的运动规律.**

1.2　位置矢量　位移　速度　加速度

1.2.1　位置矢量

为了表示运动质点的位置，首先应该选参考系，然后在参考系上选定坐标系的原点和坐标轴，图 1.1 为选定的直角坐标系. 质点 P 在直角坐标系中的位置可由 P 所在点的 3 个坐标 x、y、z 来确定，或者用从原点 O 到 P 点的有向线段 $\overrightarrow{OP}=\boldsymbol{r}$ 来表示，矢量 $\boldsymbol{r}$ 叫作**位置矢量**(简称**位矢**，又称为**矢径**). 相应地，坐标 x、y、z 也就是位矢 $\boldsymbol{r}$ 在坐标轴上的 3 个分量.

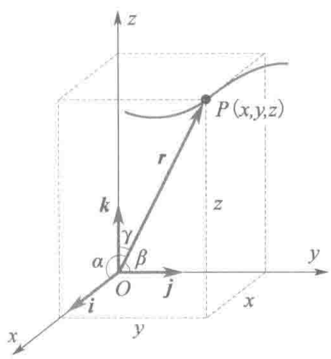


图 1.1　直角坐标系下的位矢

在直角坐标系中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 可以表示成

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1.1}$$

式中 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x、y、z 3 轴正方向的单位矢量. 位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$|\boldsymbol{r}|=r=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \tag{1.2}$$

位矢的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

质点的机械运动是质点的空间位置随时间变化的过程. 这时质点的坐标 x、y、z 和位矢 $\boldsymbol{r}$ 都是时间 t 的函数. 表示运动过程的函数式称为**运动方程**，可以写作

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \tag{1.3a}$$

或

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1.3b}$$

知道了运动方程，就能确定任一时刻质点的位置，从而确定质点的运动. 力学的主要任务之一，正是根据各种问题的具体条件，求解质点的运动方程.

质点在空间的运动路径称为**轨道**. 质点的运动轨道为直线时，称为直线运动. 质点的运动轨道为曲线时，称为曲线运动. 从式(1.3a)中消去 t 即可得到**轨道方程**. 式(1.3a)就是轨道的参数方程.

轨道方程和运动方程最明显的区别在于：运动方程是时间 t 的显函数，而轨道方程不是时间 t 的显函数. 例如，已知某质点的运动方程为

$$x = 3\sin\frac{\pi}{6}t, \quad y = 3\cos\frac{\pi}{6}t, \quad z = 0$$

式中，t 以秒(s)计，x、y、z 以米(m)计. 从 x、y 两式中消去 t 后，得轨道方程为

$$x^2 + y^2 = 9, \quad z = 0$$

其表明质点是在 $z = 0$ 的平面内，作以原点为圆心，半径为 3 m 的圆周运动.

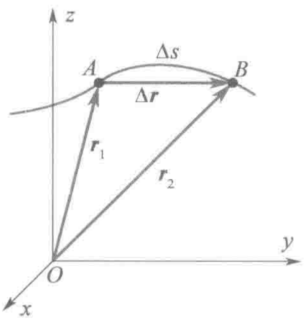


图 1.2　位移

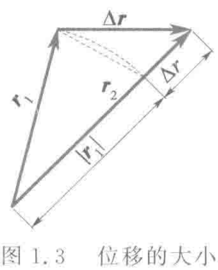


图 1.3　位移的大小

1.2.2　位移

如图 1.2 所示，设质点沿曲线 $\overset{\frown}{AB}$ 运动，在 t 时刻，质点在 A 处，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 B 处，A、B 两点的位矢分别用 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$ 表示，质点在 Δt 时间间隔内位矢的增量

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 \tag{1.4}$$

称为**位移**. 它是描述物体位置变动大小和方向的物理量，在图上就是由起始位置 A 指向终止位置 B 的一个矢量. 位移是矢量，它的运算遵守矢量加法的平行四边形法则(或三角形法则).

如图 1.3 所示，位移的模只能记作 $|\Delta\boldsymbol{r}|$，不能记作 Δr. Δr 通常表示位矢模的增量，即 $\Delta r = |\boldsymbol{r}_2| - |\boldsymbol{r}_1|$，而 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 则是位矢增量的模(位移的大小)，在通常情况下 $|\Delta\boldsymbol{r}| \neq \Delta r$.

必须注意，位移表示物体位置的改变，并非质点所经历的路程. 如图 1.2 所示，位移是有向线段 $\overrightarrow{AB}$，它的量值 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 为割线

AB 的长度. 路程是标量,即曲线$\overset{\frown}{AB}$ 的长度,通常记作 Δs. 一般来说,$|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s$. 显然,只有在 Δt 趋近于零时,才有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$. 应当指出,即使在 $\Delta t \to 0$ 时,$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}r$ 这个等式也不成立.

在直角坐标系中,位移的表达式为

$$\begin{aligned}\Delta \boldsymbol{r} &= (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k} \\ &= \Delta x\,\boldsymbol{i} + \Delta y\,\boldsymbol{j} + \Delta z\,\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1.5}$$

位移的大小为

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \tag{1.6}$$

位移和路程的单位均是长度的单位,国际单位制(SI 制)中为米(m).

1.2.3　速度

研究质点的运动,不仅要知道质点的位移,还必须知道在多长一段时间内通过这段位移,即要知道质点运动的快慢程度.

如图 1.2 所示,在时刻 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间内,质点的位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$,那么 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与 Δt 的比值称为质点在 t 时刻附近 Δt 时间内的**平均速度**,即

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1.7}$$

这就是说,平均速度的方向与位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向相同,平均速度的大小与在相应的时间 Δt 内每单位时间的位移大小相等.

显然,用平均速度描述物体的运动是比较粗糙的. 因为在 Δt 时间内,质点各个时刻的运动情况不一定相同,质点的运动可以时快时慢,方向也可以不断地改变,平均速度不能反映质点运动的真实细节. 如果要精确地知道质点在某一时刻或某一位置的实际运动情况,应使 Δt 尽量减小,即 $\Delta t \to 0$,用平均速度的极限值——**瞬时速度**(简称**速度**)来描述.

质点在某时刻或某位置的瞬时速度,等于该时刻附近 Δt 趋近于零时平均速度的极限值,其数学表示式为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.8}$$

可见,**速度等于位矢对时间的一阶导数**.

速度的方向就是 Δt 趋近于零时,平均速度$\dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$或位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向,即沿质点所在处轨道的切线方向,并指向质点前进的一方.

速度是矢量,既有大小又有方向. 描述质点运动时,也常采用一个叫作**速率**的物理量. 速率是标量,等于质点在单位时间内所行经的路程,而不考虑质点运动的方向. 如图 1.2 所示,在 Δt 时

间内质点所经过的路程为曲线$\widehat{AB}$ 的长度. 设曲线$\widehat{AB}$ 的长度为Δs，那么Δs与Δt的比值就称为t时刻附近Δt时间内的平均速率，即

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1.9}$$

平均速率与平均速度不能等同看待. 例如，在某一段时间内，质点环行了一个闭合路径，显然质点的位移等于零，平均速度也为零，而质点的平均速率则不等于零.

尽管如此，但在$\Delta t \to 0$的极限条件下，曲线$\widehat{AB}$ 的长度Δs与直线AB的长度$|\Delta \boldsymbol{r}|$相等，即在$\Delta t \to 0$时，$\mathrm{d}s = |\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$，所以瞬时速率为

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t} = |\boldsymbol{v}| \tag{1.10}$$

即**瞬时速率就是瞬时速度的模**.

在直角坐标系中，由式(1.1)可知，速度可表示成

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \tag{1.11}$$

式中，$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，$v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$，$v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$，它们分别为速度在$x$、$y$、$z$轴的分量. 这时速度的大小可以表示成

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{1.12}$$

速度和速率在量值上都是长度与时间之比，国际单位制(SI)中其单位为米每秒(m/s).

1.2.4 加速度

在力学中，位矢$\boldsymbol{r}$和速度$\boldsymbol{v}$都是描述物体机械运动的状态参量. 也就是说，若$\boldsymbol{r}$和$\boldsymbol{v}$已知，质点的力学运动状态就确定了. 下面即将引入的加速度概念则是用来描述速度矢量随时间的变化率的物理量.

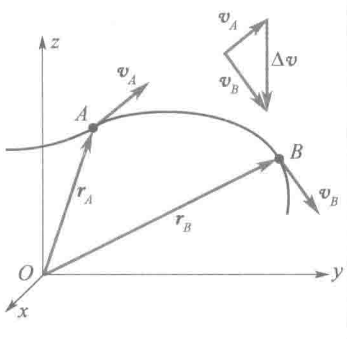


图 1.4　速度的增量

在变速运动中，物体的速度是随时间变化的. 这个变化可以是运动快慢的变化，也可以是运动方向的变化或速度的方向和大小都在变化. 加速度就是描述质点的速度(大小和方向)随时间变化快慢的物理量. 如图 1.4 所示，$\boldsymbol{v}_A$表示质点在时刻t、位置A处的速度，$\boldsymbol{v}_B$表示质点在时刻$t+\Delta t$、位置B处的速度. 从速度矢量图可以看出，在时间Δt内质点速度的增量为

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$$

与平均速度的定义相类似，比值$\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$称为$t$时刻附近$\Delta t$时间内的**平均加速度**，即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1.13}$$

平均加速度只是反映在时间 Δt 内速度的平均变化率. 为了准确地描述质点在某一时刻 t(或某一位置处) 的速度变化率,需引入瞬时加速度.

质点在某时刻或某位置处的**瞬时加速度**(简称**加速度**) 等于该时刻附近 Δt 趋近于零时平均加速度的极限值,其数学式为

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.14}$$

可见,**加速度是速度对时间的一阶导数,或位矢对时间的二阶导数.**

在直角坐标系中,加速度的表示式为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \tag{1.15}$$

式中,$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$,$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}$,$a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}$,它们分别为加速度在 x、y、z 轴的分量. 加速度的大小为

$$a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1.16}$$

加速度的方向是当 $\Delta t \to 0$ 时,平均加速度$\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 或速度增量的极限方向.

思考题:

匀变速运动是否一定是直线运动?试推导出匀变速直线运动的公式.

例 1.1 如图 1.5 所示,一人用绳子拉着小车前进,小车位于高出绳端 h 的平台上,人的速率 v_0 不变,求小车的速度和加速度大小.

解 小车沿直线运动,以小车前进方向为 x 轴正方向,以滑轮为坐标原点,小车的坐标为 x,人的坐标为 ξ,由速度的定义,小车和人的速度大小应为

$$v_{车} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \qquad v_{人} = \frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t} = v_0$$

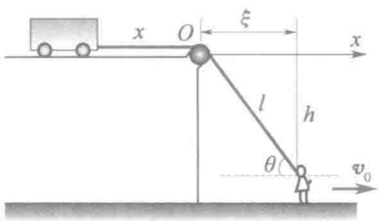


图 1.5

由于定滑轮不改变绳长,所以小车坐标的变化率等于拉小车的绳长的变化率,即

$$v_{车}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$$

从图 1.5 可以看出，$l^2=\xi^2+h^2$. 两边对 t 求导得

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=2\xi\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t}$$

或
$$v_{车}=\frac{v_{人}\xi}{l}=v_{人}\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+h^2}}=\frac{v_0\xi}{\sqrt{\xi^2+h^2}}$$

同理，可得小车的加速度大小为

$$a=\frac{\mathrm{d}v_{车}}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0^2h^2}{(\xi^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

1.3 曲线运动的描述　运动学中的两类问题

1.3.1 曲线运动的描述

若质点的运动轨迹为曲线，则称该质点作曲线运动. 为了描述曲线的弯曲程度，通常引入曲率和曲率半径. 这里仅讨论平面上的二维曲线运动.

从曲线上邻近的两点 P_1、P_2 各引一条切线，这两条切线间的夹角为 $\Delta\theta$，P_1、P_2 两点间的弧长为 Δs，则 P_1 点的曲率定义为

$$k=\lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta s}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s}\tag{1.17}$$

若曲线上无限邻近的两点上的两条切线的夹角 $\mathrm{d}\theta$ 称为邻切角，则上式表明，曲线上某点的曲率等于邻切角 $\mathrm{d}\theta$ 与所对应的元弧 $\mathrm{d}s$ 之比.

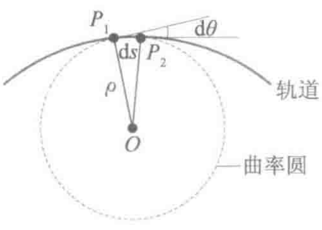


图 1.6　曲率、曲率圆、曲率半径

一般情况下，曲线在不同点处有不同的曲率. 曲率越大，则曲线弯曲得越厉害. 显然，同一圆周上各点的曲率都相同.

过曲线上某点作一圆，若该圆的曲率与曲线在该点的曲率相等，则称它为该点的曲率圆，而其圆心 O 和半径 ρ 分别称为曲线上该点的曲率中心和曲率半径(见图 1.6)，且有

$$\rho=\frac{1}{k}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta}\tag{1.18}$$

1. 平面曲线运动

质点作曲线运动时，$\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向和 $\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 的极限方向一般不同于速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向，而且在曲线运动中，加速度的方向总是指向曲线凹进的一边. 如果速率是减小的($|\boldsymbol{v}_B|<|\boldsymbol{v}_A|$)，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的方向夹角为钝角，如图 1.7(a) 所示；如果速率是增大的($|\boldsymbol{v}_B|>$

$|\boldsymbol{v}_A|$)，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的方向夹角为锐角，如图 1.7(b) 所示；如果速率不变($|\boldsymbol{v}_B|=|\boldsymbol{v}_A|$)，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的方向夹角为直角，如图 1.7(c) 所示.

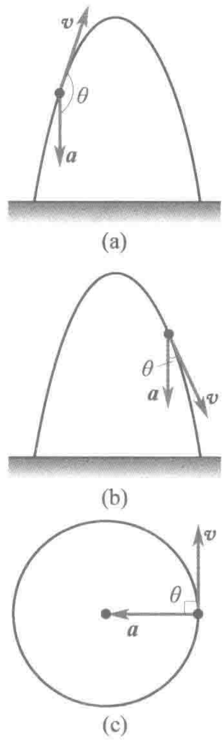


图 1.7　曲线运动中的加速度

为运算方便起见，常采用平面自然坐标系予以讨论，即将加速度沿着质点所在处轨道的切线方向和法线方向进行分解，这样得到的加速度分量分别叫作**切向加速度**和**法向加速度**.

设质点的运动轨道如图 1.8(a) 所示，t 时刻质点在 P_1 点，速度为 $\boldsymbol{v}_1$；$t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 P_2 点，速度为 $\boldsymbol{v}_2$，P_1、P_2 两点的邻切角为 $\Delta\theta$，在 Δt 时间内，速度增量为 $\Delta\boldsymbol{v}$. 图 1.8(b) 表示 $\boldsymbol{v}_1$、$\boldsymbol{v}_2$、$\Delta\boldsymbol{v}$ 三者之间的关系，图中 $\Delta\boldsymbol{v}$ 就是矢量 $\overrightarrow{BC}$. 如果在 $\overrightarrow{AC}$ 上截取 $|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{AB}|=|\boldsymbol{v}_1|$，则

$$|\overrightarrow{DC}|=|\overrightarrow{AC}|-|\overrightarrow{AB}|=|\boldsymbol{v}_2|-|\boldsymbol{v}_1|=|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|=\Delta v$$

即 $|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|=\Delta v$，它反映了速度大小的增量. 连接 $\overrightarrow{BD}$，并记作 $\Delta\boldsymbol{v}_n$，其反映了速度方向的增量. 因此速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 包含速度大小的增量和速度方向的增量这两个方面的含义，通过 $\Delta\boldsymbol{v}_\tau$ 和 $\Delta\boldsymbol{v}_n$ 得到了定量的描述，即 $\Delta\boldsymbol{v}=\Delta\boldsymbol{v}_\tau+\Delta\boldsymbol{v}_n$.

由图 1.8(c) 可看出，当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\theta\to 0$，则 $\angle ABD\to\dfrac{\pi}{2}$，即在极限条件下，$\Delta\boldsymbol{v}_n$ 的方向垂直于过 P_1 点的切线，即沿曲线在 P_1 点的法线方向；同时，在 $\Delta\theta\to 0$ 的极限条件下，$\Delta\boldsymbol{v}_\tau$ 沿 $\boldsymbol{v}_1$ 的方向，即沿曲线在 P_1 点的切线方向.

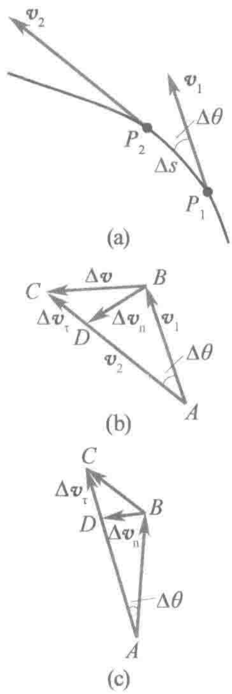


图 1.8　切向加速度与法向加速度

由图 1.8(c) 还可看出，$\Delta\theta\to 0$ 时，$|\Delta\boldsymbol{v}_n|=v\Delta\theta$，如果以 $\boldsymbol{n}_0$ 表示 P_1 点内法线方向的单位矢量，以 $\boldsymbol{\tau}_0$ 表示 P_1 点切线方向（且指向质点前进方向）的单位矢量，则有

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_\tau}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_n}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0+v\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{n}_0 \tag{1.19}$$

由于 $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s}\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v\dfrac{1}{\rho}$，式中 ρ 为过 P_1 点的曲率圆的曲率半径，则上式可写为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}_0=\boldsymbol{a}_\tau+\boldsymbol{a}_n \tag{1.20}$$

式中，$\boldsymbol{a}_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0$，$\boldsymbol{a}_n=\dfrac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}_0$，它们分别为加速度的切向分量和法向分量. $a_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，反映速度大小的变化；$a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$，反映速度方向的变化. 加速度的模为

$$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2} \tag{1.21}$$

在国际单位制中，加速度的单位是米每二次方秒($\mathrm{m/s^2}$).