

2



6

5

作者多年解题实践

通俗易懂

方法实用

数独解法与实战

★★★ SUDOKU ★★★
SOLUTION AND THE ACTUAL COMBAT

过镇海 著

4

9



1



科学出版社



数独解法与实战

★★★ SUDOKU ★★★
SOLUTION AND THE ACTUAL COMBAT

过镇海 著



科学出版社

内 容 简 介

本书依据作者多年解题实践，用通俗易懂的语言归纳了标准数独的5种基本解题方法，辅以多个例题说明解题过程，还对多种非标准和特殊的数独题，举例说明了解法特点。此外，各章节中还分设各种类型和不同难度的数独题共100个，供读者练习试解。

本书可供数独爱好者阅读参考。

图书在版编目（CIP）数据

数独解法与实战/过镇海著. —北京：科学出版社，2017.5

ISBN 978-7-03-051812-5

I. ①数… II. ①过… III. ①智力游戏 IV. ①G898.2

中国版本图书馆CIP数据核字（2017）第030514号

责任编辑：孙力维 杨 凯 / 责任制作：魏 谨

责任印制：张 倩 / 封面设计：杨安安

北京东方科龙图文有限公司 制作

<http://www.okbook.com.cn>

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

天津市新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017年5月第 一 版 开本：890×1240 1/32

2017年5月第一次印刷 印张：5 3/4

字数：170 000

定价：32.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前言

本世纪初，在一次赴美探亲期间，因平日无所事事、颇感无聊，家人首次介绍了数独（Sudoku），以便消遣解闷。刚开始时，看到命题不知如何着手解题。经过一段时间的摸索、练习和思考，逐渐地了解和掌握了一些解题的基本方法和技巧。以后随着解题数量的积累和难度的加大，逐渐地喜欢上数独，并增强了解题的信心。每当遇到一个难题，中局受阻，久思不得进展，经过多方试探突然找到一个线索后立即获得全解，这种乐趣和精神上的满足是不可言喻的。从此就将数独作为一种经常性的休闲活动，每天都要花些时间来做题，对于丰富个人的精神生活和促进脑力健康都大有裨益。

有时在不同的场合，发现周围的老同事和朋友之间，也多有数独爱好者。除了居家时经常做题外，甚至在外出旅游途中的间歇时间，也要抽空玩上一把。相互交谈间也一致认定数独是一项有益健康的休闲脑力游戏（运动），还特别地适合于知识界人士。

除了从事数独研究和推广的专业人员外，另一个关注数独、并能从中获益的人群应该是青少年。显然，数独对于青少年的智力开发，提高思维能力、训练逻辑分析和判断力，以及增强自信心和耐心等都大有增益。这是数独在世界各国推广后的普遍共识。

据知，数独从本世纪初开始在各国流行。相关的书籍如雨后春笋般涌现，国内的一些较大书城还设有数独专柜。此外，数独专用的棋盘和棋子、电子游戏机等也层出不穷。至于数独

的各种软件更易获得，下载至各种电子设备，如台式或便携式计算机、iPad 和手机等，也可随时应用。甚至乘坐长途飞机时，椅背上的电视屏幕也提供数独题，供旅途解闷。有些报刊还定期刊出数独题。

现在出版的有关数独的书（如参考文献所列）中，绝大部分篇幅只是提供各种类型和不同难易程度的数独题目，并附答案。而关于解题方法的内容很少，往往只是在书的最前面短短几页中提供简短的说明。有些书中给几种方法取了名，附上几行文字说明，但是从其名和说明实在难以理解其真实解法。有些书中列出了许多种（十几种或更多）解法，但其命名和说明似不通俗易懂，其分类似不严密妥当。在和同事们一起议论此事时，都感到有些书中的有关内容难以理解，难以从中获得真正有效的帮助。至于，对数独解法进行全面和系统性论述的书，更是罕见。

为了弥补这方面的不足，似乎应该有一些专门介绍数独解题方法的书，且应通俗易懂，便于掌握和应用。作者只是一名数独的业余爱好者，虽然解过一些题，但从未钻研过有关理论，也从未和专业人士探讨过，斗胆草成此书，以便抛砖引玉。

本书中，依据作者的多年解题实践，归纳了标准数独的 5 种基本解题方法，辅以多个例题说明解题过程；还对多种非标准和特殊的数独题，举例说明解法的特点。此外，各章节中还分设各种类型和不同难度的数独题共 100 个，供读者练习试解。基于作者平生的经历，本书参照所熟悉的理工科书籍的特点撰写，力求文字通俗，逻辑严谨，图文结合，循序渐进。

本书的读者对象是数独的爱好者，主要包括前面提到的退

体人员和青少年等，以及数独的初学者。作者希望为他们的数独之途入门指路，此后的道路可自行开创。

由于数独在各国流行，爱好者日益增多，渐渐地发展为一项智力竞技(运动)项目。有些国家还成立了专门的组织机构(如北京市数独运动协会)，负责推介数独活动，管理专业人员的水平测试和技术段位评定，组织各级专项比赛。至今世界数独锦标赛已经连续举行多届，最近的第八届就是2013年在北京举行的。参加比赛的专业选手，不仅要求正确地解答难度大和类型变化多的各种命题^[10]，还要评比解题速度，即用时最少者胜。这些专业选手除了本人的天赋，还会有专门的训练。他们解题的思路、方法和技巧，很可能各有独到之见，恐怕难以言传身教。

本书所列的参考文献中，提供了大量的数独题，包括不同难易程度和多种变化类型。作者在练习这些命题的过程中获得进步，解题方法受到启示。况且，本书中所列的例题，以及所附练习题中的半数(主要是非标准数独题)也都选自其中。在此对各位编著者深表谢意。此外，作者的老同事在成书过程中多加鼓励和帮助，并在审阅书稿后提出了宝贵意见，一并致谢。

但是，作者毕竟只是个数独的业余爱好者，此书难免井蛙之见。书中内容出现肤浅和片面甚或错误之处，敬请专业人士严加批评指正，也欢迎读者的批评和讨论。

过镇海

2016年1月于清华园荷清苑

目 录

第1章 概 论 /001

1. 基本规则和简例 /003
2. 特 点 /006
3. 难度分档 /007
4. 分 类 /009

第2章 解题的准备 /011

1. 题面标记 /013
2. 已知数和限定解 /014
3. 解题策略 /017
4. 应用器具 /019

第3章 标准数独的基本解法 /021

1. 九数补缺 /023
2. 同数排查 /026
- 练习题 (1~20) /030
3. 利用宫行 (列) 共有解 /040
4. 利用限定解组合的排他性 /043
- 练习题 (21~40) /053
5. 试改法 /063
- 小 结 /070

练习题 (41~60) /077

第4章 非标准数独和解法 /087

1. 非九宫数独 /089

2. 对角线数独 /091

3. 不规则宫数独 /094

4. 奇偶数独 /097

5. 连体数独 /099

小 结 /101

练习题 (61~84) /102

6. 数和数独 /114

7. 数差数独 /124

8. 数积数独 /126

9. 数比数独 /128

10. 不等式数独 /130

11. 双向数和数独 /133

12. 三角形数独 /136

小 结 /139

练习题 (85~100) /140

练习题答案 /149

参考文献 /171

第1章

概论



1. 基本规则和简例

数独本质上就是一种数字填写的智力游戏。

一个标准数独的题如图 1.1 所示。图上由九横行和九竖列的线条相交构成了 81 个小格，还用粗线条划分为三小格见方的块，称之为宫。共有九宫，每宫九格。

5	8			9				
		6				1		
				4			9	2
						6		
7			4		2			1
		5		1	8		4	
	7		5	6		8		
6			2		7			9
		8						

图 1.1 标准数独示例

部分小格中已经给出的数字是 1 至 9 中之一。图 1.1 的例题中有 26 个格给出了数字，这是已知条件。解题的目标就是填满所余的空格（ $81-26=55$ 个），并满足下述条件：

每一行、每一列和每一宫的九个小格中都包含1至9的九个数，不能重复和短缺。

这就是数独的基本规则。对于刚接触到数独的人来说，似乎解题无从着手、颇有难度。其实只要静下心来，一步步地思考，就可以逐步掌握解题的技巧。先用一个最简单的例题加以解释。

图1.2中是一个最简单的4阶数独题。总共有16个小格，其中六格有已知数，用黑体字表示。要求填满其余十个空格，使每行、每列和每宫中的四个小格都包括1，2，3，4。

1	3	4	2
4	2	1	3
2	1	3	4
3	4	2	1

图 1.2 四阶数独例题

解题过程如下：

第一行第三格的所在行、列、宫中已有数字1、2、3，只能填4；

第一行已有3、4、2，第一格必为1；

左起第一列已有1、2、3，第二格必为4；

左上宫已有1、3、4，第二行第二格为2；

第二行已有4、2、1，第4格为3；

左起第四列已有 2、3、4，最下格为 1。至此已获六个解，其余四个空格不难求解。

其实，此题还有第二种求解途径：

第四行第四格的所在行、列中已有 2、4、3，只能填 1；

第四列中有了 2、4、1，第二格必为 3；

右上宫中已有 2、1、3，第一行第三格为 4；

.....

此外，还可有其他途径。例如，从第三行第三格得解 3，或从第二行第一格得解 4 开始，都可获得全解。可见，不同的途径都获相同的正确解，可谓殊途同归。

小知识

数独的起源

数独前身为“九宫格”，最早起源于中国。数千年前，我们的祖先就发明了洛书，其特点较之现在的数独更为复杂，要求纵向、横向、斜向上的三个数字之和等于15，而非简单的九个数字不能重复。中国古籍《易经》中的“九宫图”也源于此，故称“洛书九宫图”。而“九宫”之名也因《易经》在中华文化发展史上的重要地位而保存、沿用至今。

1783年，瑞士数学家欧拉发明了一种当时称作“拉丁方块”的游戏，这个游戏是一个 $n \times n$ 的数字方阵，每一行和每一列都是由不重复的 n 个数字或者字母组成的。

19世纪70年代，美国的一家数学逻辑游戏杂志Dell Puzzle Magazines开始刊登现在称为“数独”的这种游戏，当时人们称之为“数字拼图”，在这个时候， 9×9 的81格数字游戏才开始成型。

1984年4月，在日本Nikori的《パズル通信ニコリ》杂志上出现了“数独”游戏，提出了“独立的数字”的概念，意思就是“这个数字只能出现一次”或者“这个数字必须是唯一的”，并将这个游戏命名为“数独”（sudoku）。

2. 特点

从上面介绍的数独基本规则和例题求解，可以了解这一智力游戏的特点：

① 要求填入每题空格中的数字必定是 1 至 9 的九个数字之一，完全不需要经过任何数学运算。因而也就不要求解题者具备任何数学理论基础。

② 答题主要依靠解题者的逻辑思维和推断，对于每一格的可能解和唯一解，以及对每一解的肯定或否定作出分析和决断。

③ 每题的正确答案只有一个，但解题每一步的途径或顺序可有多种。亦即解题过程中，只要是每一步答案正确，谁先谁后都不影响答案的正确性，亦即解题与途径无关。这一特点对解题很有利。而有些智力游戏，虽然看似简单，但只能按照唯一的顺序进行才能求解（或完成），亦即解题与途径有关，难度就增大了。

④ 命题有多种变化。标准数独题有易、有难，幅度相当大。既适合不同人士选用，又有利于逐步提高解题水平。除此之外，经过专业人士多年的研究开发，现在已有数十种不同形式的数独面世，又增加了趣味性和难度，对开阔思路和分析能力提出了更高要求。

3. 难度分档

现今，提供数独题目的书籍和其他介质很多。为了适应不同水平玩家，对数独题的难易程度加以分档标注。但是，分列的档次数目和命名各有不同。例如：

三档：初级、中级、高级^[11]；

或 入门、中级、高级^[2~7]；

五档：入门、初级、中级、高级、骨灰级^[12, 13]；

六档：初学、容易、中等、棘手、残忍、恶毒^[1]。

至于分档的界限，既没有提供明确的定义，更缺乏数量化的评定指标。在客观上，这可能是由于技术上的困难；在主观上，难易程度的感觉因人而异。即使同一人在不同时候求解同一个数独题，很可能因为各次解题的途径不同，而完成时所花时间不等，甚至相差较多，因而所感觉难易程度也不同。

据分析，数独题的客观难易程度应该取决于设计该题时所预留可能解题途径的数量多少。显然，每一步获解的可能途径多者（如前面的例题）必定容易，而途径少者必难。如若只有唯一的解题途径，就成为途径相关问题，当然是最难了。

为了便于不同爱好者选用难度适当的数独题，这里对题的难易程度建议一个概略而简便的分档和判别标准。

浏览大量的标准数独题，在每题的 81 个小格中给出的已

知数，最多的超过 36 个，而最少的略低于 20 个。据此可以分档区别其难易程度：

已给数的数量： ≥ 31 $30 \sim 26$ ≤ 25

难 易 程 度： 容易 中等 较难

当然，已知数的数量并非数独题难易程度的决定因素。有些题虽然已知数较多，但预留的解题途径少而仍难解；相反，有些题的已给数较少，但解题途径多且明显，就容易获解。

小知识

北京市中小学数独比赛

北京市中小学数独比赛是北京地区面向中小學生开展的最大型数独赛事。上百所学校近万名学生参与初赛的选拔，经过层层选拔后，近千名学生在体育馆内同场竞技。

本项赛事每年一度在4~5月间举办，在北京上学的中小學生均可以代表学校或个人来参赛。比赛流程包括多轮次个人赛和学校团体赛，题型包含标准数独和常见变型数独。

由于中小學生年龄跨度和智力发育水平有较大差异，使得比赛按不同年级将选手分为不同组别进行比赛，这样更有利选拔出各年龄组的佼佼者。本项比赛已经举办了多年，已为国家队和国家少年队输送了多名优秀选手。

4. 分 类

数独经过多年的推广，逐渐地吸引了更多的业余爱好者，也成长了一批专业人士。同时，和世界上一切事物一样，有需要就有发展。于是，在最先流行的九宫标准数独的基础上，研发的多种多样非标准数独相继问世。

所有的非标准数独都保持了标准数独的特点和解题目标，但提供的条件有不同程度的变化，甚至有面目全非之感。改变的条件包括：棋面的形式，多样的已知数或数值关系，附加的限制条件等。本书中根据变化程度等条件又区分为两种，即类标准数独和特殊数独。二者的特点和解法在本书的第4章详加介绍。

小知识

全国大学生数独挑战赛

全国大学生数独挑战赛是面向全国高校学校开展的一项数独赛事。不仅大学生可以参加，在校读书的研究生及博士生也可以参加该项赛事。本项赛事每年在12月举办，目前赛事场地都选在北京，其他地区学生想参赛需届时报名及来京参赛。

该项赛事同样分为个人赛和学校团体赛，题型更丰富、难度比中小学数独比赛提高了不少，基本接近了中国数独选拔赛的强度。由于比赛场地的限制，使得国内还有不少优秀的大学生数独高手由于各种原因无缘参加，但举办过的几届大学生数独赛，同样选拔出了一些优秀选手进入到了国家队，同时还要不少比赛成绩较好的大学生取得了数独培训师资格，可以在课余到有需求的中小学进行数独推广和培训，使得大学生数独爱好者群体成为国内推动数独发展和水平衡量的中坚力量。