

电路分析基础

周璧玉 主编

南京航空航天大学

二〇一三年七月

电路分析基础

周璧玉 主编

内 容 简 介

本书内容符合《高等工业学校电路分析基础课程基本要求》,满足后续开设的《信号与系统》、《电子线路》等专业课程设置的需要。

全书共十一章,内容为:电路分析的基本概念和电路基本定律,电路的等效变换,电路的一般分析方法,常用网络定理,一阶电路分析,二阶电路分析,正弦稳态分析,含耦合电感和理想变压器的电路分析,线性电路的频率特性,双口网络,简单非线性电阻电路的分析。每章附有习题,书末有大部分习题的答案。

本书适合高等工业学校电子类专业使用,也可供其他工科专业选用和科技人员参考。

前 言

本书系根据《高等工业学校电路分析基础课程基本要求》，结合我校有关院系对本课程的教学要求与施教时数，并考虑到与后续课程的紧密衔接而编写。

《电路分析基础》是电子工程、信息科学与技术和计算机等专业的一门重要技术基础课程。通过该课程的学习，学生将掌握电路的基本理论、基本定律与定理以及电路的基本分析方法，从而具有学习专业基础课和专业课必备的基础知识，同时提高分析问题、解决问题和自学的能力，为今后的实际工作打好理论基础。

本书内容以经典电路理论为主，适当介绍一些涉及近代电路理论，如网络图论的概念。所讨论的问题除“简单非线性电阻电路分析”这一章外，本书均以线性电路为对象，分为电阻电路分析、动态电路的瞬态分析和正弦稳态分析三大部分。根据本课程与相关专业的后续课程《信号与线性系统》的分工，本书只对电路在基本信号源激励下的工作进行详细分析，而电路在任意时间信号源激励下的分析方法，如卷积、拉氏变换和冲激响应等将由后续课程介绍。书中例题不仅作为重要结论的例证，也常作为论述的补充说明以及常用的解题方法与步骤的展示，尤对较难掌握的部分指出了易于模糊的概念和忽略的问题。

本书是在已经使用十多年自编教材基础上，并根据课程发展及教学情况的变动，历经多次修编而成。编写时力求内容紧凑、条理清楚、篇幅适当和利于教学。由于着重考虑有关专业对《电路分析基础》课程的实际需要，因而没有编入过深、求全的内容和过分强调解题技巧的例题。

本书由周璧玉主编，王勤、吴旭文参加了编写工作，并承南京航空航天大学张明一审阅。在此对所有关心和热情帮助本书出版的同志致以衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中不足和错误之处，诚请广大读者提出宝贵意见。

编 者

2003 年 3 月

目 录

①第一章	电路分析的基本概念和电路基本定律	1
第1节	电路、电路模型及集总假设	1
第2节	电流、电压及功率	2
第3节	基尔霍夫定律	6
第4节	电阻元件	9
第5节	电压源与电流源	11
第6节 ①	受控源及运算放大器	15
习题一		19
第二章	电路的等效变换 ②串并联等效 (端口激励)	22
第1节	等效二端网络的定义及电阻串并联电路	22
第2节	实际电源的两种模型及其等效互换	30
第3节	运用等效变换简化含受控源的电路	33
第4节	电阻非串、并联电路的简化	36
习题二		41
第三章	电路的一般分析法	44
第1节 ③	支路电流法	44
*第2节	电路方程的独立电流变量和独立电压变量	46
第3节 ③	网孔分析法和回路分析法	48
第4节 ④	结点分析法	54
第5节	电路的对偶性	61
习题三		62
第四章	常用网络定理	65
第1节 ④	叠加定理	65
第2节	置换定理(替代定理)	70

第 3 节	等效电源定理(戴维南定理和诺顿定理).....	71
第 4 节	应用等效电源定理分析含受控源的电路.....	77
第 5 节	① 最大功率传递定理..... $R = R_0$ $P = \frac{U_{oc}^2}{4R_0}$	81
第 6 节	特勒根定理.....	82
第 7 节	互易定理.....	85
习题四		88
第五章	一阶电路分析..... $\textcircled{1} \text{ 三要素法}$	92
第 1 节	电容元件和电感元件.....	92
第 2 节	瞬态分析的初始条件和一阶电路的零输入响应.....	102
第 3 节	一阶电路的零状态响应.....	108
第 4 节	一阶电路的全响应.....	111
第 5 节	分析一阶电路的三要素法.....	114
第 6 节	阶跃函数和阶跃响应.....	118
习题五		121
第六章	二阶电路分析.....	125
第 1 节	RLC 串联电路的零输入响应.....	125
第 2 节	直流 RLC 串联电路的完全响应.....	134
第 3 节	GCL 并联电路分析.....	135
习题六		137
第七章	正弦稳态分析..... 4^{th}	139
第 1 节	正弦电压和电流.....	139
第 2 节	① 相量法和相量图.....	141
第 3 节	基尔霍夫定律及三种基本元件伏安关系的相量形式.....	146
第 4 节	阻抗、导纳及其等效电路.....	154
第 5 节	正弦交流电路的稳态分析.....	162
第 6 节	正弦稳态功率..... 复功率守恒 $Q = \sum_{k=1}^n Q_k = \tilde{S} = \sum_{k=1}^n \tilde{S}_k$	171
第 7 节	非正弦交流电路的分析.....	180
第 8 节	③ 三相交流电路的基本知识..... $\rightarrow$ 负载变化	184
习题七		191

第八章 含耦合电感和理想变压器的电路分析.....2~3↑	195
第1节 耦合电感的伏安关系.....	195
第2节 含耦合电感元件电路的计算方法.....	200
第3节 空芯变压器电路的分析.....	204
第4节 理想变压器.....	209
第5节 全耦合变压器和变压器的模型.....	213
习题八	217
第九章 线性电路的频率特性.....1↑	220
第1节 网络函数和频率特性的概念.....	220
第2节 简单 RC 电路的频率特性	221
第3节 串联谐振电路.....	225
第4节 并联谐振电路.....	235
习题九	241
第十章 双口网络.....	244
第1节 双口网络的概念及其网络方程.....	244
第2节 双口网络的参数.....	246
第3节 双口网络的等效电路.....	258
第4节 有载双口网络的转移函数.....	262
* 第5节 双口网络的互联.....	263
习题十	269
第十一章 简单非线性电阻电路的分析.....	271
第1节 非线性电阻元件.....	271
第2节 非线性电阻的串联、并联和混联	272
第3节 简单非线性电阻电路的分析方法.....	273
习题十一.....	279
部分习题答案.....	281
参考书目.....	286

第一章 电路分析的基本概念和电路基本定律

第1节 电路、电路模型及集总假设

实际电路是由实际的电气部件或器件诸如电阻器、电容器、线圈、半导体管、运算放大器、电池、白炽灯、变压器、发电机、电动机等按照特定的目的用导线相互连接而成的总体,在这总体中存在着电流的路径——电路或电网络^①。这些构成强电领域内的大型电工设备或弱电领域的微型电子装置的简单的或繁复的电路被用来完成各式各样的任务,如提供能量、传送和处理信号、测量电量、存储信息等。其中的电路虽是千变万化,功能也各不相同,但它们是受共同的基本规律支配的,正是在这种共同的基础上,形成了“电路理论”这一学科。

1. 电路及电路模型

电路理论分析的对象不是实际电路而是模型。也就是电路理论分析中所研究的电路是实际电路的抽象,把实际电路抽象为一个理想化模型,其本质上也就是把构成实际电路的器件或部件加以理想化,忽略其次要性质,用一个足以表征其主要性能模型来表示,该模型是理想元件或理想元件的组合物。例如,白炽灯的电感是极其微小的,它主要对电流呈现阻力的性质,可以用理想电阻元件构成它的模型;一个新的干电池,其内阻和灯泡电阻相比可以忽略不计,可以用理想电压源构成它的模型;在连接导线很短的情况下,它的电阻完全可以忽略不计而作为无电阻的理想导体;在工作频率较低时,一个线圈可以用电阻元件和电感元件的串联组合构成模型来描述。所谓理想元件就是一些最基本的模型,如理想电阻器、理想电容器、理想电感器等,每一种理想元件都只是表示一种基本现象,反映单一电磁性质的假想元件,且可用数学方法精确定义,可以分别研究。由此可知,电路分析研究的对象,已不是我们所能看得见和摸得着的一些实际装置,如电阻器、干电池和晶体管等,而是经过抽象所得的由电阻、电压源和受控源等理想模型以及由它们相互连接所构成的各种电路。模型只能近似地描述所研究的实际装置,从模型出发所得的计算结果,也只能与实际装置中所发生的真实情况相近似。模型取得越精确所得理论分析的结果与实际越符合,但是建立方程和进行求解的工作量都会相应地增加,因此需根据需要与可能来权衡。大量的实践充分证实,只要电路模型取得恰当,按抽象电路分析计算所得的结果与实际情况是十分接近的。

后面将要陆续介绍各种理想电路元件并略去“理想”二字,如电阻元件、电容元件、电感元件、电压源、电流源和受控源等。

2. 集总假设

电路理论中有一个重要的假设——集总假设。如果实际电路的器件和部件的外形尺寸,较之电路工作时通过其中的电磁波的波长来说非常小,以致可以略去不计,看作集总在空间一点,这样的器件和部件就称之为集总参数器件和部件。用来模拟集总参数器件和部件的理想元

^① “电网络”也称“网络”。它与“电路”并无定义上的区别,习惯上网络常指比较复杂的电路,通常对这两个名词不加区分。

件,称为集总参数元件。作为理想化的集总参数元件是不占有空间尺寸的。由集总参数元件互连而成的电路,称为集总参数电路。对于一个集总参数电路,电磁波通过电路的时间可以认为是瞬时的,在任何时刻,其任一连接线上或任一元件端点上所流经的电流以及任意两条连接线之间或任意两个端点之间的电压,仅是时间 t 的函数,但不是空间距离 x 的函数,元件端钮上的电压和电流可以用物理方法准确地测定的,不因其测试位置不同而异。

凡是电路的空间尺寸不满足上述集中化假设条件的,就称为分布参数电路。下面举几个例子以对这一集总化假设的确切含义有更具体的了解。例 1:有一个高保真度系统的高频电路,设其最高工作频率为 $f=20\text{ kHz}$,则波长 $\lambda=\frac{c}{f}=15\text{ km}$ (c 为光速: $3\times 10^8\text{ m/s}$),这一尺寸远大于实际的音频电路尺寸,因此上述的电路集总化假设可以成立。例 2:电视机的接收天线,因为电视频率在 10^8 Hz 数量级,波长在米数量级,不能符合上述假设条件,就不能将它抽象为一个集总参数元件,而应该用分布参数元件来表示。应当注意到,上述电路集总化假设的条件对于电路尺寸的限制,只是相对的,电路尺寸是与最高工作频率所对应的波长相比较而言的。同样一个电路,在某一工作频率下能符合集总化假设,但在另一工作频率下却必须作为分布参数电路来处理。或者同样的工作频率不同的电路结论也不一。例如,电力用电的频率为 50 Hz ,对应的波长为 6000 km ,对实验室的设备来说,其尺寸与这一波长相比完全可以略而不计,因而用集总的概念是完全可以的,但对远距离的电力输电线来说,输电线的距离已接近这个数量级,就不能用集总的概念进行分析。

实际电路作为客观的物质,应该以空间和时间作为它的存在形式。在电路集总化的假设下,可以看成不占有空间线度。因此,在这一假设下,可以撇开空间这一因素来考虑问题,剩下的只有时间这个因素了。然而,实际电路的器件和部件总是具有尺寸的,一个实际电路当然也具有尺寸,它是以空间作为存在形式的。集总参数电路概念是一种科学的抽象和假设。

集总参数电路是电路的基本定律——基尔霍夫电流定律和电压定律得以应用的前提,在分布参数电路中,基尔霍夫两定律在原则上已不适用,将借助于麦克斯韦方程组来解决问题。本课程只讨论集总参数电路。

第 2 节 电流、电压及功率

电流、电压及电功率是表示电路工作的三个基本物理量。

1. 电流

电流为描述电荷(有秩序)流动的物理量。导线中的电流即定义为每单位时间通过导线横截面的电荷量,称为电流强度,电流为其简称,用 i 表示,即

$$\text{DC} \quad I = Q/t = C$$

$$\text{AC} \quad \text{大小方向随时间变化 } i(t) \text{ 表示} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

规定电流的实际方向为正电荷运动的方向,在电路图上用一箭头标示这一方向。在国际单位制中电荷量(q)的单位为库仑,简称库,单位符号为“C”,时间的单位为秒,单位符号为“s”。而电流的单位为安培,简称安,单位符号为“A”。

如果电流的大小和方向不随时间变化,这种电流称为恒定电流,简称为直流,一般都用大写字母 I 表示。如果电流的大小和方向都随时间变化,则称为交变电流,简称为交流,用 $i(t)$ 或

i 表示。

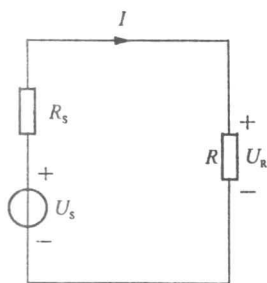
2. 电压

电路中任意两点间的电压等于这两点的电位之差,用 u 表示。电压的实际方向规定为高电位指向低电位的方向,故电压亦称为电位降。其方向通常用正(+)、负(-)极性表示,亦可用一个箭头表示。若 a 、 b 两点间电压为 u , a 点为高电位,即正极; b 点为低电位,即负极。在此电压作用下,正电荷从 a 点沿某路径移到 b 点时,电场力做功,电能转换为其他形式的能量。在国际单位制中,电压的单位为伏特,简称伏,单位符号为“V”。 $U_{ab} = U_a - U_b$

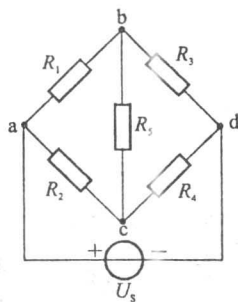
与电流相类似,电压也分为恒定电压和交变电压。如果电压的大小和极性都不随时间而变动,这种电压称为恒定电压或直流电压,一般都以大写字母 U 表示。交变电压用 $u(t)$ 或 u 表示。

3. 电流和电压的参考方向

在电路中,电流有流向,电压有极性。在直流电路中,电压源的极性是明确的。如果电路结构比较简单,电路中的电流方向不难判定,在电路图上标明电流的方向及各个元件上电压的极性也并不困难。对于图 1-1 电路就是这样。但对于稍微复杂一些的电路,在电路图上电流的流向以及电压的极性有时很难直接看出。例如图 1-2 所示的电桥电路,在电桥不平衡的情况下, R_5 中的电流是 b 流向 c 还是从 c 流向 b 就必须通过计算才能确定;对于电压 U_{bc} , b 与 c 哪一个是正极性端也是这样。在交流电路中电流的流向及电压的极性都随时间反复变化,更无法在电路图上标明它们的真实方向。为了解决这样的困难,我们引用参考方向这一概念。参考方向可以任意选定,即在分析电路时先任意假设电流的参考方向,电压的参考极性,并以此为准去进行分析、计算,从最后答案的正、负来确定电流的真实方向和电压的真实极性;如果电流的真实方向与参考方向一致,电流为正值;如果两者相反,电流为负。同理,如果电压的真实极性与参考极性一致,电压为正值;反之为负值。也就是说,对于电流、电压等具有正、反两个“方向”的物理量,在进行电路分析时都用代数量来表示,即对一个方向用正值表示,相反的方向用负值表示。由于正与负是相对的,向哪一方向作为正可以任意选定。但一经指定并在图上标明后,则在电路整个分析计算过程中必须以此为准,不能变动。显然,在根据电路图进行电路分析计算之前,电流及电压的参考方向必须先先在电路图上指定并标明,否则作为代数值的电流及电压值,它们的正负便无所遵循,同时,在未标参考方向的情况下,电流和电压量值的正负也是毫无意义的。



$$i_{ab} = -i_{ba}$$



为方便起见,同一元件上的电流及电压,它们的参考方向常取一致,即电流参考方向与电

压降参考方向(从“+”极到“-”极)一致,或者说电流从元件的(电压)正极性端流入,从负极性端流出。如图 1-1 中通过电阻 R 的电流 I 的参考方向及其两端电压 U_R 的参考极性是一致的,这样选取的参考方向称为关联的参考方向。如此,电路图上就只需标出电流的参考方向或电压的参考极性。但是这并不是绝对必须遵循的。例如对于电源,其电压与电流的参考方向就常取相反方向。今后,在电路图中凡未同时标电流、电压参考方向时,均系采用关联的参考方向。

例 1-1 图 1-3(a)中的方框用来泛指元件。设已知流过图中所示元件的直流电流为 1 A ,正电荷移动方向由 a 至 b ,试问如何表明这一电流?

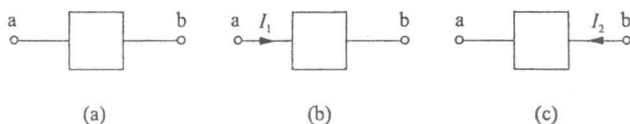


图 1-3

解 有两种表示方式:(1)用图 1-3(b)所示的 I_1 表示,因为 I_1 的参考方向与电流的真实方向一致,故 I_1 应表为

$$I_1 = 1\text{ A}$$

(2)用图 1-3(c)所示的 I_2 表示,因为 I_2 的参考方向与电流的真实方向相反, I_2 应表为

$$I_2 = -1\text{ A}$$

显然,这两种表示方式之间的关系为 $I_1 = -I_2$

例 1-2 图 1-4 所示元件两端电压为 1 V ,若正电荷由该元件的 b 端移向元件的 a 端时,该元件提供能量。试确定电压的真实极性、为该电压选择参考极性,并写出相应的电压表达式。

解 正电荷由 b 转移到 a ,元件提供能量,说明电场力做负功,电压的真实极性是 a 端为+,即高电位, b 端为一,即低电位。

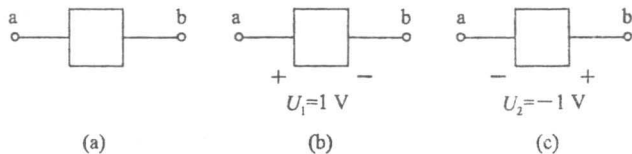


图 1-4

参考极性是可以任意选择的,因而有两种选定方式。如选择图(b)中的参考方向,由于参考方向与真实极性一致,故电压的表示式是 $U_1 = 1\text{ V}$ 。如选定图(c)中的参考方向,则与真实极性不一致,故电压的表示式是 $U_2 = -1\text{ V}$ 。可见,参考极性选择不同,相应的两种电压表示式差一负号。

4. 功率

功率是电路分析中常用到的另一个物理量。由于电流为每单位时间通过的电荷量,故电流与电压的乘积即为每单位时间内电场所做的功即电功率。它用符号 p 或 P 表示。即

$$u = \frac{dw}{dq} \quad \text{或} \quad dw = u dq \quad \Rightarrow \quad p = u \frac{dq}{dt} = ui \quad (1-2a)$$

在直流情况下 $\Rightarrow \frac{dw}{dt} = u \frac{dq}{dt} = P \Rightarrow P = UI \quad (1-2b)$

在国际单位制中,电压的单位为伏,电流的单位为安,则电功率的单位为瓦特,简称瓦,单位符号为“W”。

设图 1-5 所示方框为电路的一部分,它可能是电阻,也可能是电源或若干元件的组合,其

电流、电压采用关联参考方向。当正电荷由 a 点转移到 b 点时,由正极性(高电位)到负极性(低电位),则在电荷转移过程中将失去电能,意味着这段电路需要由外部提供能量,也就是说这段电路要吸收电能。因此采用关联参考方向,我们可以用式(1-2)计算某元件或某段电路吸收的功率。

如果采用非关联参考方向,则由于电流应为关联参考方向时电流的负值,因此,计算吸收功率的公式应为

$$p = -ui \quad (1-3a)$$

或
$$P = -UI \quad (1-3b)$$

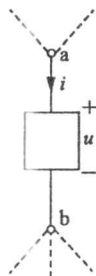


图 1-5 功率的参考方向

根据电压、电流参考方向是否为关联的,可选用相应的公式计算功率,不论用式(1-2)或式(1-3)都是按吸收功率来计算的,故算得的功率数值为正值,均表示确为吸收功率;为负值均表示实为产生功率。显然,如果采用非关联参考方向,而选用公式(1-2)则算得功率为正值表示系产生功率,为负值表示系吸收功率,即此时式(1-2)是按产生功率来计算的。

例 1-3 (1) 在图 1-6(a)及(b)中,若电流均为 3 A,且均由 a 流向 b,求该两元件吸收或产生的功率;(2) 在图 1-6(c)中,若元件产生的功率为 8 W,求电流。

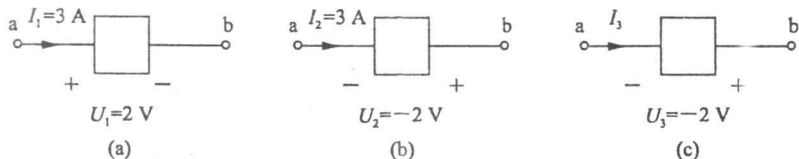


图 1-6

解 (1) 按题意电流方向如图 1-6(a)、1-6(b)所示, $I_1 = 3 \text{ A}$, $I_2 = 3 \text{ A}$ 。对图 1-6(a)所示元件来说,电压、电流系关联参考方向,按式(1-2)得

$$P_1 = U_1 I_1 = 2 \times 3 = 6 \text{ W} \quad (\text{吸收})$$

对图 1-6(b)所示来说,电压、电流为非关联参考方向,按式(1-3)得

$$P_2 = -U_2 I_2 = -(-2) \times 3 = 6 \text{ W} \quad (\text{吸收})$$

(2) 设图 1-6(c)中电流 I_3 的参考方向由 a 指向 b,电压、电流为非关联参考方向,由式(1-3)可得

$$P_3 = -U_3 I_3 = -8 \text{ W}$$

因系产生功率 8 W,故按计算吸收功率公式算为 $P_3 = -8 \text{ W}$,由此可得

$$I_3 = \frac{-8}{-U_3} = \frac{-8}{-(-2)} = -4 \text{ A}$$

负号表明电流的实际方向系由 b 指向 a,如果此时按式(1-2)计算,则系按产生功率来计算,应有 $P_3 = U_3 \cdot I_3 = 8 \text{ W}$,同样解得 $I_3 = -4 \text{ A}$ 。

由于在实际应用中感到一些物理量的国际制单位如安、伏、秒等太大或太小,因此在这些单位前加上表 1-1 所示的词头,以便于表示这些单位被一个以 10 为底的正次幂或负次幂相乘后所得的辅助单位,例如

$$1 \text{ 毫安 (mA)} = 1 \times 10^{-3} \text{ 安 (A)}$$

$$5 \text{ 微秒 } (\mu\text{s}) = 5 \times 10^{-6} \text{ 秒 (s)}$$

$$2 \text{ 千瓦 (kW)} = 2 \times 10^3 \text{ 瓦 (W)}$$

等。这些词头是经常使用的。不允许采用与国际规则不符的表示法。

表 1-1 部分国际制单位词头

因 数	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
符 号	G	M	k	m	μ	n	p
中文名称	吉	兆	千	毫	微	纳	皮

第 3 节 基尔霍夫定律

1. 支路、结点、网孔、回路

集总电路是由集总元件相互连接而成,各元件间是用理想导线来连接的。电路中的每一个二端元件称为一条支路。把支路的连接点称为结点。在图 1-7 所示电路中共有 5 条支路,3 个结点(a、b、c)。显然,每一个二端元件是连接于两个结点之间的一条支路。在分析电路时,为方便起见也可以把支路看成是一个具有两个端钮而由多个元件串联而成的组合。

从电路的一个结点出发,经过若干个支路与结点,重又回到原来的起始结点(所有支路与结点都只准通过一次),这一首尾相接的通路称为回路,也就是电路中任一闭合路径都是回路,例如图 1-7 所示电路有 6 个回路,它们分别由元件 1、2,元件 2、3、4,元件 4、5,元件 1、3、4,元件 2、3、5 和元件 1、3、5 构成。在回路内部不另含有支路的回路称为网孔,例如,图 1-7 中有 3 个网孔,分别由元件 1、2,元件 2、3、4 和元件 4、5 构成。

通常,把流经支路的电流称为支路电流,支路的端电压称为支路电压,它们是集总电路中分析和研究的对象。

2. 基尔霍夫定律

电荷守恒和能量守恒是自然界的基本法则,把它们运用到集总电路就得到基尔霍夫定律。任何电路的所有支路上的电流和电压,都必须受基尔霍夫定律制约。基尔霍夫定律是集总电路的基本定律。它包括电流定律和电压定律。

(1) 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律又称基尔霍夫第一定律,简称为 KCL。

KCL 可陈述如下:对电路中的任一结点,在任何瞬时,从该结点流出的电流必等于同一瞬时流入该结点的电流;或者表达为:在任何瞬时任一结点上电流的代数和恒等于零。如果以流出结点的电流为正,则流入结点的电流为负;或者以流入结点的电流为正,则流出结点的电流为负。其数学表示式为

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$

(1-4)

式中: i_k 为流出(或流入)结点的第 k 条支路的电流, n 为结点处的支路数, 而电流是流入结点还是流出结点均按电流的参考方向来判断。

例如图 1-8 表示电路中的一个结点 N, 有若干支路与该结点相连接。各支路电流的参考方向标明在图上, 由 KCL 对图 1-8(a) 有

$$i_1 + i_2 + i_4 = i_3 + i_5$$

或 $i_1 + i_2 - i_3 + i_4 - i_5 = 0$

对图 1-8(b), 有

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad (1-5)$$

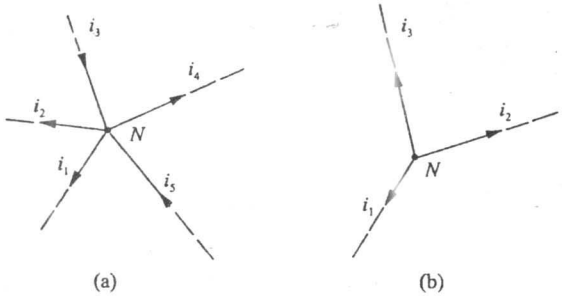


图 1-8 电路中的一个结点

基尔霍夫电流定律是电荷守恒原理在电路中的表现。因为结点只是理想导体的汇合点, 不可能积累电荷, 如果结点处电流的代数和不等于零, 在该结点必然有电荷产生或消失, 而这是违反电荷守恒原理的。

基尔霍夫电流定律可以推广运用于电流中的任一假设的闭合面。例如, 在图 1-9 所示封闭面内包含三个元件, 有三条支路与电路其余部分相连接, 其电流为 i_1, i_2, i_3 。由于流入每一元件的电流等于流出该元件的电流, 因此, 每一元件存储的净电荷为零, 整个闭合面内存储的总净电荷为零, 由此可知

$$-i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

亦即, 对任何电路用一个假想的闭合面包围电路的一个局部, 则流入(或流出)闭合面的电流的代数和恒等于零。

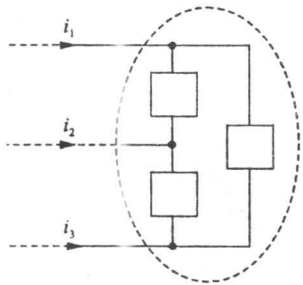


图 1-9 KCL 运用于电路中的封闭面

KCL 给电路中支路电流加上了线性约束。以图 1-8(b) 所示电路某结点为例, 若已知 i_2 及 i_1 的数值, i_3 的数值即随之而定, 不能自由选取任何其他数值, 也就是说, 式(1-5)为这三个电流施加了一个约束关系, 这是一个线性关系, 我们称这三个电流线性相关。

例 1-4 图 1-10 表示某复杂直流电路中的一个结点 a, 已知 $I_1 = 5 \text{ A}$, $I_2 = 2 \text{ A}$, $I_3 = -3 \text{ A}$, 试求流过元件 A 的电流 I_4 。

解 标出待求电流 I_4 的参考方向如图 1-10 所示。写结点的 KCL 方程时以标定的参考方向为准, 根据式(1-4), 以流出为正, 流入为负, 可得

$$-I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0 \quad (1-6)$$

把已知数据代入得

$$-(5) + (2) + (-3) - I_4 = 0 \quad (1-7)$$

解之得 $I_4 = -6 \text{ A}$ (1-8)

I_4 得负值说明 I_4 的实际方向与参考方向相反, 在这种情况下, 不必去把图中所标的参考方向改过来。如果改了 I_4 的参考方向, 而不相应地把式(1-8)改为 $I_4 = 6 \text{ A}$, 反而会造成错误。

由本例可见, 在运用 KCL 时, 涉及两套符号, 其一是方程中各项前的正、负符号, 其正、负取决于电流参考方向对结点的相对关系, 如以流出为正则流入为负(或以流入为正, 则流出为负), 另一是电流本身数值的正负号, 如式(1-7)中各括弧内所示, 两者不要混淆。

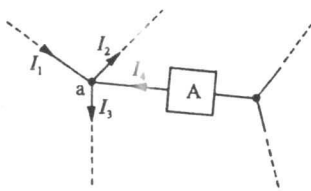


图 1-10

(2) 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律又称基尔霍夫第二定律,简称为 KVL。

KVL 可陈述为:在任一瞬时,环绕电路中任一回路,沿着该回路的所有支路电压的代数和为零。其数学表达式为

$$\sum_{k=1}^n u_k = 0 \quad (1-9)$$

式中: u_k 为回路中第 k 条支路电压, n 为回路中的支路数。

需要注意:“环绕”是有一定循行方向的。取回路中各个支路电压的代数和时,支路电压的方向(电压降方向)与环绕的方向一致者为正,反之为负。在应用 KVL 时,回路的绕行方向可以任意选取。

例如图 1-11 表示复杂直流电路中的一个回路。回路中的箭头表示所选取的回路(绕行)方向。根据这一回路中各个支路的电压参考方向,由式(1-9)可得

$$-U_1 + U_2 + U_3 + U_4 - U_5 - U_6 = 0 \quad (1-10)$$

式中: U_2 、 U_3 、 U_4 的参考极性所表示的电压降方向与绕行方向一致取正号; U_1 、 U_5 、 U_6 的参考极性所表示的电压降方向与绕行方向相反取负号。

基尔霍夫电压定律是能量守恒原理在电路中的表现,根据电压的定义,电压表示电场力把单位正电荷从高电位端移到低电位端,电场力做正功。单位正电荷从回路中的某一结点经过任一闭合路径仍然回到这一结点,仍然具有原有电位,总的电位差是零。即电位的升高等于电位的降落,也就是电压的代数和是零;就意味着能量守恒。

例 1-5 已知图 1-11 所示回路中各元件的电压, $U_1=U_6=2\text{ V}$, $U_2=U_3=3\text{ V}$, $U_4=-7\text{ V}$,试求 U_5 。

解 把已知数据代入式(1-10)得

$$-(2) + (3) + (3) + (-7) - U_5 - (2) = 0 \quad (1-11)$$

解得 $U_5 = -5\text{ V}$

U_5 为负值说明 U_5 的实际极性与图中所假设的极性相反。

从本题可见,在运用 KVL 时也涉及两套符号。方程中各项前的符号其正负取决于各元件电压降的参考方向与所选的绕向是否一致,一致取正号,反之取负号,如式(1-10)所示。在以数值代入时,每项电压本身还有符号,取决于电压降的实际方向与参考方向是否一致,如式(1-11)各括弧内所示。

KVL 不仅适用于闭合回路,对不闭合的回路也适用。如图 1-11 中回路 abda,可认为 ab 之间有一条虚设的支路,其电压为 U_{ab} 。

例 1-6 试求图 1-11 所示电路中 a、b 两点间的电压 U_{ab} 。

解 U_{ab} 为电压双下标记法,双下标 ab 表示由 a 点到 b 点计算电压降,亦即 a 点为电压参考“+”极端,b 为电压参考“-”极端,故采用双下标记法,一般就不必再在 a、b 点标出它的极性,以免符号间混淆不清。

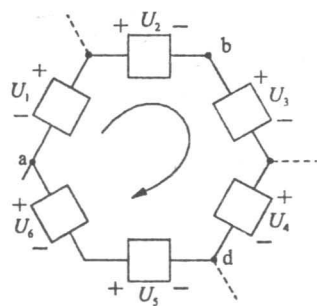


图 1-11

选定双下标记法的电压下标前后次序后,就遵循下标前后次序去求两点之间路径上全部电压降的代数和。

本题中 $U_{ab} = -U_1 + U_2 = -(2) + (3) = 1 \text{ V}$

计算时,沿着由 a 到 b 的路径凡参考极性所表示的电压降方向与 a 到 b 同方向的取正号,如 U_2 ,否则取负号,如 U_1 。括弧内的正负号表明电压本身数值的正负。计算结果是一段电路 ab 上的电压降代数和。

根据 KVL 可知,任何两点间的电压与计算时所选择的路径无关,故 U_{ab} 也可循元件 3、4、5、6 的路径进行计算,其结果亦为 1 V,即

$$\begin{aligned} U_{ab} &= -U_3 - U_4 + U_5 + U_6 \\ &= -(3) - (-7) + (-5) + (2) = 1 \text{ V} \end{aligned}$$

KVL 给一个回路中的各个支路电压加上了线性约束,正如 KCL 给结点上的各个支路电流加上线性约束一样。

KCL 和 KVL 与电路元件的性质无关,即与支路中元件的电特性——元件自身的电压电流关系无关,也就是说,不论电路中的元件性质如何,只要是集总电路,KCL 与 KVL 总是成立的。

对于一个由确定元件组成的具有确定结构的电路,各支路电流和支路电压一方面受到基尔霍夫定律的约束,另一方面受到元件特性对本元件的电压和电流造成的约束。这两方面约束确定了电路中各支路电压及电流。

第 4 节 电阻元件

元件是组成电路的最小单元。在电路中,它的特性表示为元件外接端钮上的电压电流关系,一般就称为伏安关系,简称为 VAR。

1. 线性电阻

电阻元件是从实际电阻器抽象出来的模型,由欧姆定律

$$u = R i \quad (1-12)$$

来描述线性电阻元件的特性。它表示,电流 i 通过电阻元件,在电阻元件两端呈现电压 u ,电压的大小正比于电流的大小,这一比值

$$R = \frac{u}{i} \quad (1-13)$$

就称为电阻元件的电阻值。因此符号 R 有双重意义,它既表示电阻元件,也表示这一电阻元件的电阻值。

在国际单位制中,电流的单位是“安培”,电压的单位是“伏特”,电阻的单位用“欧姆”,简称“欧”,单位符号用大写字母“ Ω ”表示。

欧姆定律体现了电阻器对电流呈现阻力的本质。对电流既然有阻力,电流又要经过,就必然要消耗能量,因此,沿电流流过方向就必然会出现电压降。所以电阻元件通过的电流与其两端的电压降的真实方向总是一致的,因此,只有在电流、电压关联参考方向的前提下(见图 1-12)才可运用式(1-12),如为非关联参考方向,则应改用

$$u = -R i \quad (1-14)$$

线性电阻的符号如图 1-12 所示。

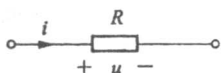


图 1-12 线性电阻的符号

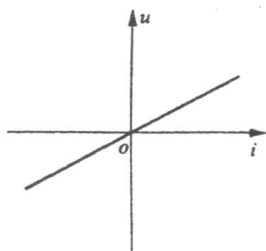


图 1-13 线性电阻元件的伏安特性曲线

线性电阻在 $u-i$ 平面上表示的伏安特性曲线是一条经过坐标原点的直线,如图 1-13 所示。电阻 R 即为直线的斜率。

式(1-12)是将电压 u 表示为电流 i 的函数。电阻元件的特性也可示为电流 i 是电压 u 的函数

$$i = Gu \quad (1-15)$$

其中 G 称为电导,这是表征线性电阻元件的另一个参数。对于同一电阻元件,式(1-12)和式(1-15)描述同一电特性。对比两式,有

$$G = \frac{1}{R} \quad (1-16)$$

即 G 与 R 互为倒数。在国际单位制中电导的单位是“西门子”,简称“西”,用大写字母“S”表示。

“开路”与“短路”是线性电阻的两个极端情况。“开路”表示对任意电压 u 都有电流 $i=0$,即 $G=0$ 。“短路”表示对任意电流 i 都有 $u=0$,即 $R=0$,它们的电压、电流关系曲线与坐标轴重合,同样为通过原点的直线。根据定义,它们也属于线性电阻。

电阻元件凡不具有上述线性关系的就称为非线性电阻元件。

2. 电阻的功率和能量及无源元件和即时元件

由于电阻元件的电流和电压降的真实方向是一致的,所以总是吸收功率的,这功率被消耗(转变为热能或其他能量形式),故电阻是个耗能元件,把式(1-12)或式(1-15)代入式(1-2)可得功率 p 与其电流 i 或电压 u 的关系为

$$p = i^2 \cdot R = \frac{i^2}{G} \quad (1-17)$$

或

$$p = \frac{u^2}{R} = u^2 G \quad (1-18)$$

耗能元件

这就是线性电阻消耗功率的计算公式。

在任何瞬时 t , 累计电阻元件自外电路输入的总能量 $W(t)$, 由于 $p(t) > 0$ 必有

$$W(t) = \int_{-\infty}^t p(\xi) d\xi > 0, \quad -\infty < t < \infty \quad (1-19)$$

式(1-19)表明,在电路中电阻元件不能对外电路提供电能。这样的元件称为无源元件。

再从表达欧姆定律的公式或从图 1-13 所示的电阻元件伏安特性曲线都可看出:任一瞬时电压 u 只决定于同一瞬时的电流 i ,而与该瞬时之前的电压、电流情况无关,这样的元件不具有记忆的性质,称为无记忆元件,又称即时元件。任何一个二端元件只要它的 $u(t)$ 与 $i(t)$ 之间存