

研究生力学丛书

Mechanics Series for Graduate Students

湍流理论与模拟 (第2版)

Theory and Modeling of
Turbulence (Second Edition)

张兆顺 崔桂香 许春晓 黄伟希 编著

Zhang Zhaoshun Cui Guixiang Xu Chunxiao Huang Weixi

清华大学出版社

研究生力学丛书

Mechanics Series for Graduate Students

湍流理论与模拟 (第2版)

Theory and Modeling of
Turbulence (Second Edition)

张兆顺 崔桂香 许春晓 黄伟希 编著

Zhang Zhaoshun Cui Guixiang Xu Chunxiao Huang Weixi

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是2005年版《湍流理论与模拟》的再版。本书系统地叙述了湍流的基本理论和近代湍流数值模拟方法。此版增加了可压缩湍流,全书由原来8章更新为9章。具体内容包括湍流的统计和测量、湍流运动的统计平均方程和脉动方程、均匀各向同性湍流、简单剪切湍流、标量湍流、可压缩湍流、湍流直接数值模拟、湍流大涡模拟、雷诺平均模拟方法。书中总结了近年来国内外前沿和热点问题研究的进展,并融入了作者多年来的教学经验和学术成果。

本书可作为工程力学、流体力学、空气动力学、航空工程、工程热物理、热能工程、核能工程、环境科学和工程、水利工程等专业的研究生教材和科研人员的参考书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

湍流理论与模拟/张兆顺等编著.—2版.—北京:清华大学出版社,2017

(研究生力学丛书)

ISBN 978-7-302-47327-5

I. ①湍… II. ①张… III. ①湍流理论—研究生—教材 ②湍流—数值模拟—研究生—教材
IV. ①O357.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 124539 号

责任编辑:佟丽霞

封面设计:常雪影

责任校对:赵丽敏

责任印制:宋 林

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:清华大学印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:18.75

插 页:1

字 数:455千字

版 次:2005年9月第1版

2017年6月第2版

印 次:2017年6月第1次印刷

印 数:1~2000

定 价:45.00元

产品编号:072216-01



张兆顺

清华大学教授

1957年上海交通大学造船系毕业

1959年中国科学院清华大学合办第一届工程力学研究班毕业

1981年英国南安普顿大学航空航天系博士



崔桂香

清华大学教授

1977年清华大学工程力学系毕业

1982年清华大学流体力学硕士



许春晓

清华大学教授

1990年清华大学工程力学系毕业

1995年清华大学流体力学博士



黄伟希

清华大学副教授

2001年清华大学工程力学系毕业

2004年清华大学流体力学硕士

2009年韩国科学技术院流体力学博士



第2版

PREFACE

本书第1版早已售罄,广大科技工作者和研究生纷纷要求再版。湍流是正在不断发展的学科,再版应当适应它的发展。本书第1版绝大部分内容是不可压缩湍流的理论和数值模拟,对于初学湍流的读者,这是基础。但是随着科学技术的发展,需要更新内容以满足读者的需要。本书再版保留湍流理论的基础部分,例如,湍流的统计,不可压缩各向同性湍流和简单剪切湍流,数值模拟方法等。这些内容是学习和理解湍流的必备知识。同时增加了“可压缩湍流”一章,这是目前湍流界研究的热点之一;在“标量湍流”和“湍流大涡模拟”两章中增加了大气环境的算例;在“简单剪切湍流”中,增补了新的发现和有问题的问题,例如,壁湍流的超大尺度脉动,壁湍流平衡区是对数律还是幂律的争论,卡门常数是不是普适常数,等等;在数值模拟方面,增加了一节“雷诺平均和大涡模拟的组合模型”。

本书虽然增加了内容,但仍然跟不上该学科的发展和工程技术的需要。在欧洲湍流的千禧年会议上,两位湍流专家声称湍流研究还处于幼年时代^①,它的基本理论有待进一步建立,它的应用面在不断扩大。本书增加了一些内容,还属于基础内容,发展湍流理论和数值模拟方法,还有待后起之秀作出贡献。可喜的是本书再版有清华大学流体力学研究所优秀青年基金获得者黄伟希副教授加盟。

作 者

2017年4月于清华园

^① Lumley J, Yaglom A. 2001. A century of turbulence. Flow, Turbulence and Combustion, 66(3): 241-285.

前言

第1版

PREFACE

本书是为研究生撰写的教材和参考书,同时面向所有需要研究和应用湍流理论的科技工作者。

学习和研究湍流的最终目的是预测和控制湍流,而要理解和发展预测与控制方法必须掌握湍流的基本理论。湍流属于多尺度不规则的复杂流动现象,对这种现象没有深入理性的了解,就不可能正确应用已有的预测方法,更不可能发展新的方法。对于湍流物理的研究,理论更是必需的。由于计算机的迅速发展,数值模拟是近年来预测复杂湍流和研究湍流物理的主要手段之一。湍流理论是正确数值模拟的基础,例如,怎样准确地模拟含有许多尺度的流动,怎样合理地给出不规则流动的边界条件,怎样获得不规则流动的准确统计量,等等,这些问题都需要理论指导才能解决。另一方面,由于湍流是不规则的复杂流动,不可能用解析方法获得湍流场的全部信息,数值模拟几乎是获得湍流场信息的主要来源,它为发展湍流理论提供宝贵的数据库。本书将系统地叙述湍流基本理论和近代湍流数值模拟方法。

全书共 8 章。第 1 章湍流的统计和测量,论述湍流的不规则性及其统计方法和测量原理,包括平稳湍流的各态遍历定理等。第 2 章湍流运动的基本方程,应用统计方法从 Navier-Stokes 方程导出雷诺方程、湍动能方程、雷诺应力输运方程、可压缩流体的密度加权平均方程等,并深入说明方程的意义和性质;还导出湍流场的涡量输运方程,并阐述了涡量在湍流动量、能量输运中的意义。第 3 章均匀各向同性湍流,应用张量方法和傅里叶分析方法,系统完整地研究各向同性湍流的运动学和动力学性质,包括湍动能输运的串级理论、结构函数理论等;此外还介绍了各向同性湍流的解析封闭方法与 EDQNM 模型。第 4 章简单剪切湍流,分析了简单剪切湍流的统计特性与解析理论(即快速畸变理论)及其应用,并论述剪切湍流的相干结构及其分析方法。第 5 章标量湍流,通过理论分析揭示了标量湍流的特性,并讲述标量湍流模拟的方法,即湍流普朗特数和拉格朗日随机模型。第 6 章湍流直接数值模拟,论述了直接数值模拟的基本原理,包括数值计算的基本要求和边界条件的提法,还介绍了湍流数值模拟的谱方法和差分法,并分别以不可压缩槽道湍流和可压缩混合层为实例说明这些方法的应用。第 7 章雷诺平均统计模式,系统论述雷诺平均的主要特性和约束条件,同时介绍各个层次的湍流模式,并以实例分析各种模式的优缺点。第 8 章湍流大涡数值模拟,系统陈述大涡数值模拟方法的原理,包括过滤方法和基本方程;还详细介绍各种大涡数值模拟的亚格子模型,并

以实例讨论它们的优缺点;最后介绍这一新型数值模拟方法的几个重要问题。

近年来,湍流数值模拟十分流行,但我们再次强调掌握基本理论的重要性,只有深刻了解湍流理论,才能选择适当的数值方法,并对数值结果进行正确的分析。盲目地应用计算机作数值计算既不是科学的态度,也具有危险的后果。为此,我们欣然撰写本书,冀有志于湍流研究的朋友,既研究理论,又研究数值方法,为解决世纪性难题做出贡献。

作 者

2005年2月于北京清华园

目录

CONTENTS

第 1 章 湍流的统计和测量	1
1.1 湍流现象	1
1.2 湍流的不规则性	2
1.3 湍流的统计	3
1.3.1 随机变量的概率分布和概率密度	3
1.3.2 湍流的统计量	7
1.4 湍流脉动的谱	14
1.4.1 定常湍流中的频谱	14
1.4.2 均匀湍流场中的波谱	15
1.4.3 非均匀或非定常湍流场中谱函数的推广	15
1.5 湍流脉动的测量方法	16
1.5.1 湍流速度的测量方法	16
1.5.2 流动显示和流场浓度的测量	19
1.5.3 脉动压强的测量	20
第 2 章 湍流运动的统计平均方程和脉动方程	21
2.1 Navier-Stokes 方程和湍流	21
2.2 雷诺方程和脉动运动方程	23
2.2.1 雷诺方程	23
2.2.2 脉动运动方程	24
2.3 雷诺应力和雷诺应力输运方程	24
2.3.1 雷诺应力张量	24
2.3.2 雷诺应力输运方程	26
2.3.3 湍动能输运过程	27
2.3.4 平均运动的能量输运过程	28
2.3.5 雷诺应力输运过程	28
2.3.6 不可压缩湍流场中脉动压强分布和压强变形率相关的解析表达式	30
2.3.7 湍流统计方程的封闭性讨论	31

2.4	不可压缩湍流的标量输运方程	31
2.5	涡量的输运和湍流	32
2.5.1	涡量运动学	33
2.5.2	涡动力学	33
2.5.3	湍流场中涡量的统计方程	36

第3章 均匀各向同性湍流 38

3.1	均匀湍流场的相关函数和谱张量	40
3.2	均匀各向同性湍流场的相关函数和谱张量	43
3.2.1	张量的不变量和张量函数	43
3.2.2	各向同性湍流的相关张量函数及其性质	46
3.2.3	不可压缩各向同性湍流的相关张量函数及其性质	48
3.2.4	关于能谱的几个公式	50
3.3	不可压缩均匀各向同性湍流的动力学方程	51
3.3.1	不可压缩均匀湍流的基本方程	51
3.3.2	不可压缩均匀湍流的谱理论	52
3.3.3	不可压缩均匀湍流中湍动能的输运过程	54
3.3.4	均匀湍流中的湍动能传输链	55
3.4	不可压缩均匀各向同性湍流动力学的若干性质	55
3.4.1	不可压缩均匀湍流的2阶速度相关动力学方程	55
3.4.2	不可压缩均匀各向同性湍流的Karman-Howarth方程	56
3.4.3	Karman-Howarth方程的应用	57
3.5	不可压缩均匀各向同性湍流中的湍动能传输链	60
3.5.1	不可压缩均匀各向同性湍流中的湍动能输运方程	60
3.5.2	各向同性湍流中的特征尺度	62
3.5.3	Kolmogorov的局部各向同性假定和湍能谱的 $-5/3$ 幂次律	63
3.6	局部各向同性湍流的结构函数	65
3.6.1	结构函数及其性质	65
3.6.2	Landau对Kolmogorov理论的质疑,湍能耗散的间歇性	69
3.6.3	局部各向同性湍流的标度律	71
3.6.4	各向同性湍流结构函数的动力学性质	72
3.7	解各向同性湍流相关方程的EDQNM理论	73
3.7.1	准高斯过程的性质	73
3.7.2	各向同性湍流的准高斯封闭方程,EDQNM近似	74

第4章 简单剪切湍流 77

4.1	简单剪切湍流的统计特性	77
4.1.1	壁湍流的统计特性和湍涡结构	77
4.1.2	壁湍流的湍涡结构和湍涡粘性系数	81

4.1.3	高雷诺数壁湍流	82
4.2	自由剪切湍流的统计特性	85
4.2.1	二维自由剪切湍流的边界层近似	85
4.2.2	自由剪切湍流的相似性解	87
4.2.3	自由剪切湍流的涡粘系数	88
4.3	均匀剪切湍流的快速畸变理论	89
4.3.1	均匀剪切湍流的基本方程	89
4.3.2	快速畸变近似的基本方程和主要特征	90
4.3.3	快速畸变近似的统计方程	92
4.3.4	快速畸变近似的实例	92
4.3.5	快速畸变近似的雷诺应力再分配项	94
4.4	剪切湍流中的拟序运动	95
4.4.1	自由剪切湍流中的拟序结构	95
4.4.2	湍流边界层的拟序结构	99
4.5	拟序特性的检测	103
4.5.1	脉动的时空相关和结构迁移速度的检测	103
4.5.2	VITA 法和湍流猝发特性的检测	104
4.6	拟序结构的动力学模型	107
4.6.1	拟序运动的分解和能量输运	107
4.6.2	平面湍流混合层拟序运动的能量输运	109
4.6.3	壁湍流中拟序结构的动力学分析	110
4.7	简单湍流的控制	112
4.7.1	壁湍流的被动控制	113
4.7.2	壁湍流的主动控制	114
第 5 章	标量湍流	116
5.1	均匀湍流中的被动标量输运	116
5.1.1	被动标量输运的控制方程	116
5.1.2	谱空间中标量脉动的输运	117
5.1.3	均匀湍流场中标量输运规律	118
5.2	标量湍流的结构	122
5.2.1	标量梯度方程	122
5.2.2	标量梯度片状结构的实例	123
5.3	湍流普朗特数	126
5.4	标量湍流的结构函数方程——Yaglom 方程	129
5.5	标量湍流扩散的拉格朗日随机模型	130
5.5.1	标量点源的湍流扩散	130
5.5.2	湍流场中质点位移的均方根公式	130
5.5.3	标量点源的湍流扩散系数	132

5.6	Boussinesq 近似的湍流	133
5.6.1	Boussinesq 近似	133
5.6.2	重力内波和分层流湍流	134
5.6.3	位势涡和湍流	136
第6章	可压缩湍流	140
6.1	可压缩湍流的基本性质	140
6.1.1	可压缩流动的基本方程	141
6.1.2	可压缩层流库埃特流动	143
6.1.3	激波和激波关系式	145
6.1.4	克罗克定理	146
6.2	可压缩湍流的统计方程	146
6.2.1	可压缩湍流运动的系综平均方程	146
6.2.2	密度加权平均的可压缩流体运动方程	148
6.3	均匀可压缩湍流的不变量	151
6.4	均匀可压缩湍流的基本特性	153
6.4.1	气体湍流的三种基本模态	153
6.4.2	气体湍流三种基本模态间的非线性相互作用	154
6.5	湍流和激波相互作用的近似理论	156
6.5.1	Ribner 近似	156
6.5.2	Ribner 近似的主要结果	158
6.5.3	线性相互作用近似	159
6.6	Morkovin 假定和可压缩剪切湍流的特性	160
6.6.1	Morkovin 假定	160
6.6.2	强雷诺比拟	163
6.6.3	湍流普朗特数	165
6.7	可压缩湍流的 Favre 过滤	165
6.8	超声速湍流的物理实验和数值模拟	167
6.8.1	超声速湍流的实验	167
6.8.2	可压缩湍流的数值模拟	168
6.9	激波边界层相互作用	169
6.9.1	典型的激波边界层相互作用	169
6.9.2	超声速气流绕斜坡的激波边界层相互作用	169
第7章	湍流直接数值模拟	173
7.1	湍流数值模拟的方法	173
7.2	湍流直接数值模拟的基本原理	174
7.2.1	湍流直接数值模拟的空间分辨率	175
7.2.2	湍流直接数值模拟的时间分辨率	176

7.2.3	初始条件和边界条件	176
7.3	湍流直接数值模拟的谱方法	179
7.3.1	谱方法的基本原理	179
7.3.2	格栅湍流的直接数值模拟	182
7.3.3	平面槽道湍流的直接数值模拟	188
7.4	湍流直接数值模拟的差分法	196
7.4.1	高精度紧致格式	196
7.4.2	湍流混合层的直接数值模拟	197
第8章	湍流大涡模拟	202
8.1	脉动的过滤	202
8.2	大涡模拟的控制方程和亚格子应力	204
8.2.1	大涡模拟控制方程	204
8.2.2	亚格子应力的性质	205
8.3	常用的亚格子模型	205
8.3.1	Smargorinsky 涡粘模式	205
8.3.2	尺度相似模式和混合模式	206
8.3.3	动力模式	207
8.3.4	谱空间涡粘模式	211
8.3.5	理性亚格子模式	212
8.3.6	标量湍流输运的亚格子模型	214
8.4	亚格子模型的检验	215
8.4.1	亚格子模型的先验比较结果	215
8.4.2	亚格子模型的后验结果	217
8.5	复杂流动的大涡模拟算例	220
8.5.1	平面扩压器	220
8.5.2	绕圆柱流动	221
8.5.3	环境流动的算例	225
8.6	关于大涡模拟的几个问题	229
8.6.1	亚格子应力的量级估计	229
8.6.2	大涡模拟的误差估计和提高精度的方法	230
8.6.3	大涡模拟的统计量修正	236
8.6.4	非均匀网格中过滤过程和微分运算的可交换性	236
8.6.5	大涡模拟的近壁模型	238
第9章	雷诺平均模拟方法	241
9.1	建立湍流统计模式的一般原理	241
9.1.1	雷诺应力的一般泛函形式	241
9.1.2	封闭模式方程的约束条件	243

9.2	湍流涡粘模式	246
9.2.1	不可压缩湍流的代数涡粘模式	246
9.2.2	标准 $k-\epsilon$ 模式	248
9.2.3	非线性 $k-\epsilon$ 模式	253
9.2.4	壁函数	254
9.2.5	低雷诺数修正	256
9.2.6	单方程涡粘系数输运模式	258
9.3	雷诺应力输运方程的封闭模式: 2 阶矩模式	259
9.3.1	2 阶矩模式的封闭式	260
9.3.2	代数形式的 2 阶矩模式	263
9.3.3	关于湍流统计模式的综合评述	264
9.4	雷诺平均和大涡模拟的组合模型(RANS/LES)	265
9.4.1	RANS/LES 组合模型的基本思想和实施方法	265
9.4.2	RANS/LES 组合模型算例	268
索引		275
参考文献		279

第1章

湍流的统计和测量

1.1 湍流现象

湍流又称紊流,是自然界普遍存在的极不规则流动现象。我国古代文学家用水流湍急描述奔腾的江河水流,伟大的爱国诗人屈原(公元前 339—前 278)在《楚辞·九章·抽思》中有“长濂湍流”的描述;晋朝王羲之(公元 321—379)在《兰亭序》中有“清流激湍”的佳句。欧洲文艺复兴时代的大师达·芬奇(1452—1519)有许多大气运动的素描,和现代科学家的“湍涡”观念相当接近(图 1-1)。

随着科学技术的发展,工程机械中的湍流现象不断涌现,可以毫不夸张地说,自然界和工程中的多数流动是湍流。

湍流作为流体动力学课题的研究始于英国著名科学家奥斯堡恩·雷诺(Orsborne Reynolds)。著名的雷诺实验(1883)给出了湍流直观的描述和发生湍流状态的条件。图 1-2 是雷诺实验装置和流动显示的示意图。



图 1-1 达·芬奇素描的大气湍流

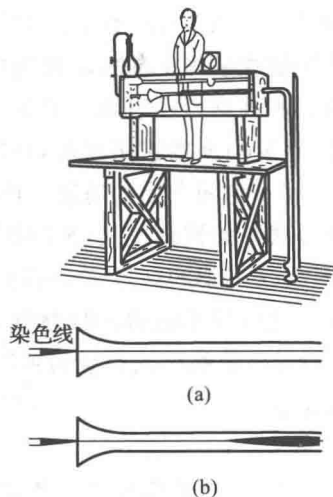


图 1-2 雷诺实验示意图
(a) 层流; (b) 由层流到湍流的转变

清水从一个有恒定水位的水箱流入等截面直圆管,在圆管入口的中心处,通过一针孔注入有色液体,以观察管内的流动状态。在圆管的出口端有一节门可调节流量,以改变流体速度。为减少入口扰动,入口制成钟罩形。实验时可用容积法^①测量流过圆管的流量 Q ,以此计算圆管内的平均流速 U_m :

$$U_m = \frac{4Q}{\pi d^2} \quad (1.1)$$

式中 d 是圆管直径。实验过程中,逐渐开大节门,管内流速随之增大。当管内流速较小时,圆管中心的染色线保持直线状态(图 1-2(a));当流量增大到某一数值时染色线开始出现波形扰动;继续增大流量时,染色线由剧烈振荡到破碎,并很快和清水剧烈掺混以至不能分辨出染色液线(图 1-2(b)的后端)。雷诺实验不仅观察到流动状态的改变,而且发现流动状态的转变和无量纲数 $U_m d / \nu$ 有关(ν 为水的运动粘性系数),后来该无量纲数称为雷诺数:

$$Re = \frac{U_m d}{\nu} \quad (1.2)$$

上述第一阶段的流动状态称为层流;最后阶段的流动状态称为湍流;中间阶段的流动状态极不稳定,称为过渡流动。在不加特殊控制的情况下,圆管流动出现湍流状态的最低 Re 数约为 2000。在特殊控制环境下,外界的扰动非常微弱(如控制环境振动和噪声、管壁粗糙度等),圆管内流动的层流状态可维持到 $Re=10^5$ 量级。在常见的其他流动中,如边界层、射流或混合层等,随着各自流动特征雷诺数的增大,也会发生层流到湍流的演变。

总之,湍流是一种极普遍的流动现象,它和层流是两种不同的流动状态,当流动的特征雷诺数足够大时,流动就呈现不规则的湍流状态。

1.2 湍流的不规则性

湍流的主要特征是不规则性,这是它和层流的主要区别。湍流的不规则性可表现在流动变量(速度、压强等)的时间序列呈现不规则的振荡状态,如图 1-2 所示;不规则性也能表现在流动变量在空间上的极不规则的分布。

湍流的不规则性还表现在它的不重复性。以圆管流动为例,保持相同流量、相同流体粘度等条件,重复前面的雷诺实验,每次试验的时间变量均由启动瞬间算起,在这种重复试验的流动中,同一空间点上的速度时间序列是不重复的。图 1-3 展示了在不同时刻采集的圆管湍流中心线上的流向速度($Re=6000$)。可以看到,两次采集的速度时间序列都是极不规则的,并且两次采集的结果完全不重合。

不重复性可以用试验次数为自变量的不规则函数表示。试验次数用变量 $\bar{\omega}$ 表示(例如第 1 次试验 $\bar{\omega}=1$,第 2 次试验 $\bar{\omega}=2,3,\dots$),那么湍流速度场是时间、空间坐标和试验次数 $\bar{\omega}$ 的不规则函数:

$$u_i = u_i(x, t, \bar{\omega}) \quad (1.3)$$

必须指出,湍流是在连续介质范畴内流体的不规则运动,它有别于物质分子的不规则运

^① 容积法是一种简单而精确的测量液体流量的方法,用量筒接收通过管道的液体体积 V ,用秒表记录液体流入量筒的时间 T ,流量 $Q=V/T$ 。

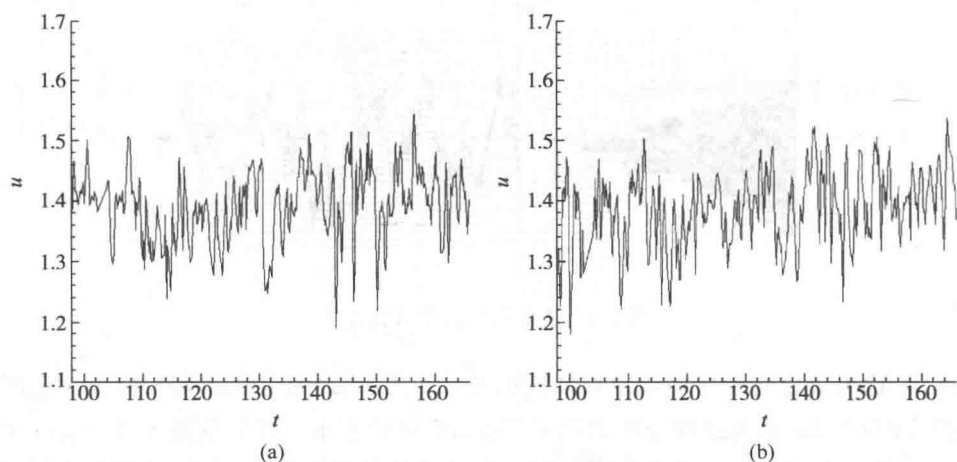


图 1-3 圆管湍流中心流向速度的两次时间序列

动。具体来说,在湍流中,极不规则流动的最小时间尺度和最小空间尺度都远远大于分子热运动的相应尺度。就是说湍流是研究流体微团的不规则运动,因此湍流运动产生的质量和能量的输运远远大于分子热运动产生的宏观输运,这就导致湍流场中质量和能量的平均扩散远远大于层流扩散。例如,在化学反应器中,为了加速化学反应,常常利用搅拌产生湍流以加强流动中反应物的质量扩散。另一方面,真实流体运动是耗散系统,湍流脉动导致附加的能量耗散,因此湍流运动往往使流动阻力增加。

下面首先讨论不规则运动的统计描述。

1.3 湍流的统计

1.3.1 随机变量的概率分布和概率密度

湍流是不规则运动,属于随机过程,随机过程中随机变量的最基本可预测特性是它的概率和概率密度。

1. 随机变量的概率和概率密度

首先,用直观的方法建立概率和概率密度的概念。考察图 1-3 的圆管湍流中心的速度测量结果,从表面上看,每次采样的速度序列都极不规则,而且两次采集的结果没有重复性。如果把采集的时间序列按速度大小分类,并考察出现在某一速度区间上的样本数的分布,那么两次采样结果就有几乎相同的分布规律。具体做法是在速度的最大值和最小值之间等分成 M 个区间,第 m_i 个区间的中心速度为 u_i ,则该区间中流体速度值为

$$u_i - \Delta u < u < u_i + \Delta u, \quad \Delta u = (u_{\max} - u_{\min})/2M$$

在速度时间序列的样本中,把位于上述区间采集到的点数 N_i 记录下来,并除以总的采集点数 N_T ,则 N_i/N_T 表示位于上述指定区间的样本的百分数。

上述处理结果可以用直方图表示,图 1-4 右边是速度的时间序列,左边是该时间序列按速度大小分布所作的直方图。

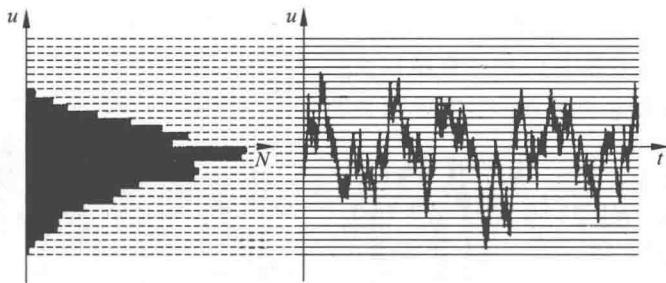


图 1-4 不规则序列及其直方图

N_i/N_T 称为速度时间序列中出现速度值为 $u_i - \Delta u < u < u_i + \Delta u$ 的概率,并用 $\Delta P(u)$ 表示;而把 $\Delta P(u)/\Delta u$ 称为速度分布的概率密度,用 $p(u)$ 表示。如果取速度区间 Δu 为常数,则速度分布的直方图近似于概率密度分布。如果采集的时间序列很长,速度分布区间分得很细,就可以得到相当光滑的概率密度分布曲线 $p(u)$ 。以图 1-3 所示的圆管湍流中心两次采集速度为例,用统计方法获得其概率密度,结果示于图 1-5。不难看出,虽然两次采集的时间序列没有重复性(图 1-3),但是它们的概率密度几乎是相同的。

综上所述,虽然湍流速度场在时间上具有不规则性,但它具有规则的概率分布。

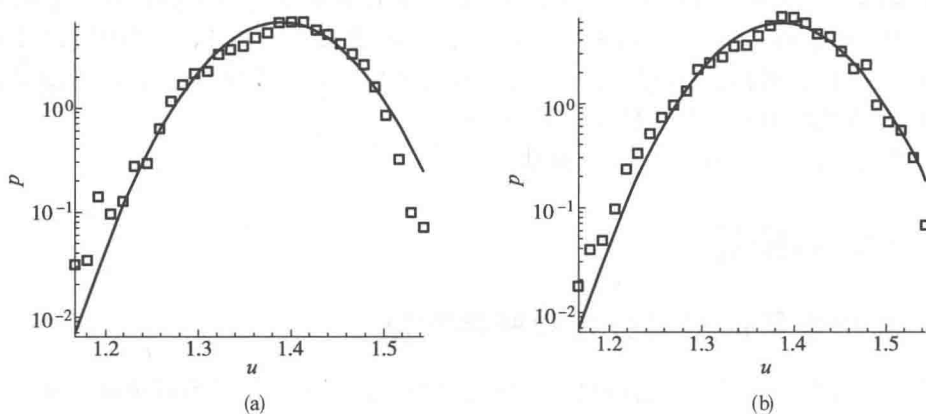


图 1-5 两次试验的速度时间序列(分别对应图 1-2(a)和(b))的概率密度分布

(□: 试验结果; 实线: 拟合的高斯分布)

2. 概率和概率密度的定义

以上是直观的概率和概率密度的概念,为了对不规则量进行定量的统计需要严格的概率定义。概率论中,随机变量的定义是事件集合 $\Omega(\bar{\omega})$ 到实数集合 R 的映射。

$$u: \Omega \rightarrow R \quad (1.4)$$

用力学语言来解释上述定义,湍流速度变量 u 的实数集合是随机变量;事件集合就是相同边界条件下、不同初始场演化出的所有流场状态。例如,前面曾经将每次试验用参数 $\bar{\omega}$ 表示,则流场中某一点所有可能出现的速度值表示为

$$u = u(\bar{\omega}) \quad (1.5)$$

所有可能实现的事件集合 $\Omega(\bar{\omega})$ 称为系综。举例来说,在相同的边界条件下, N 个真实