

军队管理优化理论与运用是军队管理学的一个分支，是运用数学、计算机科学、运筹学、系统工程等现代科学技术方法，对军队管理活动进行定量分析与决策优化的理论和方法。军队管理优化理论与运用的研究对象是军队管理活动中的具体问题，研究任务是通过建立数学模型，运用运筹学、系统工程、计算机科学等方法，对军队管理活动中的具体问题进行定量分析与决策优化，从而提高军队管理效益。

# 第一章

## 绪论

### ▲ 学习目标

了解军队管理优化理论与运用的基本概念，掌握军队管理优化理论与运用的本质特征和意义，明确军队管理优化理论与运用的研究对象、研究任务和研究方法。

军队管理学是军制学的重要分支，是主要研究军队管理活动的基本规律、军队管理实践活动的指导规律和如何提高军队管理效益的一门科学。而军队管理优化理论与运用是部分军队院校开展教学改革以来新开设的一门课程，是主要研究对具体军队管理活动进行定量分析与决策优化的基础理论和方法的一门科学。作为军队学历教育院校生长干部相关专业学员的必修课，该课程主要是向学员传授军队管理活动中一些涉及军队管理优化的理论和具体运用方法，从而为进行高效的军队经常性管理活动打下基础。

### 第一节 军队管理优化理论与运用的概念与特征

军队管理优化理论与运用不像军队管理学涉及的内容那样广，主要从定量的角度分析军队管理活动中的具体问题，给出优化方法，并用来进行辅助决策。学习军队管理优化理论与运用，首先要了解军队管理优化理论与运用的基本概念、本质及特征，从整体上把握其内涵。

#### 一、军队管理优化理论与运用的概念

为了解军队管理优化理论与运用，首先要了解军队管理和军队管理学。

##### (一) 军队管理

军队管理，是指军队各级组织和管理人员依照有关法规和军队活动规律，

对军队各项工作实施计划、组织、协调和控制的活动过程。其目的是促进与保证军队各项任务圆满完成，巩固和提高战斗力。理解军队管理的定义，应着重把握三个要点：

- (1) 军队管理的依据，是党的路线方针政策、国家的法律法规、军队的条令条例和规章制度以及军队活动的客观规律。
- (2) 军队管理的职能，主要是计划、组织、协调和控制等。管理者要善于运用管理的各种职能有效地开展各项管理工作。
- (3) 军队管理的作用，是促进与保证预定目标的顺利实现，推动各项具体工作任务圆满地完成，巩固和提高军队的战斗力。

### (二) 军队管理学

军队管理学，是研究和揭示军队管理活动的一般规律和军队管理活动指导规律的学科。它是在长期的军队管理实践活动的基础上逐步形成和发展起来的，是军事学和管理学交叉融合的产物，是关于军队管理活动各种规律和一般方法的理论体系。

### (三) 军队管理优化理论与运用

军队管理优化理论与运用，是针对军队管理中的具体活动，定量定性地分析具体活动，通过建立量化模型，对模型进行求解，最后给出优化决策。它是研究和揭示军队管理活动的最根本的基础学科，是培养军人动脑动手能力、脚踏实地做好实际事情的基础理论和方法运用的课程，对军人实际工作能力的提高具有重要意义。

## 二、军队管理优化理论与运用的特征

军队管理优化理论与运用除具有一般管理学的自然属性和社会属性外，还因为其研究对象的特殊性，具有综合性、实用性和创新性等特征。

### (一) 综合性

军队管理优化理论与运用的综合性，是由其研究对象涉及领域的广泛性、研究背景与追求目标的复杂性等共同因素决定的。从它所研究涉及的科学领域来看，它融合了诸多学科领域的理论知识。首先，军队管理活动涉及到对各种资源的获取、配置和利用，对管理内外环境的预测、分析和评估，这在一定程度上涉及自然科学和技术领域的问题。因此，它的研究横跨了社会科学和自然

科学两大领域,具有综合性。其次,从军队管理研究运用的理论知识来看,涉及到众多学科理论。例如,对军队管理规律的研究揭示,需要运用一般管理学、哲学、心理学、思维科学等诸多学科领域知识;而研究军队管理的效率、效能和目标实现程度考评,需要运用运筹学和应用数学等自然与技术科学方面的知识。最后,军队管理优化理论与运用的建立,既要借鉴各国军队管理的一般经验,更要吸收和积淀本国军队管理的特殊经验,并受到人类特别是本国传统文化的影响。所以,军队管理优化理论与运用是融社会科学、自然科学、思维科学和技术科学等众多学科知识于一体,需要各种知识密切联系、相互渗透,因而呈现出很强的综合性特征。

### (二) 实用性

军队管理优化理论与运用是一门实践性很强的应用学科。其产生根源是军队管理实践,是以军队管理实际问题研究为核心,以问题为导向——针对问题、研究问题和解决问题,离开了军队管理实践,军队管理优化理论与运用将会失去源泉和应有价值。同时,军队管理优化理论与运用的所有理论、方法、技术必须接受军队管理实践的检验。即军队管理优化理论与运用必须以军队管理实践为基础,通过总结概括军队管理实践的经验,为指导军队管理实践、解决军队管理实际问题、提高军队管理整体成效服务。军队管理优化理论与运用就是不断地从军队管理实践中汲取营养,发现特点和揭示规律,不断地抽象概括成为丰富的理论,又以其理论指导未来的军队管理实践。这就决定了军队管理优化理论与运用必须以应用研究为主。军队管理优化理论:一方面要解释军队管理实践活动,指导管理者和被管理者的实际行动;另一方面要预测军队管理实践发展变化的趋势和过程,促进军队管理整体效益的提高。

### (三) 创新性

军队管理优化理论与运用的创新性,是指军队管理优化理论与运用要随着环境、形势的变化,结合新的实践不断丰富和发展自身的理论体系。由于军队组织结构的特殊性、活动过程的复杂性和现实环境变化的多样性,军队管理优化理论与运用只有不断创新,才能有效地发挥其在军队管理实践中的指导作用。目前,世界新军事变革不仅是一场军事技术和军队组织体制的革命,也是一场军事管理的革命。随着信息时代的到来和全球化的深入发展,人类正进入一个前所未有的全面深刻和急剧变化的新时期,军队管理优化理论与运用必须适应新的环境加速创新,才能跟上形势发展和发挥重要作用。军队管理创新的

内容非常广泛,既包括军队管理的思想观念、理论体系创新,也包括军队管理的体制机制创新,还包括军队管理的结构功能和方法手段创新等。军队管理创新既要吸取古代、近代军队管理的成果精华,也要紧密结合当前军队管理实践,还要汲取外军管理的先进经验,即在继承中创新,在探索中创新和在开放中创新。只有不断创新,才能完善军队管理的学科理论,更好地为军队管理实践服务。

## 第二节 军队管理优化理论与运用的研究对象和任务

研究军队管理优化理论与运用,必须明确其特定的研究对象、基本的研究范围和主要的研究任务。

### 一、军队管理优化理论与运用的研究对象

军队管理优化理论与运用就是研究军队管理实践活动的具体活动,研讨其活动的具体规律,通过量化数据,寻求刻画规律的决策指标变量,建立模型,对模型求解,最后达到决策的优化。将具体指标的最后优化取值又体现到实践活动中去而指导实践。军队管理优化理论与运用的研究对象主要体现在以下几个方面:

#### (一) 管理活动目标的量化描述性

没有无目的的活动。目的就是目标,因此任何军事活动都要有目标。目标不仅是一种心理愿望和既定的结果,它还要能用量化指标来衡量和刻画。衡量刻画实现目标程度的量就是效能指标。因此在军队管理优化理论与运用中,如何对目标进行量化描述是一个非常重要的需要解决的问题。

实现目标的这个量化指标的量纲具有不确定性,例如,在消灭敌人的有生力量上,可以是人、装甲车辆的辆、敌机的架次、导弹的枚数等。从整个系统来看可能也用无量纲的量 0~1 之间的数值来抽象描述等。

在优化理论和方法中,实现目标的这个量化指标往往在目标函数中体现,所谓的优化在数学上无非是求最大和最小问题。目标的函数实际上往往是求最大最小的量化问题。

管理者一般要尽可能地学会把需要实现的目标量化,在管理上才能上层次。

## （二）实现目标的具体方案的定量描述性

为了实现目标,也要对实现目标的具体方案进行量化,学会用变量来表示方案,要学会透过现象看本质,变量的具体取值实际上是方案的具体决策。学习了线性规划就可以理解这一点。因此要对实现目标的具体方案学会定量描述。这种描述方法需要大量的实践和摸索,逐步在人们头脑里建立起来。

## （三）约束的定量描述性

研究军队管理目标和方案时会碰到各种环境条件的限制,这些限制实际就是约束条件。对约束条件要学会定量描述,这种定量描述可以是决策变量的线性函数或非线性函数,也可以用0-1变量表示。用0-1变量表示约束和限制以及顺序问题是非线性化问题线性化非常灵活多样的表示方法。要学会0-1变量描述事物关系的科学方法。能否用好这些变量定量表示约束关系,是衡量优化工作者水平和能力的重要标志,是能否成功解决实际问题的关键。

## （四）求解的复杂性与可行性

当模型建立后,有目标有约束,求解问题就随之发生了。一个模型求解的复杂性决定了该模型的可行性,模型的复杂性和可行性往往是成反比关系的。越复杂,就越难以应用。好的模型是求解简单,便于运用。因此在建立模型求解时,要考虑到简便计算和操作易行性。

## （五）优化的最优和次优性

在管理中人们往往追求理想化的最优,总想找最优方案。实际上一般能找到次优就不错了,最优往往是一种理想的,实现它的条件也是很苛刻的。另外建立模型的时候也会简化一些细节。后辈往往会评价前辈当时如果采用什么方案就会更好,实际上设身处地想一下当时的环境条件,决策的难度和复杂性,就能很好地理解这一点。往往事前诸葛亮少,事后诸葛亮多。在决策方案确定后,即使是次优方案,执行过程中把握好细节并及时纠偏,也就成功了。

# 二、军队管理优化理论与运用的研究范围

军队管理优化理论与运用的研究范围,是指军队管理优化理论与运用研究涉及的方面、领域。从军队管理优化理论与运用的内涵和研究对象来看,军队管理优化理论与运用的具体研究范围非常广泛,概括起来主要有以下三个

方面：

(1) 军队活动领域。军队活动的各个领域都是军队管理优化理论与运用的研究范围。包括军事训练管理、后勤管理、装备管理、人员、物资、财务、时间、空间、信息管理等。

(2) 军队管理优化理论的理论。包括军事建模、数学分析、计算机求解、信息网络工程、计算方法等一些理论研究内容。

(3) 军队管理活动环境的描述。凡对军队管理构成影响的环境，如政治环境、经济环境、技术环境、社会环境等，都是需要量化分析和处理的。

### 三、军队管理优化理论与运用的研究任务

军队管理优化理论与运用的研究任务，概括起来主要有以下四点。

#### (一) 揭示军队管理规律

军队管理优化理论与运用研究的根本任务，是探讨和揭示军队管理的特点与规律。军队管理的规律是客观的，人们只有发现、认识和运用它，才能取得管理成功，只有真正揭示军队管理的规律，才能运用规律指导军队管理实践，提高军队管理的整体成效。

揭示军队管理的规律，要从认识军队管理的特点入手，分析军队管理的产生、发展，尤其要探求军队管理活动诸要素、矛盾运动的特性，发现其中的内在本质、必然联系。研究我军管理学，不仅要探讨世界各国军队管理的普遍规律，更要深入研究我军管理的特殊规律，把揭示符合我国国情、军情和特定文化背景下的军队管理的活动规律，作为我军管理学研究的重点。

研究军队管理的特点、规律，必须区分层次，把握重点。把主要精力放在研究军队管理的主要特点和基本规律上，同时兼顾其他特点与规律的研究。只有这样才能抓住军队管理优化理论与运用研究的核心，提高军队管理优化理论与运用研究成效。

#### (二) 探寻军队管理方法

方法是渡河的桥和船。军队管理面临的各种问题，都需要运用合理的方法才能克服和解决。所以，军队管理优化理论与运用研究的重要任务，是通过对军队管理的基本特点、一般规律和特殊规律的研究，探寻军队管理特别是我军现代乃至未来管理可能遇到的问题的解决方法与措施。这是军队管理优化理论与运用研究的重要任务和目的之一，也是军队管理优化理论与运用适应军队

管理实践发展要求,提高管理效益的重要途径。

### (三) 预测军队管理趋势

预测军队管理的发展趋势,是指运用现代科学方法和先进手段,通过对各种影响军队管理发展变化的因素进行深入的分析,预测军队管理发展的未来走向、趋势。军队管理始终是不断发展变化的。研究军队管理,只有不断搜集、掌握过去的历史经验与现实状态,才有可能按照军队管理的发展脉络,预见其未来的发展变化趋势,探索指导今后军队管理的理论和方法,从而在复杂多变的军队管理实践中争取主动。预测军队管理的发展变化趋势,根本办法是要通过探索和揭示军队管理的客观规律来实现。这是提高军队管理科学化水平的必由之路,也是军队管理有效面向未来的理性选择。

### (四) 完善军队管理理论

军队管理优化理论与运用研究的重要任务和直接成果,是丰富和完善军队管理优化理论与运用的学科理论。即在现有军队管理优化理论与运用学科理论的基础上,根据军队管理的发展以及人们对其认识的深化,不断提出新的准确的科学概念,完善其理论体系,使该学科研究不断深化,更深刻、完整地反映军队管理的全貌,更好地适应军队管理实践发展的需要。军队管理优化理论与运用学科理论建设不是一蹴而就的,必须经历一个不断发展、积累、完善的过程。完善军队管理优化理论与运用学科理论,对于认识军队管理优化理论与运用的本质,正确把握军队管理优化理论与运用发展方向,探索有效的军队管理方法,具有重要意义。

## 第三节 学习军队管理优化理论与运用的意义与方法

军队管理优化理论与运用研究的目的,是为了人们学习掌握军队管理的特点、规律、理论和方法,更好指导军队管理实践,切实提高部队战斗力。

### 一、学习军队管理优化理论与运用的意义

军队管理是我军建设中根本性、经常性的基础工作,不仅是我军发展壮大的重要保证,而且是巩固和提高战斗力的重要条件。邓小平指出:“管理得好不好大不一样”“提高科学技术水平、管理水平很重要”。学习和研究军队管理优化理论与运用,是我军广大干部搞好军队管理的必修课,也是在改革开放深化、

市场经济扩大和国际战略格局复杂变化的新形势下,进一步加强和改进管理工作,提高管理水平,加快我军全面质量建设步伐的客观要求。学习和研究军队管理优化理论与运用的重要意义主要体现在以下方面:

(1) 是实现军队管理科学化的根本需要。军队管理科学化,既是建设一支强大的现代化、正规化革命军队的重要内容,又是推进我军“三化”建设的重要杠杆和条件。要切实抓住主题主线,推动军队全面建设的科学发展,实现军队管理的科学化,需要系统的军队管理优化理论与运用理论作指导。因此,学习和研究军队管理优化理论与运用,不仅是当务之急,而且是实现军队管理科学化的必由之路。新世纪、新阶段,随着新军事变革的推进和军队建设的战略转型,军队管理工作出现了许多新情况,增添了许多新内容,也面临着许多新挑战。要从根本上解决军队管理面临的各种问题,最重要的是学习掌握军队管理优化理论与运用的知识和方法。这是从根本上提高军队管理科学化水平的重要途径。

(2) 是巩固和提高战斗力的现实需要。众所周知,构成战斗力的基本要素是人和武器。有人把现代化的武器和各种人才,比作是军队现代化建设的两个轮子,而把军队管理比作是连接两个轮子的轴,没有这根轴把两个轮子有机地结合起来,就形不成强大的战斗力,军队现代化建设也就不可能推向前进。而军队管理优化理论与运用理论则是促进人和武器实现最佳结合的重要条件。所谓“管理出战斗力”,就是通过充分获取、优化配置和高效利用资源,使人和武器形成紧密结合;通过严格的教育训练和持久的养成,提高人的素质,形成优良的作风;再通过计划、组织、协调和控制等职能运用,使系统输出最大的功效,从而巩固和提高战斗力。由此可见,军队管理是在一定物质前提下生成和巩固战斗力的“促进剂”和“催化剂”。因此,在人和武器一定的条件下,军队管理水平的高低,往往决定着现实战斗力水平的高低。要提高战斗力,其重要手段就在于学习和研究军队管理优化理论与运用,提高军队科学管理水平。

(3) 是造就管理人才的迫切需要。信息化的实质是智能化水平的极大提高。因此,信息化军队建设和信息化战争胜利,既需要强大的信息技术支撑,更需要大批懂得科学管理、具有很高智慧的优秀人才出现。学习和研究军队管理优化理论与运用,可以促进大批懂得科学管理的人才产生。我军历来注重对干部的培养教育,战争年代涌现了大批既能带兵打仗,又会管理部队的优秀将领。但那时由于战斗频繁、作战任务艰巨和院校教育条件有限,对干部的培养主要是通过从战争中学习战争实现的。今天的情况发生了翻天覆地的变化,我军各类人才的培养,首先要通过系统的院校教育来完成。所以,系统地学习和研究

军队管理优化理论与运用理论,是学历教育院校培养和提高生长干部学员全面管理才能的迫切需要。

综上所述,学习和研究军队管理优化理论与运用,对于在新世纪、新阶段全面推进军队建设的科学发展,切实完成军队担负的各项职能使命,是十分重要的。因此,必须积极认真地学习和研究军队管理优化理论与运用,不断丰富、发展和完善这门新兴学科。

## 二、学习军队管理优化理论与运用的方法

学习军队管理优化理论与运用的方法,应该着重从下面三个方面努力:

(1) 要熟悉军事管理活动。只有对军事活动的深入了解,内在关系的掌握,才能从定量角度去分析,从而决定用哪些量化指标比较合适。准确描述军事活动过程的量化变量,正确决策。

(2) 要熟悉掌握必要的数学建模知识并具有计算机应用能力。量化管理离不开数学和计算机。在信息高度发达的现代化社会,越来越准确量化管理更加显得必要。拍脑壳凭个人意志越来越难以决策取胜了。这里需要相应的高等数学、概率统计、计算机语言以及相应工程背景知识。

(3) 掌握模拟实验法。模拟实验法的一般过程如下:首先,在分析具体军事活动后需要建模;其次,模型建立后需要在设定的条件下,按照模型要求用计算机进行模拟试验;再次,观察和分析模拟结果,分析模拟试验结果与事先预想结果的差异,根据结果反过来再修正模型,最后,试验直到达到满意结果为止。

## 三、学习军队管理优化理论与运用的要求

学习军队管理优化理论与运用,主要有以下几点要求:

(1) 要具备军事基础知识。要复习高等数学中建模理论和方法、复习线性代数求解方程组的方法和概率统计中的参数估计与随机数概念。要熟悉计算机编程基础知识。要树立优化理念,做任何事情都要选择合适优化的方法方式,并将这种理念贯穿于整个人生。

(2) 要培养自己良好的思考分析问题的习惯。碰到困难和问题,自己要静下心来,思考原因、如何去克服和处理,不要着急和焦虑,不要急急忙忙问老师和同学,耐下心来钻研琢磨如何去解决问题,这需要自己带着问题去学习,去钻研。很可能问题和困难就解决了。解决问题后的愉悦感、成就感会不断激励你去进一步探究问题。这样慢慢就提高了自己的解决问题的能力。如果实在解

决不了问题，再去咨询同事和老师，这样也能把从别人那里得来的方法铭记在心，变成你自己的经验和知识。如果有问题就找别人，自己不动脑子，就会逐渐变成思维懒汉，大脑这个思维机器就会渐渐变锈变钝。

(3) 要训练自己的动手能力，用计算机去求解编程。动手能力是解决实际问题的关键。军队管理优化理论与运用落脚点就是运用。把过去长期的军队管理实践经验的科学总结，前人思考研究的智慧结晶，能否用得起来，落到实处，运用是关键。进一步地创新也要用运用来检验。要结合军队管理新的实践，不断探索和创新管理优化理论。

### 习 题

1. 如何正确理解军队管理优化理论与运用的概念？
2. 军队管理优化理论与运用的本质特征是什么？
3. 学习研究军队管理优化理论与运用的意义有哪些？

## 第二章

# 军队管理优化理论与方法

### 学习目标

了解军队管理优化理论与方法的基本理论与基本方法,熟悉军队管理活动范围很广,这里指列出一些基本模型,结合实际问题,给出求解方法及其优化决策的过程等,解决军队管理面临问题的优化处理。

## 第一节 军队人员管理的优化及运用

军队人员的管理是一个很复杂的问题,牵扯因素很多,根本不能用一个模型来刻画。模型与具体研究问题的目的很有关系。同时复杂性带来问题求解的困难性也就限制了模型的应用性,模型是否简便易行是能否用得起来的重要因素。下面给出几个常见的模型供学习参考。

### 一、线性规划简介

许多军事模型的优化问题都可以用线性规划(Linear Programming, LP)的理论和方法来处理。线性规划是运筹学的一个重要分枝。在数学优化理论中,它是比较成熟而且应用最为广泛的。它研究求解的是决策变量满足线性约束条件,目标函数是决策变量的线性函数的最大最小优化问题。线性规划起源于第二次世界大战期间,在生产和管理方面出现的问题的需求推动下,康托洛维奇研究并发表了“生产组织与计划中的数学方法”文章,它是线性规划一篇开创性的重要论文。1947年,美国空军的一个研究小组在研究“最优的科学计算”(Scientific Computation of Optimum)的项目中,丹西格(G. B. Dantzig)研究提出了单纯形法,从而使线性规划理论趋于完善。随着计算机技术的飞速发展,使得线性规划理论现在无论在经济管理和军事行动中都得到更加广泛的应用。

### (一) 线性规划问题

在经济管理和军事行动中,方案常常和决策变量相对应,优化问题常常归结为决策变量满足一定的约束条件,求目标函数的最大最小的优化问题。

**例 2.1** 某个战斗小分队需要装备甲、乙两种武器,这两种武器每件需要资金和需要使用人数见表 2.1。准备投入资金最多 160 万元,战斗小分队最多 15 人。根据需求,甲种武器每个小分队不应超过 4 件。已知甲、乙两种武器每件击毁对方单个目标的概率分别为 0.7 和 0.4。问应如何给小分队配置武器,才能使击毁敌方目标期望值最大?

表 2.1 武器资金和人数需求量及限制量

项目	每件武器的消耗		资源量限制
	甲	乙	
资金/万元	30	20	160
人数/人	5	1	15

解 设装备甲、乙两种武器数目分别为  $x_1, x_2$  件,则平均击毁对方数目为

$$Z = 0.7x_1 + 0.4x_2 \quad (2.1)$$

另外,配置武器数目还要受到资金和人数的限制以及战斗需求的制约,因此还应满足约束条件,即

$$\begin{cases} 30x_1 + 20x_2 \leq 160 \\ 5x_1 + x_2 \leq 15 \\ x_1 \leq 4 \end{cases} \quad (2.2)$$

此外,  $x_1, x_2$  还应是非负整数,即

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (2.3)$$

因此从数学角度看,就是求决策变量  $x_1, x_2$  在满足线性约束式(2.2)及非负整数约束式(2.3)条件下,使线性目标函数式(2.1)最大的线性规划问题:

$$\max Z = 0.7x_1 + 0.4x_2$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} 30x_1 + 20x_2 \leq 160 \\ 5x_1 + x_2 \leq 15 \\ x_1 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \text{且为整数} \end{cases}$$

其中 s. t 是 subject to 的英文缩写,它表示“以……为条件”“假定”“满足”“使得”之意。

**例 2.2** 有两个型号的战术导弹,每枚费用分别为 20 万元、40 万元,要攻击三个目标,每种导弹击毁各个目标的概率见表 2.2,要保证每个目标被击毁的概率大于等于 0.95,如何对目标分配各型号导弹数量?

表 2.2 导弹击毁目标概率

击毁概率	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	0.6	0.5	0.6
$A_2$	0.8	0.3	0.6

解 设  $i$  型导弹分配到  $j$  个目标的数目为  $x_{ij}$ ,则所需导弹费用为

$$Z = 20(x_{11} + x_{12} + x_{13}) + 40(x_{21} + x_{22} + x_{23}) \quad (2.4)$$

由概率论知识知道  $B_1$  被击毁的概率为  $1 - (1 - 0.6)^{x_{11}}(1 - 0.8)^{x_{12}}$ , 按要求

$$1 - (1 - 0.6)^{x_{11}}(1 - 0.8)^{x_{12}} \geq 0.95 \quad (2.5)$$

化简得到

$$-\ln(1 - 0.6)x_{11} - \ln(1 - 0.8)x_{12} \geq -\ln 0.05 \quad (2.6)$$

类似地可以得到  $B_2$ 、 $B_3$  被击毁的其他约束条件,问题最终可以化为下列线性规划问题进行求解,即

$$\begin{aligned} \min Z &= 20(x_{11} + x_{12} + x_{13}) + 40(x_{21} + x_{22} + x_{23}) \\ \text{s. t. } &\begin{cases} -\ln(1 - 0.6)x_{11} - \ln(1 - 0.8)x_{12} \geq -\ln 0.05 \\ -\ln(1 - 0.5)x_{12} - \ln(1 - 0.3)x_{22} \geq -\ln 0.05 \\ -\ln(1 - 0.6)x_{13} - \ln(1 - 0.6)x_{23} \geq -\ln 0.05 \end{cases} \\ &x_{ij} \text{ 为非负整数, } i = 1, 2; j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.7)$$

该问题的约束式(2.5)表面上是非线性约束,但可以适当化简将非线性约束转化为线性约束,从而归结为线性规划问题来处理。从数学角度看,就是求决策变量在满足式(2.7)中线性约束及非负整数条件下,使线性目标函数式(2.4)最小的线性规划问题。

**例 2.3** 某铁器加工厂要制作 100 套钢架,每套要用长为 2.9m、2.1m、1.5m 的圆钢各一根。已知原料长为 7.4m,问应如何下料,可使所用材料最省?

解 首先设想,若在每一根原料上截取长为 2.9m、2.1m、1.5m 圆钢各一根,则每根原料剩下料头为 0.9m。制作 100 套钢架,就需要原材料 100 根,而总共剩余料头为 90m。显然这不是最好的下料方式。若改变每根的下料方案,如每根原料截成两根 2.9m,一根 1.5m 的圆钢,则此时剩余料头为 0.1m;如每根原料截成两根 2.1m 和两根 1.5m 长的圆钢,此时剩余料头为 0.2m。显然这两种方案都比前述的下料方式好。通过简单的计算,可预先设计出若干种较好的

下料方案,如表 2.3 所示。

表 2.3 下料方案

长度/m	方案				
	I	II	III	IV	V
2.9	1	2	0	1	0
2.1	0	0	2	2	1
1.5	3	1	2	0	3
料头/m	0	0.1	0.2	0.3	0.8

而问题就变为如何混合使用这五种下料方案,来制造 100 套钢架,且要使剩余的料头总长为最短。假设按方案 I、方案 II、方案 III、方案 IV、方案 V 下料的原料根数分别为  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ , 则要求

$$\min Z = 0x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 + 0.3x_4 + 0.8x_5 \quad (2.8)$$

且满足

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_4 &= 100 \\ 2x_3 + 2x_4 + x_5 &= 100 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_5 &= 100 \end{aligned} \right\} \\ & \text{s. t. } \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \text{ 为非负整数} \quad (2.10)$$

从数学角度看,就是求决策变量  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  在满足线性约束(2.9)及非负整数约束(2.10)条件下,使线性目标函数剩余料头总长  $Z$  最小的规划问题。

同学们思考一下,用集装箱装载不同品种的货物,对定量的货物,要求使用集装箱最少的应用问题与本题处理方法是否类似?

## (二) 线性规划问题的数学模型

从上述三个例子可以归纳线性规划问题数学模型的特点:

(1) 决策变量:每一个问题都有一组变量  $x_1, x_2, \dots, x_n$  称为决策变量,对确定的  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 它代表一种决策方案。通常要求决策变量取值非负,即  $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$ 。

(2) 线性约束条件:每个问题中决策变量都必须满足一定的一组线性约束条件,线性的等式或不等式。

(3) 线性目标函数:目标函数是决策变量的线性函数,要求这个目标函数在满足约束条件下实现最大化或最小化。将约束条件和目标函数都是决策变

量的线性函数的规划问题称为线性规划。其一般数学模型为

$$\max(\min) Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \quad (2.11)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leqslant \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leqslant \geq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leqslant \geq b_m \end{cases} \quad (2.12)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.13)$$

式(2.11)称为目标函数,或实现最大化,或实现最小化。式(2.12)称为约束条件,它可以是“ $\geq$ ”或“ $\leq$ ”的不等式,也可以是严格的等式。式(2.13)称为非负约束条件,它既是通常实际问题中对决策变量的要求,又是用单纯形法求解过程中的需要。 $c_1, c_2, \dots, c_n$  称为价值系数, $b_i > 0 (i=1, 2, \dots, m)$  称为资源量。

将满足式(2.12)、式(2.13)的解  $X$  称为可行解,由全体可行解构成的区域称为可行区域。

将满足式(2.11)、式(2.12)、式(2.13)的解  $X$  称为最优解。显然可行区域包含最优解。

当  $X$  取最优解时的目标函数值  $Z$  称为最优值。

线性规划问题应有以下几种可能出现的结果:

- (1) 有唯一最优解。
- (2) 有无穷多个最优解。
- (3) 无界解(也称无最优解)。
- (4) 无可行解——可行域为空集。

### (三) 线性规划的一般建模问题

线性规划的应用非常广泛。对它的研究一般分为两个方面:一是建立模型问题,即将实际问题归结成线性规划问题;二是对已有线性规划问题,研究其数学理论和求解方法。后者是需要专门的应用数学工作者来研究。目前线性规划理论发展比较完善,这方面工作一般难度大。作为实际应用工作者,是如何把实际问题归结成线性规划问题,利用现成的方法和软件,快速求解出模型的最优解。对于应用工作者来说,最难的是如何将实际问题归纳抽象出数学模型来。

## 二、军队人员管理优化问题

军队人员究竟该需要多少?这是一个复杂问题,要科学管理设计。需要根据目标任务定人数,需求目标不同,建立的模型就不同,这就需要对不同模型求

解出来的结果进行综合平衡。下面先介绍几个人员规划模型。

### (一) 排程问题

**例 2.4** 假定某反恐部队每周 7 天, 每天都需要干部值班。每个干部每 7 天内必须保证连续休息 2 天。该部队每天需要值班人数见表 2.4。

表 2.4 每天值班人数安排

星期	一	二	三	四	五	六	日
需值班人数/人	7	6	8	5	4	8	9

问该支部队配备干部至少多少名?

解 假设星期  $i$  配备  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) 名干部。则问题归结为求解下列线性规划问题, 即

$$\begin{aligned} \min Z &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \\ \text{s. t. } &\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 4 \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 8 \\ x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 9 \\ x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 7 \\ x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7 \geq 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_7 \geq 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \text{ 取非负整数} \end{array} \right. \end{aligned}$$

对这些问题只建立模型, 以后介绍如何用软件求解。

实际日常生活中这种例子很多, 如海滩救护队员的排程问题, 消防队员值日、商店售货员人数的确定、公交车线路司机人数计划等都可以归为排程问题。

### (二) 军队编制问题

某团团职编制 5 人, 营职编制 6 人, 连职编制 18 人, 排职 27 人; 每年新进排职不得少于 6 人, 新进连职不得少于 4 人; 排连营每年年底各选  $1/3$  选升上一级职务, 试建立优化模型并安排每年转业人数。

设  $x_{p0}, x_{l0}$  为每年年底新进排连职干部人数,  $x_p, x_l, x_y, x_t$  分别为年底排连营团原干部数, 则建立模型如下:

$$\min Z = x_{p0} + x_p + x_l + x_{l0} + x_y + x_t$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x_{p0} + 0.66x_p \geq 27 \\ 0.66x_l + 0.34x_p + x_{l0} \geq 18 \\ 0.66x_y + 0.34x_l \geq 6 \\ 0.66x_t + 0.34x_y \geq 5 \\ x_{l0} \leq 4 \end{cases}$$

这里我们只建立模型,具体求解在软件应用再详述。该模型可以推广到一个师一个军等,另外对各级干部的薪金可以用价值系数  $c_i$  来刻画,只要修改目标函数即可,即

$$\min \quad c_1x_{p0} + c_2x_p + c_3x_l + c_4x_{l0} + c_5x_y + c_6x_t$$

### (三) 军事人员系统状态演变预测

军事人员系统状况演变预测是军事人员规划管理运筹研究的基础,这个任务要靠人事模型来解决。下面讨论一种常用的人事模型——马尔可夫动态模型。

军事人员系统的状态一般用各类人员的数目表示。系统状态随时间的演变主要与系统内外的人员流动有关。系统内部流动有晋升、降级、平调等;系统与外部之间的流动有招募(入伍、调入、提干),离休、退休、转业、复员、调出、其他裁员等。对这些人员流动规律的分析是建立状态演变预测模型的基础,但根据系统的层次和目的,有些人员流动可能因影响不大而被忽略。

#### 1. 基本模型

基本模型的任务是为了预测每类人员在等距时间点( $t = 0, 1, 2, \dots$ )的数目。为了简单起见,假设人员在给定期间内由一个类别转到另一类别的比例(转移比例)是不变的。如果每个类别当前的实际数、转移比例以及将要招收的人员数都已给定,那么应用马尔可夫方程就可预测各类别人员的未来数(未来的人员分别)。

定义:

$n_i(t)$  为在时刻  $t$  的  $i$  类人员数;

$p_{ji}$  为在时间间隔  $(t-1, t]$  中,从  $j$  类到  $i$  类的转移比例;

$r_i(t)$  为在时间间隔  $(t-1, t]$  中,所招收的  $i$  类人员数。

那么,有马尔可夫方程:

$$n_i(t) = \sum_{j=1}^k n_j(t-1)p_{ji} + r_i(t) \quad (i, j = 1, 2, \dots, k; t = 1, 2, \dots) \quad (2.14)$$