

 小学数学教师 · 新经典

跨越断层，走出误区：

“数学课程标准”核心词的解读与实践研究

Kuayue Duanceng Zouchu Wuqu


Shuxue Kecheng Biaozhun Hexinci De Jiedu Yu Shijian Yanjiu

曹培英 © 著

M a t h e m a t i c s T e a c h e r



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

 小学数学教师 · 新经典

跨越断层，走出误区：

“数学课程标准”核心词的解读与实践研究

Kuayue Duanceng Zouchu Wuqu

Shuxue Kecheng Biao zhun Hexinci De Jiedu Yu Shijian Yanjiu

曹培英 © 著

M a t h e m a t i c s T e a c h e r



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

跨越断层,走出误区:“数学课程标准”核心词的解读与实践研究 / 曹培英著. —上海:上海教育出版社,2017.3 (2017.6重印)

ISBN 978-7-5444-7254-8

I.①跨... II.①曹... III.①数学课—课程标准—研究—中小学 IV.①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第020131号

策划编辑 蒋徐巍
责任编辑 蒋徐巍 李 达
封面设计 王 捷

跨越断层,走出误区

——“数学课程标准”核心词的解读与实践研究

曹培英 著

出 版 上海世纪出版股份有限公司
上海教育出版社
官 网 www.seph.com.cn
易 文 网 www.ewen.co

地 址 上海市永福路123号
邮 编 200031
发 行 上海世纪出版股份有限公司发行中心
印 刷 上海景条印刷有限公司
开 本 700×1000 1/16 印张 15.25 插页 3
版 次 2017年3月第1版
印 次 2017年6月第2次印刷
书 号 ISBN 978-7-5444-7254-8/G·5978
定 价 35.00元

(如发现质量问题,读者可向工厂调换)

(一)

教育部《义务教育数学课程标准(2011年版)》前言部分关于“课程内容”的阐述,最大的亮点在于修改、充实了十个核心词。

坊间有人调侃,核心词居然有十个之多,还有“核心”吗?

但若细细研读,不难发现,十个核心词所指称的,确实都是构成数学素养的重要因素,值得反复学习、领会。

2012年初起,笔者应各级教研室、师范院校及其他教师培训机构的邀请,在各地作的讲座中,关于“核心词”的实践解读,成了主办方首选的主题之一。之所以请并非“课标”研制组、修改组成员的笔者来讲,主办方的理由很简单,一线的教师不仅希望听到接地气的、案例鲜活的解读,还希望能够得到具体的、可操作的教学改进指导与建议。

笔者当然也愿意结合自身多年的教学实践、多年的课堂观察与研究,细述个人的学习心得,尝试跨越理论与实践的断层,走出认知与教学的误区,以供同仁借鉴。

然而,讲座的内容可以自由选择,熟悉的、经验与研究积累较厚实的就展开讨论,反之就作简化处理或避而不谈。但是,撰写解读十个核心词的系列文章,就不能有所挑选了。所以,起初并没有贸然动笔。

到了2012年初夏,《小学数学教师》编辑部的蒋徐巍副主编来学院探访。记得当时笔者随手翻出新近出版的一期刊物,指出其中一组有关数感培养的课例研讨文章,存在数感、量感混为一谈的问题。蒋主编也非常感慨,十多年了,这个问题一直未见来稿探讨,于是当场约稿,并表示编辑部有耐心等待,希望十篇成一系列。艰辛的“实践解读”之旅,由此开始。

完成十个核心词的实践解读,一路写来,拖了三年,固然是因为本职工作缠身,更主要的原因是在撰写过程中发现了一些新问题,为使“实践

解读”名副其实,只有通过教学加以实证,才敢初步回答。回溯式研究与探索性研究相结合,是笔者的研究特点之一,也是习惯使然,研究的价值观使然。

边探索、边撰写的内驱力,既来自自身教研工作的需要与完成约稿的承诺,也来自广大小学数学教师的期望。三年间,每当连载中断,总有教师来电询问:“还会写下去吗?”

(二)

在陆续刊发过程中,多次有读者问:数感等名词,到底是“核心概念”,还是“核心词”?

由数学课程标准研制组撰写的两部解读专著,无论是“实验稿”的解读^[1]还是“2011年版”的解读^[2],都称其为“核心概念”。笔者冠以“核心词”,主要依据2011年版的数学课程标准文件本身,其中,评价建议第七条的第2点:“在设计试题时,应该关注并且体现本标准的设计思路中提出的几个核心词:数感、……、创新意识。”教材编写建议第二条的第1点:“本标准在设计思路中提出的几个核心词:数感、……、创新意识,它们是义务教育阶段数学课程内容的核心,也是教材的主线。”^[3]这是“核心词”的出处。

有学者认为:“核心概念”是借鉴西方“big idea”的提法,在翻译时将idea译成了概念,不少数学教育文献中的idea就是概念的意思。

但是,对于很少关心西方教育动态,体会不出“核心概念”与“big idea”异曲同工的数学教师来说,反倒以为是数学知识中的核心概念。为了避免误解,感觉称“核心词”,相对于“核心概念”,似乎更妥当一些。

还有读者问:为什么小学数学教学的理论与实践会存在断层?

这是一个牵涉面较广的敏感问题。既然“跨越断层”出现在本书标

[1] 刘兼,孙晓天.全日制义务教育数学课程标准(实验稿)解读[M].北京:北京师范大学出版社,2002.

[2] 史宁中.义务教育数学课程标准(2011年版)解读[M].北京:北京师范大学出版社,2012.

[3] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2012:59,61.



题中,就不能不做解释。

小学数学教学的理论与实践出现断层,有着多方面深层次的原因,这里仅略述其中最直接的原因。

多年前就有一位学者撰文,首先指出现状——“尽管如今教师继续教育、教师培训如火如荼……其中似乎难觅‘教学法’的影子”。而后论述了教学法的重要性——“教育学、教学论、课程论的那些‘教学方法’即使确有根据(即撇开那些杜撰的‘教学方法’),因游离于具体教材,也就不足以解决教学实践中对具体教材如何处理的问题”。最后,该学者感慨地写道:“如今,不懂教学法的‘专家’可以大摇大摆地进出中小学(惭愧,本人就是一例),而教研室的研究人员、大学的教学法教师,不论教育理论功底如何,却玩起了‘教学理念’。这就叫‘外行人干起了内行事,内行人干起了外行事’。教学法研究者的状况如此,教学法的命运又能怎样呢?”^[1]

目前,进一步地演化,原先两支强有力的小学数学教学法的专业研究队伍已经彻底消失。一是过去每个中等师范学校都有的小学数学教学法教研室,这支遍布全国各县区,名家辈出的队伍,随着中等师范学校的取消而荡然无存。二是原来师范大学教育系的小学数学教学法教研室,因其主要任务是培养中等师范学校教学法教师,也随之不复存在。

皮之不存,毛将焉附?前不久,笔者邀请华东师范大学一位教授给名师培养基地的学员讲学,休息时闲聊,笔者问:“华师大现在还有人专门研究小学数学吗?”教授答曰:“只剩我一个。”笔者追问:“作为课程教学系主任,您现在还有多少时间、精力研究小学数学?”教授笑答:“也是,只能算半个了。”

改革过程中生成的这一未被正视的结构性问题,加上高等师范院校中长期以来客观存在的视教学法为“小儿科”的观念,小学数学教学的理论与实践出现断层也就不足为奇了。

这十多年来,小学数学课程教学改革取得了长足的进步。但由于一些方面的理论指导与实践操作的脱节,误区也绝非个别。因此,直面问题,澄清模糊认识,扭转偏颇取向,十分必要。

[1] 陈桂生. 教学法的命运[J]. 全球教育展望, 2007(4).

(三)

笔者曾有过十多年在小学数学课堂上“摸爬滚打”的经历,深知一线教师的甘苦。如今,对教育的期望、对教学的要求越来越高,教师的压力也越来越大。

在这样的大背景下,很多小学数学教师在努力地钻研教学,在忘我地付出,力求适应新的期望、新的要求。

然而,由于我们引导不当、指导不力,教师们的努力和付出常常误入歧途,实在令人唏嘘。

以数感的培养为例,两次听课经历终身难忘。

一次在农村听课,课题是“100 的认识”。课前,教师给每位学生发一小袋黄豆。看到我疑惑的眼神,教师悄悄地说,她昨晚数好的,每小袋 100 颗。这不禁让我肃然起敬,30 多学生,每人一袋,昨晚她数到了多晚?上课后,教师让学生小心翼翼地倒出黄豆:“估一估,有多少颗,看谁估得准。”

一个小男孩抢着说:“我知道,100 颗。”

教师问:“你是怎么估的,这么准?”

男孩答:“我没有估,我是猜的。”

教师追问:“你是怎么猜的呢?”

男孩说:“我刚才看到屏幕上放映了‘100 的认识’,今天教 100,肯定我们要估 100。”

“先估”就这么不了了之,“再数”颇费了一番周折。因为豆子会滚动,很多学生数了又数。教师提示“每 10 颗一小堆”,实际上加大了操作的难度。直到教师叫停,只有几个学生按要求完成了任务。效果可想而知。

评课时,大家七嘴八舌地评说:用豆子作学具不好,太花费时间;要数也应该同桌两人或前后桌四人一袋,合作完成。执教教师解释:看到一位专家的文章“除法就是分豆子”,受到启发,想到了数豆子;为了让学生人人参与、人人动手,所以每人一袋。说着说着哭了起来。原来,昨晚因为数豆子,夫妻吵架,女儿看不过去,帮妈妈数完。

又一次在城区听课,课题是“1000 的认识”。教师出示一叠 A4 纸:“请

小朋友们先估一估有多少张,看谁估得最准哦。”学生胡乱猜了一通,教师一五一十很快数完,200张。然后,让学生估计1000张纸有多厚。

评课时,有教师问:“为什么教学1000的认识,只出示200张纸?”执教者说:“为了五张五张地数,数准确,星期六、星期天都用来练习了,数到200有把握,数到1000还是会出错。”多数人的建议是:一五一十数到100,然后引导学生一百一百地数到1000(课前数好,100张之间夹一小纸条)。有个别教师看出了问题,质疑效果:“小学生对纸的厚度没感觉,估不出数感。”

这两次评课,我都再三斟酌,生怕刺激性话语让执教教师再次感到委屈。

教师们不辞辛劳的课前投入,使我十分自责,都是因为你要来听课,人家才如此费心准备。

那么,是什么导致教师们的付出事与愿违呢?只是教师自身的原因吗?正如教师从不责怪学生,而是基于学生改进教学一样,作为教学的研究者、指导者与教师的服务者,理应反思本职工作的不足。比如,我们的宣传过分夸大“新课改”的“新”及其与“传统教学”的决裂;我们的引领过度强调数感的形成离不开现实情境,以致“先估再数”成了培养数感的“标配”。

正是广大一线教师的敬业精神、执著的专业追求与某些课堂教学实际效果的反差,鞭策笔者秉承实事求是的思想,透过高大上的理论包装,用教学实践的话语系统去剖析教学困惑,还原问题的本真,去沟通教什么、为何教、怎么教、怎么学之间的联系,为教师走出迷津,将精力、活力投向探寻返璞归真的路径与策略上去,提供一些经验教训。笔者愿为此竭尽绵薄之力,无怨无悔。

庆幸的是,与实施全科教学的国家相比,我国小学一贯的分科教学体制,使我们数以百万计的小学数学教师格外专业,可以持续多年直至几十年地专注于一门学科的教材教法,不断丰富本学科的教学实践经验。可以说,中国庞大的小学数学教师群体长期积累的教学经验是世界其他国家无法比拟的“富矿”。正是因为充分认识并利用了这一得天独厚的优势,所以笔者的回溯式与探索性相结合的研究,实乃“站在巨人肩膀上的攀登”。因此,本书的出版,既是一种“反哺”“回馈”,也是一种“交流”“共享”。

上海教育出版社应读者要求,提议将“实践解读”系列文章结集出版,以免去各地教师自己复印连载文章、下载 PDF 文档,甚至抄录的不便与辛苦。

趁成书之际,对已刊发的文稿做了一些修订与补充。尽管如此,肯定还有不少偏颇、疏漏之处,诚望方家指正。

曹培英

2016 年盛夏

第一章 数感

第一节 数感,“你”是什么 / 003

第二节 数感,想说“爱你”不容易 / 004

第三节 数感,可以怎样培养 / 006

第二章 符号意识

第一节 符号与数学符号 / 019

第二节 符号感与符号意识 / 022

第三节 小学数学怎样培养学生的符号意识 / 023

第三章 空间观念

第一节 还原空间观念的本来面目 / 031

第二节 怎样把握空间观念 / 037

第三节 怎样提升培养空间观念的教学水平 / 039

第四章 几何直观

第一节 怎样理解几何直观 / 053

第二节 相关术语的辨析 / 060

第三节 怎样培养、发展小学生的几何直观 / 063

第四节 几何直观的局限性 / 069

第五章 数据分析观念

第一节 “统计观念”与“数据分析观念” / 073

第二节 “统计”与“概率” / 075

第三节 数据分析观念内涵的解读 / 080

第四节 相关教学经验与瓶颈的分析 / 083

第五节 实践探讨 / 084

第六节 教学案例分析：“读图” / 088

第六章 运算能力

第一节 运算能力的“前世今生” / 097

第二节 运算能力“不倒翁”的原因 / 099

第三节 运算能力的“众说纷纭” / 100

第四节 运算能力的结构分析 / 102

第五节 运算能力培养的某些认识与实践误区 / 104

第六节 运算能力培养的若干教学建议 / 109

第七章 推理能力

第一节 关于推理能力 / 123

第二节 小学数学学习中的推理 / 130

第三节 怎样培养小学生的推理能力 / 136

第八章 合情推理

第一节 问题的提出 / 151

第二节 怎样引导学生感悟合情推理的或然性 / 153

第三节 怎样启发学生确认合情推理的结论 / 162

第九章 模型思想

第一节 相关概念辨析 / 167

第二节 模型思想的内涵 / 171

第三节 小学数学融入模型思想的教学实践 / 176

第十章 应用意识

第一节 重视数学应用的背景 / 193

第二节 数学应用意识的内涵 / 195

第三节 怎样培养小学生的数学应用意识 / 197

第十一章 创新意识

第一节 相关概念的解读 / 209

第二节 数学教学培养创新意识的可行性 / 211

第三节 小学数学教学培养创新意识的操作性 / 213

第十二章 核心词的演变、反思与展望

第一节 回顾 / 223

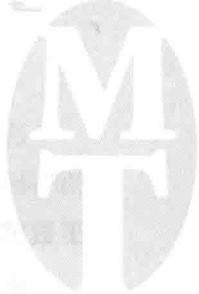
第二节 反思 / 225

第三节 展望 / 229

第一章 / 数感

“数感主要是指关于数与数量、数量关系、运算结果估计等方面的感悟。建立数感有助于学生理解现实生活中数的意义,理解或表述具体情境中的数量关系。”

——《义务教育数学课程标准(2011年版)》



1

“数感”作为核心词之首,受到众多学者的关注,非常自然。然而,从数感的界定起,就一直是众说纷纭。广大数学教师关心的是数感如何培养,虽然已有大量的实践、研究与总结,但也存在一些误区。例如,“先估再数”一度成了引入数概念教学的“标配”。为此,有必要首先解读数感的概念,并且剖析误区之所在,然后探讨数感的培养对策。

第一节 数感,“你”是什么

1. “课标”的描述

教育部《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称“课标实验稿”)关于“数感”的诠释是:

“数感主要表现在:理解数的意义,并能用多种方法来表示数;能在具体的情境中把握数的相对大小;能用数来表达和交流信息;能为解决问题而选择适当的算法;能估计运算结果,并对结果的合理性作出解释。”

这段话试图从学习行为改变的视角,逐一刻画数感的表现,即理解数的意义,主要表现为五个“能”。它比那种将数感等同于“数学头脑”,认为“建立数感可以理解为会‘数学地’思考”的广义解释,要收敛许多,但仍显宽泛。例如,“为解决问题而选择适当的算法”,有时数感能起一点作用,但更一般地起主要作用的是对运算、对算法的理解。

教育部《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称“课标2011年版”)关于“数感”的表述是:

“数感主要是指关于数与数量、数量关系、运算结果估计等方面的感悟。建立数感有助于学生理解现实生活中数的意义,理解或表述具体情境中的数量关系。”

这一表述由两句话组成。前一句侧重数感的界定，“数感主要是……的感悟”；后一句侧重数感的作用，“建立数感有助于……”。两句话的共同点，都描述了数感的表现。

作为课程标准，尽可能地给出学习行为的表现性评价标准，是可取的。然而，一线教师又希望看到浅显、通俗的解释。这一要求并不过分。

2. 倾向“通俗”或“学术”的刻画

既然数感是一种感悟，而“感悟”的本意是“有所感触而领悟”，那么通俗地说，数感就是关于数的感觉和理解。为什么非得将简单问题复杂化呢？

笔者主持的名师工作室，有两位学员撰写了一篇关于培养数感的论文，经层层筛选，送交中国教育学会小学数学教学专业委员会第12届年会，获一等奖。有关人员审查发现，其中关于数感内涵的界定“数感是一种主动地、自觉地或自动化地理解数和运用数的态度与意识”，网上有难计其数的论文出现一字不差的话语。因此，建议改成自己的陈述。经查，这句话源自《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）解读》一书，被人广为引用不以为怪。

两位作者要求帮忙修改，但对通俗解释“数的感觉和理解”又不太满意，认为过于直白，缺乏学术味。无奈，笔者只好绞尽脑汁，替她们动笔改为：“数感是数的抽象意义与数的具体意义的统一，是一种自觉地基于数学的或现实的问题情境，解释数和应用数的意识与能力。”

两位作者看了欣喜不已，认为一语道破“心求通而未得”，数感的确是两种意义的统一，也确实是解释数、应用数的意识与能力。但部分读者反映这一界定“抽象、难懂”“深入了，没有浅出”。

的确，理论阐述越玄，实践解读就越困难，两者之间的断裂也就越明显。但深刻与浅显兼备，谈何容易。看来，“众口难调”，权且一并呈现，由读者各取所好。

第二节 数感，想说“爱你”不容易

1. 陷入“误区”的案例

曾经观摩过两节教学数概念的课，难以忘怀，内容分别是“100以内数的认识”“1000以内数的认识”。

前一节课，教师给每位学生发一小袋黄豆（教师悄悄告诉我，她数好的，每小袋

100 颗),让学生小心翼翼地倒出来,然后“估一估,有多少颗,看谁估得准”。

后一节课,教师出示一叠 A4 纸,指导语是:“请小朋友们先估一估有多少张,看谁估得最准哦。”课后教师说,为了数得快,她拜能者为师,反复练习。课堂表现果然不俗,5、10、15……很快数完,200 张。然后,让学生估计 1000 张纸有多厚。

面对这样的教学情境,坐在教室里听课的笔者深感惭愧,感觉自己成了一个必须重返小学补习的人。因为本人对豆子的颗数没有感觉,尽管几乎天天用纸,但看着教师拿着的那叠纸,同样估不出大约有多少张。

当时的第一反应,除了“猜”,别无他法。

再一想,可以先数出 10 颗、20 张,再估有多少个 10 颗、20 张,但毕竟缺乏训练,恐怕还会估不准。

学生很兴奋,争先恐后说出自己的“猜想”,如同笔者的第一反应。

非常感慨两位教师的付出,为了培养学生的数感,课前花费大量精力,充分准备,令人肃然起敬。但又不能不反思,这是在培养数感吗?

如果学生能够估出大约有 100 颗豆,能够比划 1000 张纸大约的厚度,这 100、1000 还用教吗?

显然,在教学数概念前,上述活动充其量是在制造一种“悬念”,吸引学生的注意。

那么,教学数概念后,加强应用,培养现实的数感是否都有效呢?有位教师在教学了“整万数的认识”之后,设计了一个估人民币的活动,创设的情境是:购买一辆价值 100 万元的跑车,叔叔手中捧的这堆 100 元人民币够吗?



图 1-1



图 1-2



图 1-3



图 1-4

起初,教师只出示了 100 元单张、10000 元一叠供学生参照(图 1-1)。见学生反应不佳,又出示了 100000 元一捆(图 1-2)。这下多数学生估计不到 100 万元(可见,“估”是需要合适参照的)。教师去掉图片上的遮盖,揭示谜底,只有 70 万元(图 1-3)。然后添上 3 捆,这才是 100 万元(图 1-4)。

整个过程,学生与听课教师都被深深吸引住了。大家的观感是“太精彩了”,有的还说“真没见过 100 万元”。轮到笔者评课了,第一句话是:“请问,什么样的人需要这种数感,我这辈子肯定不需要……”全场愕然。