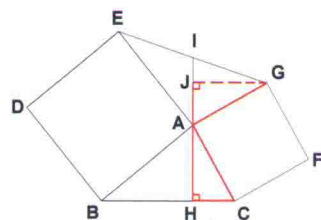


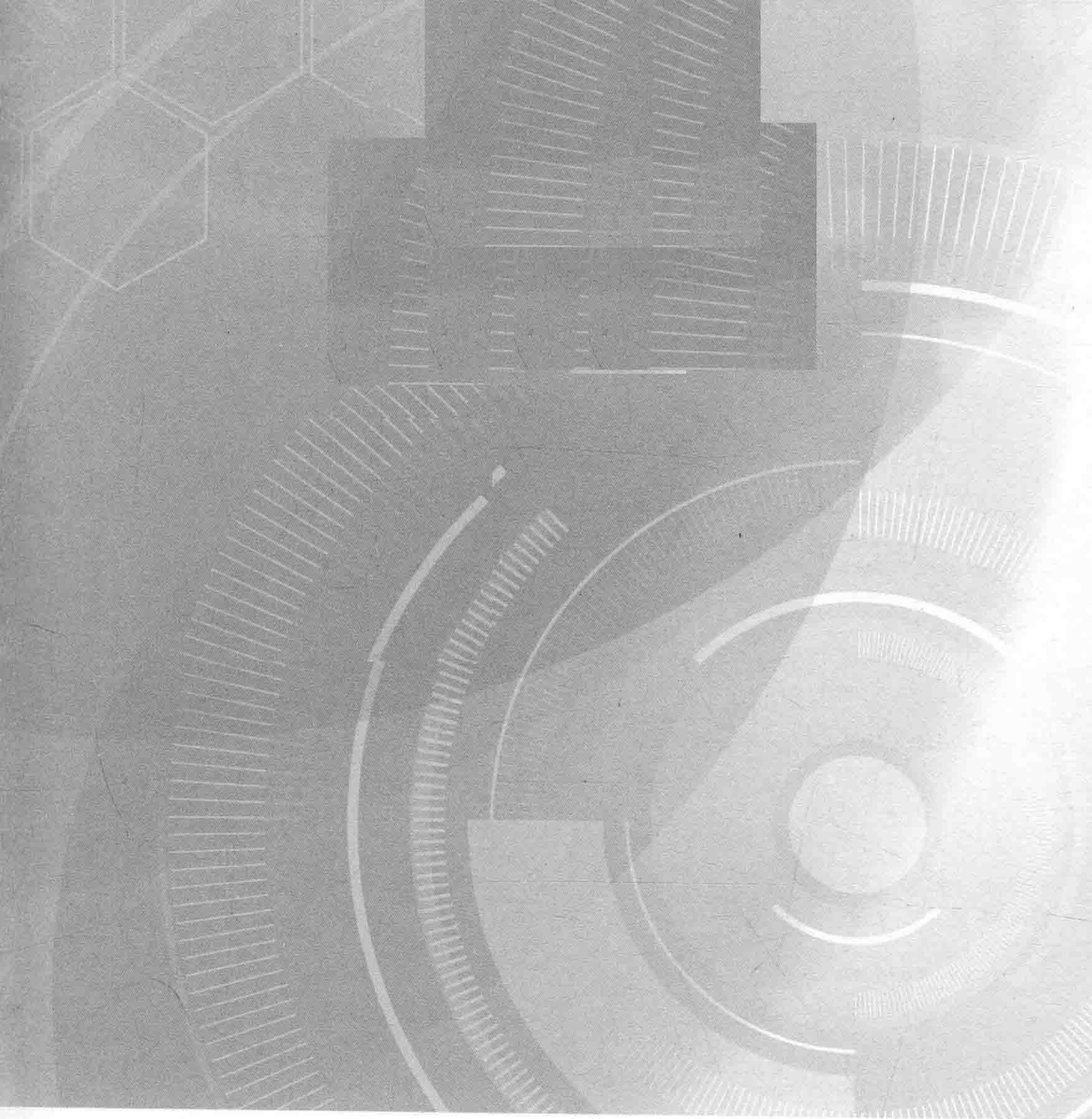
本书将基本图形分析法融入课堂教学,剖析每一条辅助线添加的规律性,随附的《几何王》智慧教育软件集合平面几何的典型习题,将如何运用基本图形分析法添加辅助线的过程,用信息技术形象、动态地展示出来,被称为“思维过程的脑CT”。

透明的几何

——互联网+平面几何的新实践

徐方瞿 徐雯 编著





透明的几何

——互联网+平面几何的新实践

徐方瞿 徐雯 编著

图书在版编目(CIP)数据

透明的几何:互联网+平面几何的新实践 / 徐方瞿,徐雯编著. —上海:上海教育出版社,2017.2

ISBN 978-7-5444-7429-0

I. ①透... II. ①徐... ②徐... III. ①平面几何—教学法
IV. ①O123.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第036332号

责任编辑 宁彦锋 汪海清
封面设计 周 亚

透明的几何

——互联网+平面几何的新实践

Touming de Jihe

徐方瞿 徐 雯 编著

出 版 上海世纪出版股份有限公司
上 海 教 育 出 版 社
官 网 www.seph.com.cn
易 文 网 www.ewen.co

地 址 上海市永福路 123 号
邮 编 200031

发 行 上海世纪出版股份有限公司发行中心
印 刷 昆山市亭林印刷有限责任公司

开 本 700×1000 1/16 印张 20.25 插页 2
版 次 2017 年 3 月第 1 版
印 次 2017 年 3 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5444-7429-0/G·6118
定 价 58.00 元

(如发现质量问题,读者可向工厂调换)

上海市第十届政协副主席、上海科技成果转化促进会会长、上海市教育发展基金会理事长王荣华同志为本书题词：

這是一本让所有数学者
师能够教好平面几何的
书，也是实现提高孩
子学习数学兴趣，共享
优秀几何教学，迈向成
功的钥匙。

王荣华
二〇一七年元旦

前 言

平面几何,是初中教育阶段培养学生思维能力(包括直觉思维、逻辑思维和
创新思维)最基础、最重要的学科之一,在学生成长的这一特定年龄段,至今国
内外都无法用另一门学科来取代它.然而,平面几何恰恰又是长期以来老师难
教、学生难学的一门学科,多少没有输在起跑线上的孩子,却绊倒在了几何线
上.究其原因,就是传统的几何教学无法揭示和讲清楚几何问题分析方法的规
律性,老师无法正面、直接、准确、清晰地回答学生的问题——“老师,这个问
题的证明方法,你是怎么想出来的?”

为了探索几何问题分析方法的规律性,从根本上解决几何教学的难题,笔
者在近 20 年研究的基础上,于 20 世纪 70 年代末,首创并提出了一种新的分析
方法——基本图形分析法.由于基本图形分析法能揭示几何问题分析方法的规
律性,能讲清楚对一个几何问题怎样一步一步想出来的思维过程,尤其是可以
讲清楚一条一条辅助线是怎样想出来的道理,老师讲得清楚明白,学生能够学
会掌握,所以这种方法一经问世,就引起数学教育界的高度关注和重视,并在许
多学校迅速地得到推广应用,取得了很好的效果,产生了良好的社会影响.

基本图形分析法提出以后,经过了近 40 年的发展,在逐步形成完整系统的
基础上,也展现了两个方面的特点:一是对每一个基本图形,都清楚地论述了它
的应用条件和应用方法(包含了添加辅助线的方法);二是对每一个基本图形的
应用条件和应用方法都能用规范化的语言来准确地阐述.也就是说,在这样的
基础上,学习者对拿到一个几何问题后是怎样想的,是怎样一步一步想出来的,就
可以做出清楚、准确的回答.这就是几何问题的分析、思维过程的展示,几何教学
真正实现了从追求前人思维成果的获取、记忆到追求思维过程的培养、训练和
形成这一飞跃.

以电脑、互联网为核心技术的信息时代的来临,对平面几何这一学科教育的发展来说,无疑带来了机遇和挑战.然而,融合点、切入点在哪儿呢?在平面几何教学中,怎样才能充分地,甚至是淋漓尽致地发挥信息技术的优势呢?根据多年来的研究,我们认为将以基本图形分析法为基础理论的几何问题的分析、思维过程,用信息技术在电脑等移动终端上形象地、一步一步地展示出来,应该是一项极具挑战性,但又是值得我们为之而奋斗的事业.经过多年的努力,我们研制成功了以思维过程的可视化为核心技术的智慧教育软件——《几何王》初中平面几何学习软件.2015年1月,《几何王》软件已成功接入“国家教育资源公共服务平台(n.eduyun.cn)”.日前,我们又研制成功并正式上线运行一款新颖的智慧教育软件——《学生思维过程的显示和评价系统——〈思维王〉(初中数学)》.

近几年来,为了提高初中数学教师在课堂教学中常态化应用《几何王》软件的能力,在上海市教委和上海市杨浦区教育局的领导、关心和支持下,我们在上海市初中数学教师职务培训工作中,开办了十多期“现代教育信息技术和平面几何教学研究”专题培训班,取得了显著的成效,受到了参加学习的老师们的欢迎和好评.同时,许多老师也期望培训的内容能尽早成书,以方便他们在日常教学中参考使用.

为此,我们在原有的教学内容的基础上,根据老师们的要求,充实内容编撰成书.本书的编写有以下几方面的特点:

第一,基本图形分析法的论述和智慧教育软件的研制,都必须建立在科学性的基础上,才有可能取得成功,而我们以往的几何教学在很多方面却还处于经验教学的层面.所以,首先需要论述的就是怎样从经验教学发展、升华到科学教学的层面,而基本图形分析法和智慧教育软件的相继问世,就是这种发展、升华的结果.

第二,我们的智慧教育软件是以基本图形分析法为基础理论的.关于基本图形分析法的论述是本书的基本的、主要的内容.但本书并不是论述基本图形分析法的专著,不可能对这种分析方法作完整的、详尽的介绍,所以我们只选用了在几何教学中最重要的,也是老师、学生最需要的三部分内容,即等腰三角形、全

等三角形、相似三角形进行介绍和论述.即使是这样,对每一个基本图形的应用也只能选讲一两个,最多也就是几个例题,可能会给读者带来一种意犹未尽的感觉.当读者需要获得更多的信息、阅读更多的内容时,都可根据本书提供的账号,直接登陆网站后,打开软件进行浏览,这也就成为本书适应“互联网+”的形势发展要求的一个特色.

第三,基本图形分析法是以展示思维过程为特点的,是这种方法最显著的优势.所以,本书撰写的方法就必须满足展示思维过程的要求,也就是每一道例题的图形是要随着分析过程的进行而不断发展、不断变化的.每推进一段分析,尤其是每添加一条辅助线,都必须要用新的图形来展示.每一道例题都会有若干个、甚至很多个图形,读者可以将每一个图都和相应的分析语言配合起来阅读,易于较快地领悟其中的道理.

第四,本书是以介绍、论述思维过程为特点的,对每一个例题的介绍都只撰写分析过程,而略去了证明过程.作为成功的几何教学来说,学生掌握分析过程的意义、价值和重要性要远远超过证明过程.没有正确的分析过程,正确的证明过程不会从天上掉下来,而有了正确的分析过程,再加上规范化的表达训练,正确的证明过程就是必然的归宿.

第五,以在电脑上形象地、一步一步地展示几何问题的思维过程为特点,以思维过程的可视化技术为核心技术的《几何王》软件,是一项将信息技术和平面几何教学实现深度融合的创新成果,现在已被许多老师称为是思维过程的“脑CT”.软件的应用,将有力地推进我国信息技术在学科教学、课堂教学中常态化应用的进程,提高常态化应用的水平.为此,本书在介绍《几何王》软件的操作应用方法的同时,还论述了关于在课堂教学中常态化使用软件的要求和方法,并介绍了相关的应用实例.

第六,学生思维过程的显示和评价系统——《思维王》软件(初中数学),是我们最新的、具有独创性的研究成果.这一软件系统要实现的目标是对学生的思维能力、思维水平、思维品质进行评价.这是一项更具挑战性的工作.由于本书是对这一研究成果的最新、最快的介绍,所以只能是作概要性的论述.

本书是一本论述平面几何教学(尤其是基本图形分析法)和信息技术进行

深度融合的专著,目的是将平面几何问题的思维过程进行剖析、展示,奉献给广大读者,因此定名为《透明的几何》.它可以作为初中数学教师的平面几何教学参考书,也可以作为学生学习、学好平面几何的学习指导或自学用书,还可以用作初中数学教师职务进修的教材.

本书的撰写、出版,得到了上海市教委、上海科技成果转化促进会、杨浦区教育局、杨浦区教师进修学院、上海教育出版社的关心、支持和帮助,华东师范大学王吉庆教授也给予了专业的指导和帮助,在此致以诚挚的谢意!

由于笔者水平所限,对于本书的不当之处,望广大读者给予批评指正.

编 者

2016年9月于上海杨浦区教师进修学院

目 录

Content

第一章 透明的思维

1

第一节 思维过程教学的重要性 » 3

第二节 思维过程的内涵 » 6

第三节 思维过程教学智能基础 » 13

第四节 思维过程教学的科学性要求 » 23

第二章 基本图形分析法

29

第一节 基本图形分析法 » 31

一、从传统分析方法到基本图形分析法 » 31

二、几何问题分析规律性和基本图形分析法 » 38

三、怎样应用基本图形分析法添辅助线 » 39

第二节 等腰三角形 » 45

一、等腰三角形 » 45

二、角平分线和平行线的组合 » 49

三、等腰三角形中的重要线段 » 60

四、直角三角形斜边上的中线》71

第三节 全等三角形》77

一、轴对称型》77

二、中心对称型》93

三、旋转型》101

四、绕正方形的中心旋转 90° 型》111

第四节 相似三角形》119

一、平行线型》119

(一) 三角形内的平行线型》119

(二) 三角形外的平行线型》128

(三) 平行线型的组合图形》160

(四) 三角形的中位线》164

二、逆平行线型》180

(一) 三角形内的逆平行线型》180

(二) 三角形外的逆平行线型》190

(三) 过三角形顶点的逆平行线型》195

(四) 直角三角形中的逆平行线型》201

三、旋转型》205

(一) 两两夹等角的比例线段得到的旋转型》205

(二) 直角三角形中的旋转型》218

第三章 透明的几何

223

第一节 教育信息化概述》225

第二节 思维过程可视化》234

第三节 应用《几何王》软件进行备课和课堂教学》246

第四节 应用《几何王》软件的教案实例》258

➤ **第四章 评价思维过程** 283

第一节 思维能力评价 》 285

第二节 思维过程评价 》 289

第三节 思维树 》 296

第四节 应用《思维王》软件评价思维过程 》 300

➤ **附录:《几何王》软件注册系统** 310



第一章 透明的思维

第一节 思维过程教学的重要性

“老师，你拿到这个问题的时候是怎么想的？为什么你想得出来，我想不出来？”

这是一个充满着求知欲的问题，是学生心中最疑惑的问题，也是每一位老师在教学过程中遇到的频率相当高的问题。

从教育所追求的崇高目标来看，面对这样一个问题，老师理应回答，拿到这个问题的时候，自己是怎样想的，是从哪个条件、性质开始思考的，是怎样一步一步想出来的。然而，深入地看一看我们教学中的实际情况，就可以发现事实并非如此，这样一个看似很简单的问题，却常常可以难倒许多老师，甚至不少优秀的资深教师。

这是什么道理呢？

多少年来，我们的教育普遍重视的是知识的传授和技能的训练，而弱化了思维能力的培养。尽管不少教育界的有识之士也明白培养能力，尤其是思维能力的重要性，但由于人们对能力发展规律性的认识局限、缺少科学方法的指导以及其他种种原因，因此思维能力的培养和发展一直处于一种被弱化、被抑制的状态。

“师者，所以传道受业解惑也”作为一种教育思想、教育观念甚至教育理念，深深地影响着我国一代又一代的老师，直到今天，许多老师也还是仅仅将传授知识看作自己的天职。其实，在我们的传统教育理念中，也不乏强调思维能力培养的警句格言，如“学而不思则罔，思而不学则殆”“授人以鱼，不如授人以渔”“事要知其所以然”“读书之法，在循序而渐进，熟读而精思”，等等。然而，这些重要的道理对当今教育所产生的影响是十分有限的。

翻开我们的教材和各种各样的教学参考资料，几乎所有的内容都定位在

“这样做”“做给你看”“这样做了就会得到什么”“示范解题过程和结果”的层面上,没有针对思维过程的阐述和介绍.许多教案甚至被评为优秀的教案,其最重要的内容也常常是从教学参考书上大段大段摘抄过来的解题结果.在课堂教学中,许多老师几乎从来没有给学生提出过这样的问题:“你是从哪里开始思考的?为什么你会这样想?”当然,也有不少老师,由于体会到培养学生思维能力在教学中的重要性,因此尽力在教学中给学生进行分析,讲述思维过程,但因为大多是在自己积累的经验基础上进行讲述,所以常有不少关键的思维节点讲述不清,这就难免出现老师认为已讲了,学生却依然一头雾水的情况.如在几何教学中,有的老师会介绍一种分析方法叫“两头凑”,就是从条件开始推理思考,若几步下来无法解决,再从结论开始逆向思考,然后将两边建立联系,完成分析解答.实际上,分析的几个步骤不是关键,关键的恰恰是“两头凑”到某一步的时候,这座架起来的“桥”是怎么想到的.这个关键问题不解决,实质上依旧没有打通对问题的分析思路.由此可见,教育发展所要解决的一个根本问题,就是要从重视“怎么做”到重视并落实“怎么想”.杰出的科学家爱因斯坦也指出:“学习知识要善于思考,思考,再思考.”讲的也就是这个道理.

“怎么想”的问题,本质上就是一个思维的问题,或者说也就是一个思维能力培养的问题.种种教育现象足以说明,落实思维能力的培养对我们教育的发展来讲,是必须面对的严峻挑战.

思维过程的教学之所以重要,是因为人的一切解决实际问题的方法都是想出来的,人的一切创新创造成果也都是想出来的,不是背书背出来的,是思维的结果,是展现思维能力的结果.从根本上讲,科学的发展,社会的进步,哪一项成果不是人们想出来的!那么,思维和思维能力是通过什么来展现的呢?这就是思维的过程.

教育的启蒙阶段、起始阶段,或者讲第一个阶段是什么?实际上就是通过模仿进行学习的阶段,教师通过示范、手把手教,学生主要通过模仿来进行学习,并取得学会的结果.学习思维、培养思维能力的开始,显然也应该是模仿.那么,模仿什么,怎么模仿,就是两个不可回避的问题.在实际教学中,教师不能光讲有关思维和思维能力的知识,因为这些知识对许多学生来说,即使都掌握了,

甚至都记住背下来了,恐怕也还是不知道怎样去具体地思维.这时老师就必须讲拿到这个问题是怎样开始进行思维的,而只要老师一开口,就马上会发现是在讲思维过程,这时学生能够模仿的就是老师思维的过程.

当然,有的老师,特别是已经有相当教龄的惯用传统方法进行教学的老师,会提出一个问题:我们过去并没有重视思维过程的教学,不照样能培养出一批优秀的、思维能力很强的学生吗?其实,从教育所承担的社会功能来讲,当然是要提高受教育者的素质层次,培养人才,而任何一种形式的教育都能或多或少培养出一批思维能力强的优秀学生、优秀人才,但采用不同的教育形式、教育方法和教育手段,所培养出来的优秀学生、优秀人才的比例是不一样的,教育的效率也是不一样的,甚至可能有很大的差异.重视思维过程的教学和不重视思维过程的教学,在教学的效果和效率方面,用不了多长时间,就会展现出差异来,这已经被大量的实验学校的教学实践所证实.

对学生思维能力的培养,实际上是从对老师的思维活动的模仿开始的,所以老师必须要讲清楚自己解决每一个问题的思维过程,从重在讲“怎么做”到重在讲“怎么想”,这样学生就可以从模仿开始,一步一步地学会自己去进行思考.

第二节 思维过程的内涵

从根本上讲,思维过程的内涵包含着以下四个部分的内容。

第一,拿到一个问题以后是怎样想的?这个问题是思维过程的起始点,是源头,实际上问题常常就决定了思考一个问题的思维轨迹。

每个人在拿到一个需要解决的问题时,都会先考虑从什么地方下手,从什么性质开始思考.选择从 A 性质开始思考,思维过程可能很顺畅,问题也很快得到解决;而选择从 B 性质开始思考,思维过程很可能就会遇到困难甚至走向歧路.那么,为什么有的人能够顺利地想到正确的解法呢?

当一个人开始思考一个问题时,由于解决问题的正确思路并不清楚,因此通常都会先思考解决问题的思路有哪些可能性或者解决问题的大致方向,这时常常就表述为“拿到这个问题时,我首先想到了哪几种可能性”或者“我是从这个方向(这个角度)开始思考的”.有的问题是从观察开始的,这时常常就表述为“拿到这个问题后,首先进行观察,通过观察发现它具有怎样的特征,于是我想到要用怎样的方法去解决问题”.还有的问题的思考是从进一步准确理解问题的意义,从而抓住问题的关键开始的,等等。

对于拿到一个问题以后如何思考这样一个思维起始源的问题,在具体展示时,还会出现两种情况:一种就是思维的起始源完全建立在逻辑关系的基础上,这时就可以直接应用逻辑推理方法来进行表述;另一种就是思维的起始源是建立在非逻辑关系的基础上,看上去常常没有明确的因果联系,要表述思维很不容易,需要下一定的功夫来实现。

由于教师在教学中或考试中给出的问题,常常会包含着多个表述为条件和结论的性质,所以从不同的性质开始思考,就会指向多种可能性.对这多种可能性的思考,就是一次扩散思维的过程.而在这多种可能性中,确定从哪一种可能