

普通高等教育电子电气信息类应用型本科系列规划教材

光电材料与器件检测

实验教程

刘碧桃 李璐 程江 主编
陈善勇 赵聪 柳红东 吴会杰 副主编



科学出版社

光电材料与器件检测实验教程

主编 刘碧桃 李 璐 程 江

副主编 陈善勇 赵 聰 柳红东 吴会杰

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书内容共分为四章，涉及微纳光电材料、半导体发光材料、LED 封装技术、无机光致发光材料、透明导电材料、光电催化材料、太阳能电池材料、锂离子电池材料等光电材料与器件，主要包括光电材料实验安全操作与数据分析、光电材料的常见制备方法及其原理、光电材料器件工作原理及其封装测试等。

本书可作为高等院校光信息科学与技术、信息显示与光电技术、光电信息工程、光电子材料与器件等专业本科生或研究生的实验教程，也可供相关专业教师、科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

光电材料与器件检测实验教程 / 刘碧桃, 李璐, 程江主编. —北京：科学出版社，2017.2

普通高等教育电子电气信息类应用型本科系列规划教材

ISBN 978-7-03-051729-6

I .①光… II .①刘… ②李… ③程… III .①光电材料-实验-高等学校-教材②光电器件-实验-高等学校-教材 IV, ①TN206-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 024856 号

责任编辑：张 展 李小锐 / 责任校对：韩雨舟

封面设计：墨创文化 / 责任印制：罗 科

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

成都锦瑞印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017年2月第一版 开本：787×1092 1/16

2017年2月第一次印刷 印张：6.5

字数：150千字

定价：24.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

21世纪以来，世界光电产业发展迅速。2009年，全球光电产业的市场规模已达1万亿美元。随着信息技术、激光加工技术、光电传感、显示技术等的快速发展以及光电技术与数字技术、多媒体技术、机电技术等领域的结合与相互渗透，我国已经形成市场可观、发展潜力巨大的光电产业。

光电材料是整个光电产业的基础和先导，光电子技术的重大进步都是由新材料和新器件的产生而促成的，没有这些基础的材料与器件，就难以组装高性能的光电设备和搭建高性能的光电系统。光电材料与器件涉及光学、电子、材料、物理、化学等多个学科，目前相关的专业教材比较少。

本书由重庆文理学院新材料技术研究院的老师集体编写而成，是《光电材料与器件》系列教材配套用实验教学用书，共分为四章，涉及微纳光电材料、半导体发光材料、LED封装技术、无机光致发光材料、透明导电材料、光电催化材料、太阳能电池材料、锂离子电池材料等光电材料与器件，主要包括光电材料实验安全操作与数据分析、光电材料的常见制备方法及其原理、光电材料器件工作原理及其封装测试等。其中，刘碧桃老师负责光电催化材料及器件部分和全书统筹工作，李璐老师负责微纳光电材料及器件部分，程江老师负责太阳能电池材料与器件部分，赵聪老师负责无机发光材料与LED器件封装部分，阮海波老师负责透明导电材料与器件部分，柳红东老师负责锂离子电池材料与器件和实验数据分析部分，吴会杰老师负责实验室安全和光电催化部分。

本书的写作特点：

一是编写中注重内容的科学性、严谨性、先进性、实用性和针对性，与高等教育教学改革的理念相适应；

二是强调基础，注重引导并拓展学生的自主创新设计能力，加深对相关技术的理解；

三是从光电材料研究现状出发，偏重于光电材料与器件和能源、环保等的结合。

本书可作为高等院校光信息科学与技术、信息显示与光电技术、光电信息工程、光电材料与器件等专业本科生或研究生的实验教程，也可供相关专业教师、科研人员参考。

本书的出版得到了重庆文理学院教材项目资助，在此表示感谢。

限于编者的水平，书中难免存在错误和不足之处，恳请广大读者批评指正，以便修正。

刘碧桃

2017年2月于重庆

目 录

第 1 章 光电材料与器件实验基本要求	1
1.1 光电材料与器件实验目的和要求	1
1.2 实验室安全知识	1
1.3 误差分析和数据处理	1
1.3.1 误差的基本概念	2
1.3.2 数据处理	6
第 2 章 常用光电材料与器件制备方法	13
2.1 磁控溅射法	13
2.1.1 概述	13
2.1.2 溅射镀膜原理	13
2.1.3 溅射镀膜装置	14
2.1.4 溅射镀膜优缺点	15
2.2 涂布法	16
2.2.1 概述	16
2.2.2 涂布技术原理	16
2.2.3 几种常见涂布技术优缺点	17
2.3 沉淀法	18
2.3.1 概述	18
2.3.2 沉淀法原理	18
2.3.3 沉淀法优缺点	19
2.4 高温固相法	19
2.4.1 概述	19
2.4.2 固相反应原理	19
2.4.3 高温固相法优缺点	20
2.5 水热法	20
2.5.1 概述	20
2.5.2 水热法的原理	21
2.5.3 水热法的特征	21

2.6 真空蒸镀	22
2.6.1 概述	22
2.6.2 真空蒸镀原理	22
2.6.3 真空蒸镀优缺点	23
第3章 常用光电器件测试	24
3.1 太阳能电池器件性能测试	24
3.1.1 概述	24
3.1.2 太阳能电池结构与原理	24
3.1.3 太阳能电池测试步骤	28
3.2 导电薄膜的电学性能测试	29
3.2.1 霍尔测试	29
3.2.2 四探针测试仪	33
3.3 OLED 光电性能测试	40
3.3.1 研究历史及应用	40
3.3.2 OLED 器件结构	42
3.3.3 OLED 器件性能指标	42
3.4 荧光性能测试	44
3.4.1 荧光分光光度计	44
3.4.2 长余辉性能测试	46
3.5 LED 产品性能测试	47
3.5.1 光色测试技术基本原理	47
3.5.2 测试设备操作流程	49
3.5.3 测试流程	49
3.6 电化学性能测试	50
3.6.1 恒电流充放电法	50
3.6.2 循环伏安法	51
3.6.3 交流阻抗法	52
第4章 实验	54
实验一 旋涂法制备有机薄膜太阳能电池	54
实验二 喷涂法制备有机薄膜太阳能电池	58
实验三 柔性金属纳米线透明导电薄膜制备与性能分析	60
实验四 磁控溅射制备氧化铟锡透明导电薄膜及性能分析	62
实验五 绿色荧光器件的制备	64
实验六 绿色磷光器件的制备	66
实验七 三基色荧光粉的制备及光学性能检测	68

实验八 LED 制备与检测	71
实验九 TiO ₂ 纳米多孔薄膜的制备及其光电性质	74
实验十 CuS 纳米花状球的制备及其可见光催化性质	76
实验十一 扣式锂离子电池的制备及电化学性能测试	78
实验十二 扣式超级电容器的制备及电化学性能测试	81
参考文献	87
附表	91

第1章 光电材料与器件实验基本要求

1.1 光电材料与器件实验目的和要求

光电材料是指用于制造各种光电设备(主要包括各种主、被动光电传感器、光信息处理和存储装置及光通信等)的材料，主要包括红外材料、激光材料、光纤材料、非线性光学材料、发光材料、光电催化材料等。利用光电材料的光电性质工作的光电器件和利用光电材料光生伏特效应工作的光电池和半导体发光器件等统称为光电器件。

实验目的和要求：通过对光电材料的制备及其器件的构筑，明确光电材料的基本光电特性及其在光电器件中的作用机理，掌握光电材料的合成制备方法与光电器件的构筑原理，并初步掌握基本的光电器件的应用。

1.2 实验室安全知识

光电材料与器件实验室中的试剂大多数是有毒的、可燃易燃的或具有爆炸性及腐蚀性的。因此，熟悉所使用药品的性质并遵循安全操作规程、穿戴必要的防护工具，是实验室每个操作人员必须做到的，以防止实验危险，保护操作人员自身健康安全。

实验室安全常识主要包括着装穿戴、生活保障、药品存放和操作等方面，同时还包括化学安全专业常识、气体钢瓶的安全使用和防护知识、安全用电知识、防火及扑灭知识和实验室的救护知识等。

从事光电材料与器件实验操作的人员必须经过实验安全知识培训，考核合格者才能上岗工作。这是实验室最高管理者为保障实验人员人身安全应采取的措施之一，也是实验操作人员应获得的受自我安全保护教育的权利。

1.3 误差分析和数据处理

由于实验方法和实验设备的不完善、周围环境的影响、人的观察力、测量程序等限制，实验观测值和真值之间总是存在一定的差异。人们常用绝对误差、相对误差或有效数字来说明一个近似值的准确程度。为了评定实验数据的精确性或误差，认清误差的来源及其影响，需要对实验的误差进行分析和讨论。由此可以判定哪些因素是影响实验精

确度的主要方面，从而在以后实验中进一步改进实验方案，缩小实验观测值和真值之间的差值，提高实验的精确性。

1.3.1 误差的基本概念

测量是人类认识事物本质所不可缺少的手段，测量和实验能使人们对事物获得定量的概念和发现事物的规律性。科学上很多新的发现和突破都是以实验测量为基础的。测量就是用实验的方法，将被测物理量与所选用作为标准的同类量进行比较，从而确定它的大小。

1. 真值与平均值

真值是待测物理量客观存在的确定值，也称理论值或定义值。通常真值是无法测得的。若在实验中测量的次数无限，根据误差的分布定律，正负误差的出现概率相等。再经过细致地消除系统误差，将测量值加以平均，可以获得非常接近于真值的数值。但是实际上实验测量的次数总是有限的，用有限测量值求得的平均值只能是近似真值，常用的平均值有下列几种。

(1) 算术平均值：算术平均值是最常见的一种平均值。

设 x_1, x_2, \dots, x_n 为各次测量值， n 代表测量次数，则算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1-1)$$

(2) 几何平均值：几何平均值是将一组 n 个测量值连乘并开 n 次方求得的平均值。即

$$\bar{x}_{\text{几}} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} \quad (1-2)$$

(3) 均方根平均值：

$$\bar{x}_{\text{均}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad (1-3)$$

(4) 对数平均值：在化学反应、热量和质量传递中，其分布曲线多具有对数的特性，在这种情况下表征平均值常用对数平均值。

设两个量 x_1, x_2 ，其对数平均值为

$$\bar{x}_{\text{对}} = \frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2} = \frac{x_1 - x_2}{\ln \frac{x_1}{x_2}} \quad (1-4)$$

应指出，变量的对数平均值总小于算术平均值。当 $x_1/x_2 \leq 2$ 时，可以用算术平均值代替对数平均值。

当 $x_1/x_2 = 2$ ， $\bar{x}_{\text{对}} = 1.443$ ， $\bar{x} = 1.50$ ， $(\bar{x}_{\text{对}} - \bar{x})/\bar{x}_{\text{对}} = 4.2\%$ ，即 $x_1/x_2 \leq 2$ ，引起的误差不超过 4.2%。

以上介绍各平均值的目的是要从一组测定值中找出最接近真值的那个值。在化工实

验和科学的研究中，数据的分布较多属于正态分布，所以通常采用算术平均值。

2. 误差的分类

根据误差的性质和产生的原因，一般分为以下三类。

(1) 系统误差。系统误差是指在测量和实验中未发觉或未确认的因素所引起的误差，而这些因素影响结果永远朝一个方向偏移，其大小及符号在同一组实验测定中完全相同，实验条件一经确定，系统误差就获得一个客观上的恒定值。当改变实验条件时，就能发现系统误差的变化规律。

系统误差产生的原因：测量仪器不良，如刻度不准、仪表零点未校正或标准表本身存在偏差等；周围环境的改变，如温度、压力、湿度等偏离校准值；实验人员的习惯和偏向，如读数偏高或偏低等引起的误差。针对仪器的缺点、外界条件变化影响的大小、个人的偏向分别加以校正后，系统误差是可以清除的。

(2) 偶然误差。在已消除系统误差的一切量值的观测中，所测数据仍在末一位或末两位数字上有差别，而且它们的绝对值和符号的变化，时大时小，时正时负，没有确定的规律，这类误差称为偶然误差或随机误差。偶然误差产生的原因不明，因而无法控制和补偿。但是，倘若对某一量值作足够多次的等精度测量后，就会发现偶然误差完全服从统计规律，误差的大小或正负的出现完全由概率决定。因此，随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值趋近于零，所以多次测量结果的算数平均值将更接近于真值。

(3) 过失误差。过失误差是一种显然与事实不符的误差，它往往是由于实验人员粗心大意、过度疲劳和操作不正确等原因引起的。此类误差无规律可循，只要加强责任感、多方警惕、细心操作，过失误差是可以避免的。

3. 精密度、准确度和精确度

反映测量结果与真实值接近程度的量称为精度(亦称精确度)。它与误差大小相对应，测量的精度越高，其测量误差就越小。“精度”应包括精密度和准确度两层含义。

(1) 精密度：测量中所测得数值重现性的程度称为精密度。它反映偶然误差的影响程度，精密度高就表示偶然误差小。

(2) 准确度：测量值与真值的偏移程度称为准确度。它反映系统误差的影响程度，准确度高就表示系统误差小。

(3) 精确度(精度)：它反映测量中所有系统误差和偶然误差综合的影响程度。

在一组测量中，精密度高的准确度不一定高，准确度高的精密度也不一定高，但精确度高，则精密度和准确度都高。为了说明精密度与准确度的区别，可用下述打靶子例子来说明，如图 1-1 所示。

图 1-1(a)中表示精密度和准确度都很好，则精确度高；图 1-1(b)表示精密度很好，但准确度却不高；图 1-1(c)表示精密度与准确度都不高。在实际测量中没有像靶心那样明确的真值，而是设法去测定这个未知的真值。

学生在实验过程中往往满足于实验数据的重现性，而忽略了数据测量值的准确程度。绝对真值是不可知的，人们只能订出一些国际标准作为测量仪表准确性的参考标准。随着人类认识运动的推移和发展，测量可以逐步逼近绝对真值。

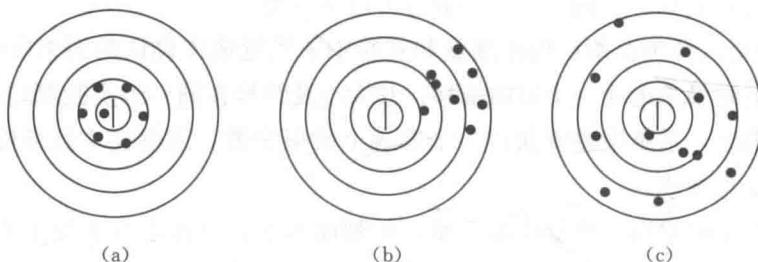


图 1-1 精密度和准确度的关系

4. 误差的表示方法

利用任何量具或仪器进行测量时，总存在误差，测量结果不可能准确地等于被测量的真值，而只是它的近似值。测量的质量高低以测量精确度为指标，根据测量误差的大小来估计测量的精确度。测量结果的误差愈小，则认为测量就愈精确。

(1) 绝对误差：测量值 X 和真值 A_0 之差为绝对误差，通常称为误差。记为

$$D = X - A_0 \quad (1-5)$$

由于真值 A_0 一般无法求得，因而上式只有理论意义，常用高一级标准仪器的示值作为实际值 A 以代替真值 A_0 。由于高一级标准仪器存在较小的误差，因而 A 不等于 A_0 ，但总比 X 更接近于 A_0 。 X 与 A 之差称为仪器的示值绝对误差。记为

$$d = X - A \quad (1-6)$$

与 d 相反的数称为修正值，记为

$$C = -d = A - X \quad (1-7)$$

通过检定，可以由高一级标准仪器给出被检仪器的修正值 C 。利用修正值便可以求出该仪器的实际值 A 。即

$$A = X + C \quad (1-8)$$

(2) 相对误差：衡量某一测量值的准确程度，一般用相对误差来表示。示值绝对误差 d 与被测量的实际值 A 的百分比值称为实际相对误差。记为

$$\delta_A = \frac{d}{A} \times 100\% \quad (1-9)$$

以仪器的示值 X 代替实际值 A 的相对误差称为示值相对误差。记为

$$\delta_X = \frac{d}{X} \times 100\% \quad (1-10)$$

一般来说，除了某些理论分析外，用示值相对误差较为适宜。

(3) 引用误差：为了计算和划分仪表精确度等级，提出引用误差概念。其定义为仪表示值的绝对误差与量程范围之比。

$$\delta_A = \frac{\text{示值绝对误差}}{\text{量程范围}} \times 100\% = \frac{d}{X_n} \times 100\% \quad (1-11)$$

其中, d 为示值绝对误差, X_n 为标尺上限值—标尺下限值。

(4) 算术平均误差: 算术平均误差是各个测量点的误差的平均值。

$$\delta_{\bar{x}} = \frac{\sum |d_i|}{n} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1-12)$$

其中, n 为测量次数, d_i 为第 i 次测量的误差。

(5) 标准误差: 标准误差亦称为均方根误差。其定义为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n}} \quad (1-13)$$

上式适用于无限次测量的场合。实际测量工作中, 测量次数是有限的, 则改用下式

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-1}} \quad (1-14)$$

标准误差不是一个具体的误差, σ 的大小只说明在一定条件下等精度测量集合所属的每一个观测值对其算术平均值的分散程度。如果 σ 的值愈小则说明每一次测量值对其算术平均值分散度就小, 测量的精度就愈高, 反之精度就愈低。

在化工原理实验中最常用的 U 形管压差计、转子流量计、秒表、量筒、电压等仪表原则上均取其最小刻度值为最大误差, 而取其最小刻度值的一半作为绝对误差计算值。

5. 测量仪表精确度

测量仪表的精确等级是用最大引用误差(又称允许误差)来标明的, 它等于仪表示值中的最大绝对误差与仪表的量程范围之比的百分数。

$$\delta_{n\max} = \frac{\text{最大示值绝对误差}}{\text{量程范围}} \times 100\% = \frac{d_{\max}}{X_n} \times 100\% \quad (1-15)$$

式中: $\delta_{n\max}$ 为仪表的最大测量引用误差, d_{\max} 为仪表示值的最大绝对误差, X_n 为标尺上限值—标尺下限值。

通常情况下是用标准仪表校验较低级的仪表。所以, 最大示值绝对误差就是被校表与标准表之间的最大绝对误差。

测量仪表的精度等级是国家统一规定的, 把允许误差中的百分号去掉, 剩下的数字就称为仪表的精度等级。仪表的精度等级常以圆圈内的数字标明在仪表的面板上。例如某台压力计的允许误差为 1.5%, 这台压力计电工仪表的精度等级就是 1.5, 通常简称 1.5 级仪表。

仪表的精度等级为 a , 它表明仪表在正常工作条件下, 其最大引用误差的绝对值 $\delta_{n\max}$ 不能超过的界限, 即

$$\delta_{n\max} = \frac{d_{\max}}{X_n} \times 100\% \leq a\% \quad (1-16)$$

由式(1-16)可知, 在应用仪表进行测量时所能产生的最大绝对误差(简称误差限)为

$$d_{\max} \leq a \% \cdot X_n \quad (1-17)$$

而用仪表测量的最大值相对误差为

$$\delta_{n\max} = \frac{d_{\max}}{X_n} \leq a \% \cdot \frac{X_n}{X} \quad (1-18)$$

由上式可以看出, 用仪表测量某一被测量所能产生的最大示值相对误差, 不会超过仪表允许误差 $a\%$ 乘以仪表测量上限 X_n 与测量值 X 的比。在实际测量中为可靠起见, 可用下式对仪表的测量误差进行估计, 即

$$\delta_m = a \% \cdot \frac{X_n}{X} \quad (1-19)$$

[例 1] 用量限为 5A, 精度为 0.5 级的电流表, 分别测量两个电流, $I_1=5\text{A}$, $I_2=2.5\text{A}$, 试求测量 I_1 和 I_2 的相对误差为多少?

$$\delta_{m1} = a \% \times \frac{I_n}{I_1} = 0.5 \% \times \frac{5}{5} = 0.5 \%$$

$$\delta_{m2} = a \% \times \frac{I_n}{I_2} = 0.5 \% \times \frac{5}{2.5} = 1.0 \%$$

由此可见, 当仪表的精度等级选定后, 所选仪表的测量上限越接近被测量的值, 则测量的误差的绝对值越小。

[例 2] 欲测量约 90V 的电压, 实验室现有 0.5 级 0~300V 和 1.0 级 0~100V 的电压表。问选用哪一种电压表进行测量为好?

用 0.5 级 0~300V 的电压表测量 90V 的相对误差为

$$\delta_{m0.5} = a_1 \% \times \frac{U_n}{U} = 0.5 \% \times \frac{300}{90} = 1.7 \%$$

用 1.0 级 0~100V 的电压表测量 90V 的相对误差为

$$\delta_{m1.0} = a_2 \% \times \frac{U_n}{U} = 1.0 \% \times \frac{100}{90} = 1.1 \%$$

例 2 说明, 如果选择得当, 用量程范围适当的 1.0 级仪表进行测量, 能得到比用量程范围大的 0.5 级仪表更准确的结果。因此, 在选用仪表时, 应根据被测量值的大小, 在满足被测量数值范围的前提下, 尽可能选择量程小的仪表, 并使测量值大于所选仪表满刻度的 $2/3$, 即 $X > 2X_n/3$ 。这样就可以达到既满足测量误差要求, 又可以选择精度等级较低的测量仪表, 从而降低仪表成本的目的。

1.3.2 数据处理

实验中测量得到的许多数据需要处理后才能表示测量的最终结果。用简明而严格的方法把实验数据所代表的事物内在规律性提炼出来就是数据处理。数据处理是指从获得数据起到得出结果为止的加工过程, 包括记录、整理、计算、分析、拟合等多种处理方法。本章主要介绍列表法、作图法、图解法、最小二乘法和微机法。

1. 列表法

列表法是记录数据的基本方法。欲使实验结果一目了然，避免混乱，避免丢失数据，便于查对，列表法是记录的最好方法。将数据中的自变量、因变量的各个数值一一对应排列出来，简单明了地表示出有关物理量之间的关系；检查测量结果是否合理，及时发现问题；有助于找出有关量之间的联系和建立经验公式，这就是列表法的优点。设计记录表格有以下几点要求。

(1) 列表要简单明了，利于记录、运算处理数据和检查处理结果，便于一目了然地看出有关量之间的关系。

(2) 列表要标明符号所代表的物理量的意义。表中各栏中的物理量都要用符号标明，并写出数据所代表物理量的单位及量值的数量级。单位写在符号标题栏，不要重复记在各个数值上。

(3) 列表的形式不限，应根据具体情况决定列出哪些项目。个别与其他项目联系不大的数可以不列入表内。除原始数据外，计算过程中的一些中间结果和最后结果也可以列入表中。

(4) 表格记录的测量值和测量偏差应正确反映所用仪器的精度，即正确反映测量结果的有效数字。一般记录表格还有序号和名称。

2. 作图法

用作图法处理实验数据是数据处理的常用方法之一，它能直观地显示物理量之间的对应关系，揭示物理量之间的联系。作图法是指在现有的坐标纸上用图形描述各物理量之间的关系，将实验数据用几何图形表示出来。作图法的优点是直观、形象，便于比较研究实验结果、求出某些物理量、建立关系式等。为了能够清楚地反映出物理现象的变化规律，并能比较准确地确定有关物理量的量值或求出有关常数，作图法要注意以下几点。

(1) 作图一定要用坐标纸。当确定了作图的参量以后，根据函数关系选用直角坐标纸、单对数坐标纸、双对数坐标纸、极坐标纸等。本书主要采用直角坐标纸。

(2) 坐标纸的大小及坐标轴的比例应当根据所测得的有效数字和结果的需要来确定，原则上数据中的可靠数字在图中应当标出。数据中的欠准数在图中应当是估计的，要适当选择X轴和Y轴的比例和坐标比例，使所绘制的图形充分占用图纸空间，不要缩在一侧或一角；坐标轴比例的选取一般间隔1、2、5、10等，以便于读数或计算。除特殊需要外，数值的起点一般不必从零开始，X轴和Y轴的比例可以采用不同的比例，使作出的图形大体上能充满整个坐标纸，图形布局美观、合理。

(3) 标明坐标轴。对直角坐标系，一般是自变量为横轴，因变量为纵轴，采用粗实线描出坐标轴，并用箭头表示出方向，注明所示物理量的名称、单位。坐标轴上表明所用测量仪器的最小分度值，并要注意有效位数。

(4)描点。根据测量数据,用直尺和笔尖使其函数对应的实验点准确地落在相应的位置。一张图纸上画上几条实验曲线时,每条图线应用不同的标记如“×”“○”“△”等符号标出,以免混淆。

(5)连线。根据不同函数关系对应的实验数据点分布,把点连成直线或光滑的曲线或折线。连线必须用直尺或曲线板,如校准曲线中的数据点必须连成折线。由于每个实验数据都有一定的误差,所以将实验数据点连成直线或光滑曲线时,绘制的图线不一定通过所有的点,而是使数据点均匀分布在图线的两侧,尽可能使直线两侧所有点到直线的距离之和最小并且接近相等,个别偏离很大的点应当应用异常数据的剔除中介绍的方法进行分析后决定是否舍去,原始数据点应保留在图中。在确信两物理量之间的关系是线性的,或所绘的实验点都在某一直线附近时,将实验点连成一直线。

(6)写图名。作完图后,在图纸下方或空白的明显位置处,写上图的名称、作者和作图日期,有时还要附上简单的说明,如实验条件等,使读者一目了然。作图时,一般将纵轴代表的物理量写在前面,横轴代表的物理量写在后面,中间用“~”连接。

(7)最后将图纸贴在实验报告的适当位置,便于教师批阅实验报告。

3. 图解法

在物理实验中,实验图线做出以后,可以由图线求出经验公式。图解法就是根据实验数据作好的图线,用解析法找出相应的函数形式。实验中经常遇到的图线是直线、抛物线、双曲线、指数曲线、对数曲线。特别是当图线是直线时,采用此方法更为方便。

1)由实验图线建立经验公式的一般步骤

- (1)根据解析几何知识判断图线的类型;
- (2)由图线的类型判断公式的可能特点;
- (3)利用半对数、对数或倒数坐标纸,把原曲线改为直线;
- (4)确定常数,建立起经验公式的形式,并用实验数据来检验所得公式的准确程度。

2)用直线图解法求直线的方程

如果做出的实验图线是一条直线,则经验公式应为直线方程:

$$y = kx + b \quad (1-20)$$

要建立此方程,必须由实验直接求出 k 和 b ,一般有两种方法。

(1)斜率截距法。

在图线上选取两点 $P_1(x_1, y_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2)$,其坐标值最好是整数值。应当用特定的符号表示所取的点,并与实验点相区别,且一般不要取原实验点。所取的两点在实验范围内应尽量彼此分开一些,以减小误差。由解析几何知,上述直线方程中, k 为直线的斜率, b 为直线的截距。 k 可以根据两点的坐标求出。则斜率为

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (1-21)$$

其截距 b 为 $x=0$ 时的 y 值。若原实验中所绘制的图形并未给出 $x=0$ 段直线,可将直线

用虚线延长交 y 轴，则可量出截距。如果起点不为零，也可以由式：

$$b = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1} \quad (1-22)$$

求出截距，求出斜率和截距的数值代入方程中就可以得到经验公式。

(2) 端值求解法。

在实验图线的直线段两端取两点(但不能取原始数据点)，分别得出它的坐标为 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) ，将坐标数值代入式(1-20)得

$$\begin{cases} y_1 = kx_1 + b \\ y_2 = kx_2 + b \end{cases} \quad (1-23)$$

联立两个方程求解得 k 和 b 。

经验公式得出之后还要进行校验，校验的方法是：对于一个测量值 x_i ，由经验公式可写出一个 y_i 值，由实验测出一个 y'_i 值，其偏差 $\delta = y'_i - y_i$ ，若各个偏差之和 $\sum (y'_i - y_i)$ 趋于零，经验公式就是正确的。

3) 曲线改直、曲线方程的建立

在实验工作中，许多物理量之间的关系并不都是线性的，由曲线图直接建立经验公式一般是比较困难的。但仍可通过适当的变换而成为线性关系，即把曲线转换成直线，再利用建立直线方程的办法来解决问题，这种方法叫做曲线改直。作这样的变换不仅是由于直线容易描绘，更重要的是直线的斜率和截距所包含的物理内涵是我们所需要的。例如：

(1) $y = ax^b$ ，式中 a 、 b 为常量，可转换成 $\lg y = b \lg x + \lg a$ ， $\lg y$ 为 $\lg x$ 的线性函数，斜率为 b ，截距为 $\lg a$ 。

(2) $y = ab^x$ ，式中 a 、 b 为常量，可转换成 $\lg y = (\lg b)x + \lg a$ ， $\lg y$ 为 x 的线性函数，斜率为 $\lg b$ ，截距为 $\lg a$ 。

(3) $PV = C$ ，式中 C 为常量，可转换成 $P = C(1/V)$ ， P 是 $1/V$ 的线性函数，斜率为 C 。

(4) $y^2 = 2px$ ，式中 p 为常量， $y = \pm \sqrt{2p} x^{1/2}$ ， y 是 $x^{1/2}$ 的线性函数，斜率为 $\pm \sqrt{2p}$ 。

(5) $y = x/(a + bx)$ ，式中 a 、 b 为常量，可转换成 $1/y = a(1/x) + b$ ， $1/y$ 为 $1/x$ 的线性函数，斜率为 a ，截距为 b 。

(6) $s = v_0 t + at^2/2$ ，式中 v_0 、 a 为常量，可转换成 $s/t = (a/2)t + v_0$ ， s/t 为 t 的线性函数，斜率为 $a/2$ ，截距为 v_0 。

4. 用最小二乘法求经验方程

作图法虽然在数据处理中是一个很便利的方法，但在图线的绘制上往往带有较大的任意性，所得的结果也常常因人而异，而且很难对它作进一步的误差分析。为了克服此

缺点，在数理统计中研究了直线的拟合问题，常用一种以最小二乘法为基础的实验数据处理方法。某些曲线型的函数可以通过适当的数学变换改写成直线方程，这一方法也适用于某些曲线型的规律。下面就数据处理中的最小二乘法原理作一简单介绍。

求经验公式可以从实验的数据求经验方程，这称为方程的回归问题。方程的回归首先要确定函数的形式，一般要根据理论的推断或从实验数据变化的趋势而推测出来，如果推断出物理量 y 和 x 之间的关系是线性关系，则函数的形式可写为 $y = B_0 + B_1 x$ 。

如果推断出是指数关系，则写为

$$y = C_1 e^{C_2 x} + C_3 \quad (1-24)$$

如果不能清楚地判断出函数的形式，则可用多项式来表示

$$y = B_0 + B_1 x + B_2 x^2 + \dots + B_n x^n \quad (1-25)$$

式中 $B_0, B_1, \dots, B_n, C_1, C_2, C_3$ 等均为参数。可以认为，方程的回归问题就是用实验的数据来求出方程的待定参数。

用最小二乘法处理实验数据，可以求出上述待定参数。设 y 是变量 x_1, x_2, \dots 的函数，有 m 个待定参数 C_1, C_2, \dots, C_m ，即

$$y = f(C_1, C_2, \dots, C_m; x_1, x_2, \dots) \quad (1-26)$$

对各个自变量 x_1, x_2, \dots 和对应的因变量 y 作 n 次观测得 $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, y_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)。

于是 y 的观测值 y_i 与由方程所得计算值 y_0 的偏差为 $(y_i - y_0)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)。

所谓最小二乘法，就是要求上面的 n 个偏差在平方和最小的意义下，使得函数 $y = f(C_1, C_2, \dots, C_m, x_1, x_2, \dots)$ 与观测值 y_1, y_2, \dots, y_n 最佳拟合，其中平方和为

$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - f(C_1, C_2, \dots, C_m, x_1, x_2, \dots)]^2 \quad (1-27)$$

应使该 Q 值最小。

由微分学的求极值方法可知， C_1, C_2, \dots, C_m 应满足下列方程组

$$\frac{\partial Q}{\partial C_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1-28)$$

下面从一个最简单的情况来看怎样用最小二乘法确定参数。设已知函数形式是

$$y = a + bx \quad (1-29)$$

这是个一元线性回归方程，由实验测得自变量 x 与因变量 y 的数据是

$$\begin{cases} x = x_1, x_2, \dots, x_n \\ y = y_1, y_2, \dots, y_n \end{cases} \quad (1-30)$$

平方和为

$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2 \quad (1-31)$$

由最小二乘法， Q 应为最小值，因此 Q 对 a 和 b 求偏微商应等于零，即