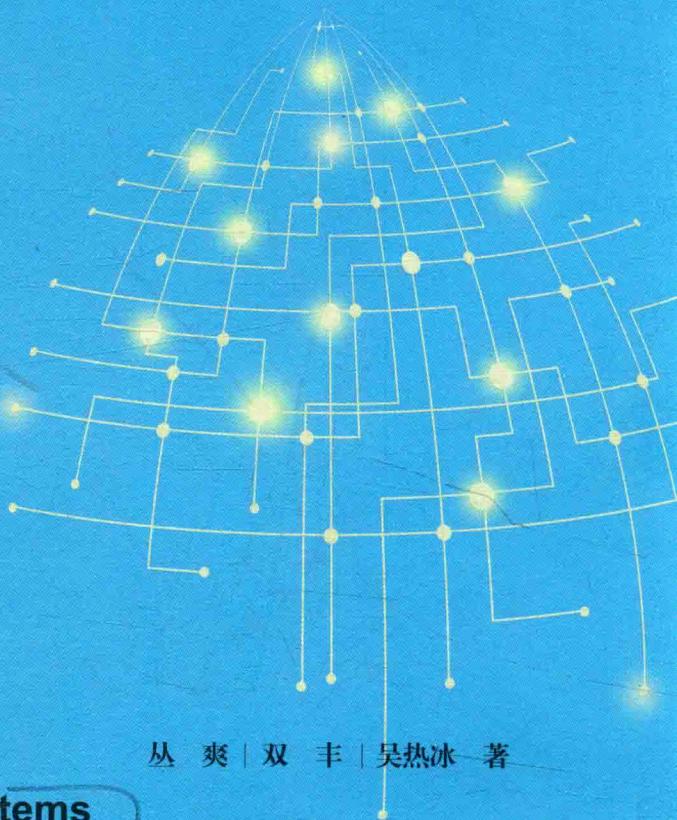


皖籍科学家学术文库



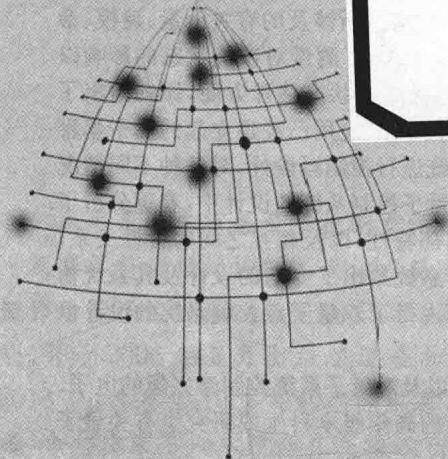
The Design of  
Quantum Control Systems

丛 爽 | 双 丰 | 吴热冰 著

# 量子控制 系统设计

中国科学技术大学出版社

当代科学技术基础理论与前沿研究丛书之  
皖籍科学家学术文库



# 量子控制 系统设计

· 从 爽 | 双 丰 | 吴热冰 著 ·

The Design of  
Quantum Control Systems

RFID

中国科学技术大学出版社

## 内 容 简 介

本书是从实际应用角度来考虑量子系统控制过程中所涉及的有关测量、建模、参数估计、反馈控制器设计等方面内容的一本著作。探讨了测量对系统状态的影响以及借助于最优测量来对状态进行调控的可能性。在量子状态估计方面,详细给出了基于压缩传感理论的量子态参数估计的设计过程。专门应用已经建立起的量子李雅普诺夫控制理论,分别对封闭和开放量子控制系统进行控制器设计,对各种不同情况下的调控任务,给出了具体的设计方案。在开放量子控制系统的设计中,着重分析了马尔科夫、非马尔科夫和随机开放量子系统的内部特性,以及相互之间的特性关系,分别就状态和算符门的制备、转移和保持等控制系统给出了专门的设计及其系统仿真与结果的分析过程。在实际应用中,本书分别进行了双量子点控制系统的设计以及核磁共振量子控制系统的实用设计。

本书可作为量子物理化学,量子信息与通信以及对量子系统控制感兴趣的电子、力学工程、应用数学、计算科学、控制工程等领域的高年级本科生或研究生有关量子系统控制的教材或参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

量子控制系统设计/丛爽, 双丰, 吴热冰著. —合肥: 中国科学技术大学出版社,  
2016. 8

(皖籍科学家学术文库)

ISBN 978-7-312-03980-5

I . 量… II . ①丛… ②双… ③吴… III . 量子—控制系统理论 IV . ①O413  
②TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 116475 号

**出版** 中国科学技术大学出版社  
安徽省合肥市金寨路 96 号, 230026  
<http://press.ustc.edu.cn>

**印刷** 安徽省瑞隆印务有限公司

**发行** 中国科学技术大学出版社

**经销** 全国新华书店

**开本** 710 mm×1000 mm 1/16

**印张** 20.75

**字数** 430 千

**版次** 2016 年 8 月第 1 版

**印次** 2016 年 8 月第 1 次印刷

**定价** 68.00 元

# 前　　言

本书是一本有关量子控制系统设计过程中涉及的测量、量子态参数估计、量子态及其算符调控的控制器设计以及实际应用等方面的合作成果。本书的第一作者致力于量子系统控制研究近 15 年,是国内较早进行量子系统控制研究的研究者之一,并于 2006 年 1 月出版了适合初学者阅读的《量子力学系统控制导论》一书;2013 年,又基于 10 多年的研究成果,以所建立起的量子李雅普诺夫控制理论为基础,合作出版了一本适合在高校或研究所探索量子系统控制理论与方法的研究者阅读的专著——《量子系统控制理论与方法》,着重从理论和数学方法上严格地推导出各种控制理论与方法的建立过程。本书的第二作者专门从事量子系统优化控制理论的研究,在量子控制、量子测量、多维信息获取等方面具有多年的研究经验。第三作者从事量子系统的可控性和控制图景拓扑等系统分析研究,以及量子系统的优化和反馈控制设计及其在核磁共振和超导量子计算等实验系统中的应用。

合著的这本《量子控制系统设计》专著具有三个特点:

一是站在整个量子控制系统的高度,从解决量子控制系统问题的角度来进行控制系统的工作,它是将所建立的量子控制理论与系统所要解决的问题相结合,针对量子系统在量子计算、量子信息和量子通信的实际应用中量子态和算符的操控问题,重点放在量子控制系统的设计上。本书从实际应用出发,第一次涉及了反馈控制所需要用到的量子系统的状态或参数的测量问题。从利用测量本身对状态的影响到对系统模型的影响,有针对性地从设计应用的角度,进行系统性的阐述;将最近几年里刚刚出现的压缩传感理论引入到量子系统的状态估计中,给出基于压缩传感的量子系统状态估计设计的全过程。在有关量子控制系统控制器的设计方面,本书应用到《量子系统控制理论与方法》一书中有关量子李雅普诺夫控制方法的第 4、5、7 章中所提出的理论结果,但这里是以量子控制系统中各种状态和算符操控,以及量子态保持为目标,系统地、专门地进行控制系统的工作,不再有占据大量篇幅的数学推导和证明。在考虑测量带来反作用的随机滤波开放量子系统的控制器设计过程中,重点介绍了目前国际上刚刚解决的有关该系统本征态的研究成果。

本书的另外一个特点是:在量子系统的控制方法上,从实际系统的角度出发,以解决问题为目标,重点放在能够获得更高的控制性能上,即利用最优测量来探讨对状态调控的可能性,因而使得量子测量不再总是负面的影响;基于压缩传感理论

有可能使得实际实验中的量子控制系统的状态或参数估计成为可能,进而实现真正的量子反馈控制,使得复杂的、高精度的自动量子控制系统得以实现。

目前人们最大的愿望是量子计算机的实现,其中最关键的是量子门算符的操作与实现。本书在量子算符的制备与保持方面给出了多种设计方法,并着重采用量子李雅普诺夫控制方法和最优控制理论,在考虑了实际应用装置的基础上,分别在双量子点系统和核磁共振系统中进行了具体的设计,所设计出的控制器都具有性能上的优越性和实际实现的可能性,这也是本书的第三个特点:所设计出的量子控制系统具有实际应用价值。

本书可作为量子物理化学,量子信息与通信以及对量子系统控制感兴趣的电子、力学工程、应用数学、计算科学、控制工程等领域的高年级本科生或研究生的公共课教材,《量子力学系统控制导论》可以作为参考书。阅读本书的基础是具有大学本科的量子力学导论、高等数学和代数等方面的知识,同时也需要一些量子点系统和核磁共振系统等物理系统方面的知识。控制科学与工程领域研究生的教材最好选择《量子系统控制理论与方法》,本书可以作为参考书。

本书是在大量研究成果的基础上精心选择和纂写而成的,主要集中在量子控制系统的设计过程上。全书共分为 14 章。

在量子计算机的发展、实现量子计算机的物理系统、基于压缩传感的量子系统状态估计、量子系统控制的研究现状,以及有关量子控制系统的概念、术语、特殊算符运算等基本知识的概论基础上,我们集中一章对基于量子李雅普诺夫控制理论的量子控制系统的设计进行了全面的介绍,在本征态之间的状态转移方面包括基于状态之间距离、偏差和基于虚拟力学量均值的量子李雅普诺夫控制律的设计;着重进行了叠加态之间的状态转移和混合态之间的状态转移方面的量子控制系统的设计,并专门给出设计过程中可能需要用到的虚拟力学量  $P$  的构造原则。对退化情况下目标态为对角阵以及非对角阵情况下的控制律和微扰函数的设计进行了全面的分析。这一部分的内容,实际上是《量子系统控制理论与方法》一书中第 4 章至第 7 章内容的提炼和集成。专门用一章的内容来考虑基于最优测量的量子状态转移。设计了通过一次序列测量的最优状态转移,并分别基于瞬时测量和连续测量,调控二能级量子系统状态;对测量辅助相干控制下动力学对称系统的总体最优演化和测量控制的误差进行了分析。用两章的篇幅来讨论量子态估计问题,其中一章介绍有关量子层析及量子状态估计方法方面的内容,另一章是压缩传感理论及其在量子态估计中的应用,提出了一种改进算法,并通过不同的实验来展现所提出的设计及其改进方法的优越性。我们用了 4 章来讨论有关开放量子控制系统的  
设计问题。其中一章是关于马尔科夫开放量子系统的相干保持控制系统的  
设计,首先是对三能级  $\Lambda$  型原子的相干性保持进行设计,之后拓展到对  $N$  能级  $\Lambda$  型原子的相干性保持控制的设计。对于马尔科夫开放量子系统的相干保持问题,实际上是存在不可控的奇异性问题的。我们在设计中进行了重点分析。开放量子控制系

统设计中的另一章是关于非马尔科夫开放量子系统的特性分析及其控制,由于参数众多并且随时间变化,非马尔科夫开放量子系统表现出极其复杂的系统内部特性,人们只有清楚了解这些系统内部参数的变化对系统状态变化的影响之后,才能够设计出期望的系统性能。在非马尔科夫开放量子控制系统的应用中,我们采用的是李雅普诺夫控制方法。我们还分别对封闭以及开放量子系统的算符进行了制备。在封闭量子系统中,所制备的算符是 Hadamard 门;在非马尔科夫开放量子控制系统中,由于耗散等因素的存在,在门算符的制备过程中必须同时考虑保持问题。

本书中用了两章来讨论有关随机开放量子系统的模型与控制及其特性分析。随机开放量子系统的模型是考虑了测量对系统模型带来的反作用,同时加入了系统状态或参数估计结果的系统模型,它是能够真正实现反馈控制策略的量子系统,具有重要意义。但是由于其复杂性,目前尚处在研究的初级阶段,包括状态的估计是低维的,状态的调控也仅限于本征态。本书把相关方面的最新研究成果展现出来,并从量子控制系统设计的角度来对其性能进行分析和讨论。本书用了 4 章篇幅来对两大类量子计算机的物理可实现的实际系统的控制进行了实际控制系统的设计应用,分别采用李雅普诺夫控制方法和最优控制理论,在第 11 章和第 12 章对双量子点系统超快量子位调控的李雅普诺夫控制方法和可实际实现的超快量子位调控方法,以及第 13 章和第 14 章对核磁共振中双比特同核自旋系统的建模、时间最优控制、实验实现及量子门层析过程,给出了详细的介绍。

本书的第二作者与其合作者主要完成了第 4 章中的内容以及第 2 章中的部分内容;第三作者及其研究生完成了第 13 章、第 14 章以及第 2 章中的部分内容;其余部分由第一作者及其所指导的研究生合作完成。全书公式、图表、参考文献等的排序等工作均由第一作者完成。在此我们要特别感谢美国普林斯顿大学 Herschel Rabitz 教授与我们进行的合作研究。感谢高放副研究员和王耀雄助理研究员对本书内容做出的贡献。我们更有必要对本书所有的合作者表示感谢,他们分别是:已经毕业的博士——刘建秀、温杰、杨霏、孟芳芳;已经毕业的硕士——张天明、胡龙珍、张慧、高明勇、薛晶晶;在读博士生——杨靖北。

丛 爽,中国科学技术大学

双 丰,中国科学院合肥智能机械研究所  
吴热冰,清华大学

2015 年 6 月 30 日

# 目 录

前言 .....	( 1 )
<b>第1章 概论 .....</b>	<b>( 1 )</b>
1.1 量子计算机的发展 .....	( 3 )
1.2 实现量子计算机的物理系统 .....	( 4 )
1.2.1 腔电子动力学 .....	( 4 )
1.2.2 离子阱 .....	( 5 )
1.2.3 超导电路 .....	( 6 )
1.2.4 核磁共振 .....	( 7 )
1.2.5 量子点 .....	( 8 )
1.3 基于压缩传感的量子系统状态估计 .....	( 9 )
1.4 量子系统控制的研究 .....	( 11 )
1.4.1 量子系统的可控性及开环控制 .....	( 11 )
1.4.2 量子系统的反馈控制 .....	( 13 )
1.4.3 量子李雅普诺夫控制方法 .....	( 16 )
1.5 本书内容安排 .....	( 17 )
<b>第2章 量子系统及其控制理论基础 .....</b>	<b>( 22 )</b>
2.1 量子系统基本概念 .....	( 23 )
2.1.1 纯态的态矢量描述 .....	( 23 )
2.1.2 量子系综的密度矩阵表示 .....	( 24 )
2.1.3 力学量与算符 .....	( 26 )
2.1.4 复合量子系统和状态空间的运算 .....	( 27 )
2.1.5 量子位和量子逻辑门 .....	( 29 )
2.2 量子系统的测量 .....	( 32 )
2.3 封闭量子系统状态演化方程 .....	( 33 )
2.3.1 薛定谔方程 .....	( 33 )
2.3.2 刘威尔方程 .....	( 34 )
2.4 量子态演化方程的图景变换 .....	( 35 )
2.5 开放量子系统的状态演化方程 .....	( 38 )
2.5.1 马尔科夫开放量子系统主方程 .....	( 39 )

2.5.2 非马尔科夫开放量子系统主方程 .....	( 40 )
2.5.3 非马尔科夫开放量子系统求解 .....	( 41 )
2.5.4 随机开放量子系统模型及其求解 .....	( 43 )
2.6 李雅普诺夫稳定性定理 .....	( 45 )
<b>第3章 封闭量子控制系统的设计 .....</b>	<b>( 47 )</b>
3.1 本征态之间的状态转移 .....	( 49 )
3.1.1 基于状态之间距离的量子李雅普诺夫控制律的设计 .....	( 50 )
3.1.2 基于状态偏差的量子李雅普诺夫控制律的设计 .....	( 52 )
3.1.3 基于虚拟力学量均值的量子李雅普诺夫控制律的设计 .....	( 54 )
3.2 叠加态之间的状态转移 .....	( 55 )
3.3 混合态之间的状态转移 .....	( 57 )
3.4 虚拟力学量 $P$ 的构造原则 .....	( 60 )
3.5 退化情况下的李雅普诺夫控制律的设计 .....	( 61 )
3.5.1 控制系统模型 .....	( 62 )
3.5.2 微扰函数的设计 .....	( 63 )
3.5.3 目标态为对角阵情况下的控制律设计 .....	( 64 )
3.5.4 目标态为非对角阵情况下的控制律设计 .....	( 67 )
3.5.5 小结 .....	( 68 )
3.6 算符 Hadamard 门的制备 .....	( 69 )
3.6.1 量子点单个电子的数学模型 .....	( 70 )
3.6.2酉旋转门的标准形式 .....	( 70 )
3.6.3 Hadamard 门的制备过程 .....	( 72 )
3.6.4 制备 Hadamard 门的控制律设计 .....	( 73 )
3.6.5 数值实验及结果分析 .....	( 74 )
<b>第4章 基于最优测量的量子状态转移 .....</b>	<b>( 76 )</b>
4.1 投影测量及其控制问题 .....	( 77 )
4.2 最优投影测量的必要条件 .....	( 78 )
4.3 通过一次序列测量的最优状态转移 .....	( 79 )
4.3.1 纯态之间的转移 .....	( 80 )
4.3.2 混合态和纯态间的转移 .....	( 81 )
4.3.3 正交混合态间的转移 .....	( 83 )
4.4 基于瞬时测量调控二能级量子系统状态 .....	( 84 )
4.5 基于连续测量调控二能级量子系统状态 .....	( 86 )
4.6 测量辅助相干控制下动力学对称系统的总体最优演化 .....	( 90 )
4.7 测量控制的误差分析 .....	( 93 )
4.8 系统仿真及特性分析 .....	( 94 )

4.8.1 无自由演化情况下本征态最优测量控制实验	(94)
4.8.2 考虑自由演化影响的本征态最优测量控制实验	(96)
4.9 小结	(97)
<b>第 5 章 量子层析及量子状态估计方法</b>	(99)
5.1 量子层析	(102)
5.1.1 单量子比特层析	(102)
5.1.2 多量子比特状态层析	(104)
5.1.3 量子过程层析	(105)
5.2 量子层析的优化方法	(106)
5.2.1 最小二乘法	(106)
5.2.2 量子状态的最大熵估计方法	(108)
5.2.3 量子状态的极大似然估计法	(111)
5.2.4 量子状态的贝叶斯估计方法	(113)
附录 拉格朗日函数的构建与计算	(115)
<b>第 6 章 压缩传感理论及其在量子态估计中的应用</b>	(117)
6.1 压缩传感理论	(117)
6.1.1 信号的稀疏表示	(118)
6.1.2 编码测量	(118)
6.1.3 信号重构	(119)
6.1.4 矩阵恢复必须满足的一些假设	(120)
6.2 信号重构算法	(121)
6.3 基于压缩传感理论的量子态估计	(122)
6.4 量子状态估计优化问题求解	(124)
6.4.1 基于压缩传感的量子状态估计问题描述	(125)
6.4.2 无干扰情况	(127)
6.4.3 有干扰情况	(128)
6.5 交替方向乘子算法的设计与改进	(129)
6.5.1 ADMM 算法设计	(129)
6.5.2 自适应 ADMM 算法设计	(130)
6.6 量子态估计优化算法实验及其对比性能分析	(132)
6.6.1 三种不同算法性能的对比实验	(132)
6.6.2 不同量子位下三种算法估计性能对比	(138)
6.6.3 有和无干扰情况下 ADMM 算法的性能对比实验	(139)
6.6.4 不同量子位下 ADMM 算法的优化性能分析	(141)
6.6.5 自适应 ADMM 算法性能的对比实验及其分析	(142)
6.7 小结	(144)

---

<b>第 7 章 马尔科夫开放量子系统的相干保持控制</b>	(146)
7.1 三能级 $\Lambda$ 型原子的相干性保持	(147)
7.1.1 系统模型与控制目标	(148)
7.1.2 控制场的设计及其对纯度变化的影响	(149)
7.1.3 奇异性问题的分析	(151)
7.1.4 数值仿真及其结果分析	(153)
7.2 $N$ 能级 $\Delta$ 型原子的相干性保持	(155)
7.2.1 系统模型与相干性函数	(156)
7.2.2 控制变量的设计及奇异性问题分析	(158)
7.2.3 数值仿真结果及分析	(160)
7.3 小结	(162)
<b>第 8 章 非马尔科夫开放量子控制系统的应用</b>	(163)
8.1 非马尔科夫开放量子系统的特性分析及其控制	(164)
8.1.1 量子系统被控模型	(164)
8.1.2 参数对系统特性的影响	(166)
8.1.3 状态转移控制器设计	(170)
8.1.4 系统仿真实验及其结果分析	(173)
8.2 非马尔科夫开放量子系统的门算符制备和保持	(177)
8.2.1 算符模型的描述	(178)
8.2.2 李雅普诺夫控制律设计	(179)
8.2.3 数值仿真实验及其结果分析	(182)
<b>第 9 章 随机开放量子系统模型与控制</b>	(190)
9.1 基于测量的量子系统方程及其特性分析	(192)
9.1.1 量子滤波器方程	(192)
9.1.2 随机主方程	(194)
9.1.3 退相干影响下的随机主方程	(196)
9.1.4 延时影响下的随机主方程	(196)
9.2 随机开放量子系统的反馈控制	(197)
9.2.1 基于随机李雅普诺夫稳定性定理的状态转移控制	(197)
9.2.2 基于随机最优控制的反馈控制	(200)
9.2.3 退相干影响下的量子系统的控制	(201)
9.2.4 延时影响下的系统的控制	(201)
9.3 小结	(203)
<b>第 10 章 随机开放量子系统的特性分析</b>	(204)
10.1 随机量子系统主方程及其控制	(205)

10.2 无控制作用下系统内部特性分析 .....	(207)
10.3 反馈控制作用下的系统状态转移性能分析 .....	(210)
10.3.1 开关控制作用下参数 $\gamma$ 对控制性能的影响 .....	(210)
10.3.2 连续控制下参数 $\alpha$ 和 $\beta$ 对控制性能的影响 .....	(212)
10.3.3 两种控制作用下的控制性能对比分析 .....	(214)
10.4 小结 .....	(215)
<b>第 11 章 基于李雅普诺夫的二能级双量子点量子位超快操纵 .....</b>	<b>(217)</b>
11.1 二能级双量子点系统描述 .....	(218)
11.2 基于 LZS 干涉原理的双量子点系统量子位转移 .....	(219)
11.3 基于李雅普诺夫稳定性定理的控制场设计 .....	(220)
11.4 系统仿真实验及其结果分析 .....	(221)
11.4.1 基于 LZS 干涉原理的系统仿真实验及其结果分析 .....	(222)
11.4.2 基于李雅普诺夫控制方法的系统仿真实验及其结果分析 .....	(224)
11.4.3 控制系统保真度性能对比研究 .....	(227)
11.5 两种控制方法之间的关系分析 .....	(228)
11.6 小结 .....	(230)
<b>第 12 章 可实现的二能级双量子点操纵方案 .....</b>	<b>(232)</b>
12.1 可实现的控制器设计 .....	(232)
12.2 控制场参数选择及系统仿真实验 .....	(238)
12.2.1 基于 Agilent81134A 脉冲发生器的仿真实验及其结果分析 .....	(238)
12.2.2 基于 Tektronix AWG70000A 脉冲发生器的仿真实验及其结果分析 .....	(242)
12.2.3 控制系统保真度性能对比研究 .....	(243)
12.3 小结 .....	(244)
<b>第 13 章 核磁共振中双比特同核自旋系统的建模及其算法设计 .....</b>	<b>(245)</b>
13.1 核磁量子自旋控制系统 .....	(248)
13.1.1 系统哈密顿量 .....	(250)
13.1.2 旋转坐标系下单个自旋核子的运动模型 .....	(252)
13.1.3 退相干和弛豫时间 .....	(254)
13.1.4 多同核自旋控制系统模型 .....	(255)
13.1.5 同核系统的近似模型 .....	(256)
13.2 双比特同核系统的时间最优控制设计 .....	(257)
13.2.1 脉冲梯度优化算法基本原理 .....	(258)
13.2.2 GRAPE 算法中的问题 .....	(259)

---

13.2.3 同核系统演化和梯度计算方法 .....	(262)
13.2.4 准确度与效率仿真比较 .....	(263)
<b>第 14 章 核磁共振中双比特同核自旋系统的时间最优控制 .....</b>	<b>(267)</b>
14.1 单核系统最优时间控制分析 .....	(267)
14.2 双比特同核系统局域门的最短控制时间估计 .....	(268)
14.3 局域门的时间最优控制序列搜索算法 .....	(270)
14.4 局域门的最短时间控制仿真实验 .....	(272)
14.4.1 最短时间控制脉冲优化 .....	(272)
14.4.2 系统和控制参数对优化结果的影响 .....	(275)
14.5 非局域门实现的邻近最优时间控制 .....	(277)
14.6 双比特同核系统的时间最优控制实验验证 .....	(279)
14.6.1 设计双比特系统完备初始态 .....	(281)
14.6.2 双比特量子密度矩阵重构 .....	(283)
14.6.3 双比特量子过程 $\chi$ 矩阵重构 .....	(286)
14.6.4 实验结果和分析 .....	(288)
14.6.5 误差分析 .....	(290)
14.7 小结 .....	(291)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(292)</b>

# 第1章 概 论

在人类科学发展的历史过程中,以量子力学为核心的量子物理无疑是最深刻、最有成就的一批科学理论之一,它不仅代表了人类对微观物质世界基本规律的认识飞跃,而且它带来的技术创新直接推动了社会生产力的发展,从根本上影响了人类的物质生活。19世纪末人们已经建立了三大物理理论:牛顿力学、麦克斯韦电动力学、热力学和统计物理。当时物理学家们乐观地相信这三大经典理论能够解释万物运动的规律。但是,在20世纪初,经典物理理论常常无法解释一系列新的发现,如黑体辐射、光电效应、原子结构等等,形成了传统物理学的危机。1900年,普朗克(Planck)在分析黑体辐射实验数据时,做出了光辐射能量与频率成正比以及按照量子的而非经典连续形式辐射的假定。他首次引入量子的概念:辐射能量是“一份一份的”,是离散的而不是连续的。爱因斯坦(Einstein)最早也接受了量子的观念,他在讨论光电效应的文章中,提出光在传播过程中是波动的,而在与物质相互作用时是粒子的看法,应用光量子的概念解释光电效应获得了成功。1913年,玻尔(Bohr)提出了定态假设和量子化条件假设。普朗克、爱因斯坦和玻尔等人发展了量子理论,并为此做出了巨大的贡献。

量子力学主要用于描述微观粒子的状态及其力学特性,而经典力学主要用于描述宏观物质的状态及其力学特性,这是它们的主要差别。在人们早期研究微观粒子的过程中,由于经典力学特性并不适用于描述这些微观粒子,故提出了普朗克量子假说、爱因斯坦光量子理论以及波尔原子理论这三种理论对这些微观粒子的力学特性进行修正,这三种基础理论也被人们称作旧量子论。旧量子论是对经典物理理论加上特定的人为修订来解释微观世界中的某些现象,人们研究微观粒子特性的过程中,这些理论仅仅能从某些特定的方面对实验现象进行有限的解释,直到量子力学逐渐发展丰富起来,才使这些问题得到彻底深入的解释。1925年,海森堡(Heisenberg)提出了海森堡测不准原理,指出微观粒子的状态(如位置、动量等)一般不具有确定的值,而是存在一系列可能的值,这些值都将以特定的概率表现出来,玻尔指出量子力学必须使用相互排斥且相互补充的思想才能对量子现象提供一个完全的描述;1926年,薛定谔(Schrödinger)建立起波动力学,给出了描述微观体系运动的薛定谔方程,指出粒子的状态可以用波函数进行描述;随后狄拉克(Dirac)提出狄拉克算符,给出了描述量子力学简洁、完善的数学表达形式。1929年,海森堡与泡利(Pauli)等将量子力学与狭义相对论结合,提出相对论量子力学,

逐渐地建立起现代量子场论。

经过一百多年的发展,量子论在实际应用中也取得了长足的进步和丰硕的成果。主要的成就可以分为两个方面:量子计算和量子通信。量子计算的终极目的就是设计并实现实用的量子计算机,虽然目前距离这个目标还有很长的距离,但是已经有一个初步的成果,比如在量子集成芯片上实现了单个表面等离子激元的量子干涉,研制出光学量子模拟器及实现了量子机器学习算法等。特别的,D-Wave 系统公司在 2011 年推出了世界上第一个商用量子计算机 D-Wave One;2013 年推出 512 量子位的 D-Wave Two,并被美国国家航空航天局(NASA)和谷歌(Google)公司共同购买;2015 年他们预计会发布第三代量子计算机——2048 量子位的 D-Wave Three。虽然对于 D-Wave 公司的产品是否是真正的量子计算机仍然存在争议,但这依然是一个可喜的进步。目前量子计算机虽然距离真正的被认可和大规模普及还有很远的路要走,但是其发展轨迹和上世纪电子计算机的发展有很多类似:首先制造出原型机,被大机构采购和使用,然后逐渐小型化和廉价化。相信在本世纪内,量子计算机可以走完电子计算机在 20 世纪的发展轨迹。量子通信领域同样取得了一系列令人赞叹的成果。比如,中国目前正在修建上千公里长的量子通信“京沪干线”,而且量子科学实验卫星的关键部件已经完成研制并交付,计划在 2016 年发射,这是人类历史上第一颗量子卫星。除此之外,中国还将建设 4 个量子通信地面站和 1 个空间量子隐形传态实验站,以此形成天地一体化的量子通信实验系统。此前,我国在 2009 年的 60 周年国庆节上的通信就已经用上了量子通信,相信在不久的将来,量子通信的研究成果会惠及更多的人。目前关于量子信息的前沿研究工作有迹象表明,量子力学的基本概念有可能改变人们对信息存储、提取和传输过程的理解,成为下一世纪高新技术建立的思想先导,从而加速信息科学的发展。

将宏观领域中的系统控制理论延伸到微观尺度下的量子领域,或将系统控制的思想扩展到不受控于经典定律而由量子效应控制的物理系统,在最近十几年里逐步形成为一个重要交叉学科的研究领域,这就是量子系统控制理论,它是建立在量子系统动力学基础之上的系统控制理论。量子系统控制理论及其设计作为量子调控领域的重要基础,已经成为国际科技界的一个前沿研究方向。有关量子系统的操控研究已经有几十年的历史,物理和化学家们在分子、原子以及各种粒子的系统实验中已经积累了大量的系统理论分析与实验操纵的经验,现代技术发展和科学的需要,以及大范围领域中的控制研究包括化学反应、方法论、光学网络和计算机科学中实验实例的开发正在推动有关量子系统控制理论与实验技术的研究。迄今为止,物理实验已经表明:系统使用控制理论方法,对从量子信息处理到核磁共振的场范围内的微观粒子状态的控制有可能导致重大的改进。量子信息是当前量子控制理论与技术应用的重要领域,它包括量子计算和量子通信等重要研究方向。量子计算是当前物理以及计算机科学领域热门的研究课题。相比经典计算,量子

计算具有更强的并行处理信息的能力,采用适当的量子算法可以在多项式时间尺度内解决如大数因子分解等经典难题。从本质上看,量子计算领域的很多基本问题,如量子比特初态的制备、量子逻辑门的制备、量子消相干过程的抑制等都可以归结为控制问题,因此,量子系统控制理论的研究将为量子计算的研究与实现提供强有力的理论支持。相比经典通信,量子通信具有保密性好、信道容量高等优点。因此,量子通信的研究已成为国际研究的热点,也为各国家安全部门所关注。量子通信领域中的一些基本问题,如纠缠态的制备和保持,从本质上讲也可以归结为控制问题,因此,量子系统控制理论方法与设计的发展也能促进量子通信技术的进步。

量子系统自身所具有的状态相干及其消相干性、测量的塌缩性、量子纠缠性,以及量子的不可克隆原理,都使得量子系统控制理论的研究与宏观系统控制理论的研究存在巨大的差异,使得如何设计与实现量子控制系统成为一个重要的科学问题。虽然宏观系统控制理论已经成功地应用到包括航空航天载人飞船在内的极其复杂的遥控系统中,但是如何将宏观系统控制理论中已经建立的系统控制的概念和方法拓展到微观的量子系统中,对微观粒子进行调控,仍是一个具有巨大挑战性的严峻课题。尽管物理和化学家们经过几十年的不断努力,已经开发出一些具有里程碑式的量子调控系统的实验验证装置和量子性能展现系统,但随着在实际应用中量子系统复杂性的增加,人们越来越感觉到需要发展具有普适意义的量子系统控制理论,为实验验证与应用提供有效的控制系统的设计方法,需要借鉴宏观系统控制理论中有效的思想理念、数学分析和设计方法,同时与量子系统特有的性能及其控制目标相结合,来有效地解决量子信息、量子计算以及量子通信走向实用化过程中所遇到的困难,为量子控制系统的设计提供理论支持和科学基础。

随着科学技术的飞速发展,人类社会的重要技术正在不断跨越经典定律所描述的范围,要求人们在纳米量子级别对系统进行建模、分析和控制。特别值得一提的是,2012年诺贝尔物理学奖授予美国物理学家维因兰德(Wineland)与法国物理学家阿罗什(Haroche),表彰他们实现了“对少量原子和离子系统的囚禁与操控”,“使得对单个量子体系的测量和操控成为可能的突破性实验方法”。两位科学家对于人类早已非常熟悉的光子和原子系统的精准、完全的测量和控制,将为量子计算、量子通信和量子模拟等大胆而富有远见的技术奠定基础。

## 1.1 量子计算机的发展

20世纪六七十年代,人们发现经典计算机中的不可逆操作会极大地限制计算机的运行速度,增加计算机的能量消耗,加剧计算机内部芯片的发热,进而影响其

集成度。同时,为提高计算机芯片性能并降低能耗,需要更小尺寸的电子元器件。根据著名的摩尔定律,近几年经典计算机的性能增长和电子元器件的发展将进入瓶颈。当组成经典计算机的核心元器件(CPU)的电子元器件尺寸缩减到 10 纳米( $10^{-9}$  米)时,经典信息世界中的经典力学将失效,此时的电子元器件的特性使用量子力学描述可以取得非常不错的效果。目前量子计算的研究工作主要停留在理论阶段,其基本思想是基于量子力学的计算可逆操作。物理学家杜齐(Deutsch)在 1985 年提出了量子计算机的理论模型(Deutsch, 1985),人们经过十多年的努力,肖(Shor)于 1994 年证实量子计算机能有效解决求解大数因子问题(Shor, 1994),格鲁弗(Grover)于 1995 年证实量子计算机在解决无结构搜索空间的搜索问题上比经典计算机更有优势(Grover, 1997)。近年来,量子计算机的研究工作已取得非常多的突破性进展,2001 年,人们在具有 15 个量子位的核磁共振量子计算机上成功利用 Shor 算法对 15 进行因式分解(Vandersypen, et al., 2001);2005 年美国密歇根大学研究人员使用半导体芯片实现了离子阱(Stick, et al., 2006);2007 年加拿大的 D-Wave 系统公司宣布研制成功 16 位量子比特超导计算机,但此设备与科学界公认的能运行各种量子算法的量子计算机仍有较大的区别;2009 年耶鲁大学制造了首个固态量子处理器;2011 年 D-Wave 系统公司发布了号称“全世界首款商用量子计算机”的 D-Wave One;2013 年中国科学技术大学潘建伟领衔的研究小组在国际上首先实现用量子计算机求解线性方程组的实验。

## 1.2 实现量子计算机的物理系统

随着量子计算机技术的发展,世界上很多学者在量子计算机的理论和实验上进行了很多尝试,量子计算机的雏形已在不同的物理系统中得到印证。就目前的发展来看,被可能用于实现量子计算的物理系统主要有 8 大类:① 量子点(Gross, et al., 2010);② 超导电路(Winel, et al., 1992; Kuzmich, et al., 1998; Schleier-Smith, et al., 2010);③ 离子阱(Sackett, et al., 2000; Kilina, et al., 2009);④ 腔电子动力学(Sackett, et al., 2000);⑤ 核磁共振(Barreiro, et al., 2010);⑥ 谐振子;⑦ 光子与非线性光介质;⑧ 光晶格中冷原子。我们将重点介绍腔电子动力学、离子阱、超导电路、核磁共振和量子点这 5 个可能实现量子计算机的物理系统。

### 1.2.1 腔电子动力学

量子电动力学(quantum electrodynamics, QED)描述了电动力学的相对量子

场论,它实际上主要描述了光和物质之间的相互作用,并且是第一个完全符合量子力学和狭义相对论的理论。腔是一个光学或微波的共振系统,腔中的原子与磁场发生相互作用后,原子的能级将发生许多非常有规律的变化,如在外部磁场控制下,腔中原子的自发辐射的强度能够人为操纵,且通过实验验证了腔在极限辐射下产生拉比(Rabi)分裂的辐射谱。近些年来,随着原子冷却技术和光刻技术的长足进步,促使人们对腔中光子与原子的能量交换和质心动量交换进行深入的研究。这一系列的研究工作都能够通过腔电子动力学进行很好的描述。

借助腔量子电动力学(cavity-QED),人们能对腔的动力学特性进行很好的理论建模,并能够按人们的期望操纵腔中光场(磁场)与原子间的相互作用强度,从而使腔的动力学演化过程按人们期望的方向进行。而腔的光场中所存储的量子信息可以通过光场与原子的相互作用传输并存储在原子中,原子中的信息可以通过光场传输到另一个原子上,且整个过程能够通过人为控制外场进行操纵,实现量子系统的受控演化,这也是量子计算的基础。整个过程的关键是实现对腔这个量子系统的人为操纵。腔量子电动力学最基本的根据是腔中的光子和里德伯(Rydberg)原子能级有不同的状态,这些状态可以用于量子比特编码,当人们向腔施加特定序列的控制外场,这些状态会发生变化,表现出量子比特的改变。也正是基于这种思想,1995年,金布尔(Kimble)研究小组设计了两量子比特的受控非门实验,验证了基于腔量子电动力学实现量子计算机的可行性(Turchette, et al., 1995);紧接着,巴兰克(Barenco)和斯利特(Sleator)利用单光子和原子编码量子比特门,基于腔量子电动力学,通过施加适当的腔场作用于原子,控制腔中原子的运动速度,改变二能级原子的能谱结构,由此原子编码的量子比特门表现出控制非门和相位转移门的特性,成功实现了两量子比特控制门操作。

腔量子电动力学相较其他实现量子比特的物理系统的优点在于,它能快速精确地实现腔中光子与原子之间的信息交换,这是量子计算和量子通信的基本前提;然而,此技术实现的前提是微腔这个物理系统需要极低的温度环境,否则即使能实现光子与原子之间的信息交换,也不能实现原子与原子通过光子的信息交换,即高温下各量子门之间的连接环境非常脆弱。针对此缺陷,研究人员经过近10年的研究,在2003年,段路明提出了基于腔量子电动力学的计算方案,不再需要极低温度,腔就能稳定地实现各种量子门操纵(Duan, et al., 2003),这使得人们在利用腔量子电动力学实现量子比特操纵的研究上又迈出了一大步。

## 1.2.2 离子阱

离子阱是由静电场或磁场将带电粒子囚禁于真空中形成,人们一般利用离子阱进行质谱测量、基础物理研究以及量子系统状态控制。离子阱大致能分为泡(Paul)阱和潘林(Penning)阱(又称作四级离子阱)(Dehmelt, 1967)。其中