



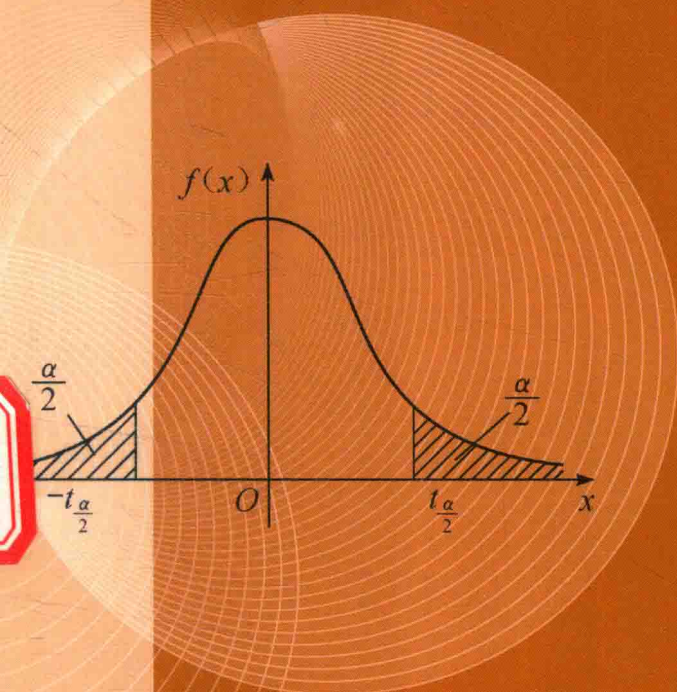
中国科学院规划教材

ZHONGGUO KEXUEYUAN GUIHUA JIAOCAI

应用技术型大学公共数学“十三五”规划教材

概率论与数理统计

主 编 王洪珂 黎 彬
副主编 王月清 陈照辉 何 勇



科学出版社

中国科学院规划教材
应用技术型大学公共数学“十三五”规划教材

概率论与数理统计

主 编 王洪珂 黎 彬
副主编 王月清 陈照辉 何 勇

科学出版社
北 京

内 容 简 介

本书是高等学校非数学专业的概率论与数理统计教材, 内容主要包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、抽样分布、参数估计、假设检验等内容. 每节配备适量习题, 书后附有习题参考答案. 本书力求在做到内容全面, 结构严谨的同时, 注重可读性, 由浅入深, 通俗易懂.

本书适合高校理工类及经济管理类各专业学生作为教材使用, 也可作为本科生同步学习或考研复习参考资料.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计 / 王洪珂, 黎彬主编. —北京: 科学出版社, 2016
中国科学院规划教材·应用技术型大学公共数学“十三五”规划教材
ISBN 978-7-03-048935-7

I. ①概… II. ①王… ②黎… III. ①概率论—高等学校—教材
②数理统计—高等学校—教材 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 139044 号

责任编辑: 王胡权 陈曰德 / 责任校对: 邹慧卿

责任印制: 白 洋 / 封面设计: 迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

保定市中西美凯印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 1 月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2017 年 1 月第一次印刷 印张: 11 3/4

字数: 232 000

定价: 32.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

近几十年来,随着科学技术的蓬勃发展,概率论与数理统计大量应用到国民经济、工农业生产及各学科领域.应用数学中一些新的研究领域,如信息论、对策论、排队论、控制论等,都是以概率论作为基础的.

概率论和数理统计是一门随机数学分支,它们是密切联系的同类学科.但是应该指出,概率论、数理统计又都各有它们自己所包含的不同内容.

概率论——是根据大量同类随机现象的统计规律,对随机现象出现某一结果的可能性作出一种客观的科学判断,对这种出现的可能性大小做出数量上的描述,比较这些可能性的大小、研究它们之间的联系,从而形成一整套数学理论和方法.

数理统计——是应用概率的理论来研究大量随机现象的规律性.对通过科学安排的一定数量的实验所得到的统计方法给出严格的理论证明,并判定各种方法应用的条件以及方法、公式、结论的可靠程度和局限性.使我们能从一组样本来判定是否能以相当大的概率来保证某一判断是正确的,并可以控制发生错误的概率.

本书主要包括概率论与数理统计两个方面的内容,涵盖了概率论与数理统计课程的基本要求.基于非数学专业的概率论与数理统计课程的学时限制,本书重点放在概率论与数理统计的基本概念、基本原理和基本方法等方面,有些内容不再做深入讨论.遵循目前我国高校理、工、农(林)、经(管)类专业概率论与数理统计课程设置惯例,本书按 48 学时安排教学内容.

本书在设计的时候,主要体现如下几个方面的特点:

(1)根据专业的不同需要,读者可以在此基础上酌减相应内容(例如带“*”的内容).另外,本书中对小字排版的内容(包括某些定理的证明过程和应用方面的拓展阅读)读者可以自行选择是否阅读.

(2)本书每章正文后,附带 MATLAB 语言针对概率统计的编程设计,读者可以边学习理论,边使用软件解决这些理论中遇到的问题.这样,在学习完本书之后,也掌握了一门计算机语言.

(3)本书习题最后附了部分考研试题,读者可以以此检验自己的学习成效.

本书在编写过程中,参考了大量的相关教材和参考书籍,重庆科技学院校领导、教务处、科研处、数理学院等部门领导对本书的出版给予了大力的支持和帮助,在此一并致谢.

为编写此书，编者付出了艰辛劳动，由于编写时间仓促，书中疏漏及不妥之处仍在所难免，恳请各位专家、同行、读者予以批评指正。

编 者

2016 年 07 月

目 录

前言

预备知识	1
§ 0.1 排列组合	1
* § 0.2 MATLAB 软件简介及使用入门	4
第一章 随机事件及其概率	14
§ 1.1 随机事件	14
§ 1.2 随机事件的概率及计算	20
§ 1.3 条件概率与乘法公式	28
§ 1.4 独立性	33
* § 1.5 MATLAB 在随机事件及其概率中的应用	39
习题一	42
第二章 随机变量及其分布	45
§ 2.1 随机变量的概念	45
§ 2.2 一维随机变量及其分布	46
§ 2.3 一维连续型随机变量及其分布	53
§ 2.4 二维随机变量	62
§ 2.5 随机变量函数的分布	74
* § 2.6 MATLAB 在随机变量及其分布中的应用	81
习题二	85
第三章 随机变量的数字特征	88
§ 3.1 数学期望	88
§ 3.2 方差	93
§ 3.3 协方差、相关系数及矩	97
* § 3.4 大数定律与中心极限定理	101
* § 3.5 MATLAB 在随机变量的数字特征中的应用	107
习题三	110
第四章 抽样分布	113
§ 4.1 数理统计的基本概念	113

* § 4.2	直方图	116
§ 4.3	几个常用统计量的分布	118
* § 4.4	MATLAB 在抽样分布中的应用	126
	习题四	127
第五章	参数估计	129
§ 5.1	点估计	129
§ 5.2	估计量的评价标准	136
§ 5.3	区间估计	140
* § 5.4	MATLAB 在参数估计中的应用	147
	习题五	150
第六章	假设检验	152
§ 6.1	假设检验的基本思想	152
§ 6.2	单个正态总体的假设检验	156
* § 6.3	两个正态总体的假设检验	160
* § 6.4	MATLAB 在假设检验中的应用	161
	习题六	164
	参考文献	165
	习题参考答案	166
附录	常用数理统计表	172

预 备 知 识

§ 0.1 排 列 组 合

作为学习《概率论与数理统计》的预备知识，将排列和组合知识归纳总结如下。

一、两条基本原理

1. 加法原理

若完成一件事情有 r 类方式，其中第一类方式有 n_1 种方法，第二类方式有 n_2 种方法， $\cdots$ ，第 r 类方式有 n_r 种方法，这些方法各不相同，只要用其中任何一种方法都可以把这件事完成，则完成这件事共有

$$n_1 + n_2 + \cdots + n_r$$

种不同的方法。

例 1 从甲地到乙地有三类方式：可以乘汽车、轮船或飞机，若一天中有汽车 3 班，轮船 2 班，飞机 1 班，那么从甲地到乙地有共有

$$3+2+1=6$$

种走法。

2. 乘法原理

若完成一件事情有 r 个步骤，其中第一个步骤有 m_1 种方法，第二个步骤有 m_2 种方法， $\cdots$ ，第 r 个步骤有 m_r 种方法，各个步骤连续或同时完成，这件事才算完成，则完成这件事共有

$$m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_r$$

种不同的方法。

例 2 从甲地到丙地必须经过乙地，从甲地到乙地有 2 条路线，从乙地到丙地有 3 条路线，则从甲地到丙地有共有

$$2 \times 3 = 6$$

种走法。

以上两条基本原理在排列组合中将会反复使用。这两条原理回答的都是“关于

完成一件事情的不同方法的种数的问题”，但又有本质区别：加法原理针对的是“分类”问题，乘法原理针对的是“分步”问题。

二、排列

1. 元素不允许重复的排列

例 3 用 1, 2, 3, 4 四个数字可以组成多少个数字不重复的两位数.

解 要组成数字不同的两位数，需要经过两个步骤：第一步先要确定十位上的数字，1, 2, 3, 4 都可以，故有四种方法；第二步先确定个位上的数字，若要求个位与十位数不重复，所以只能够从所给的四个数中去掉十位上的数字后剩下的三个数字中任选一个，共有三种方法，于是根据乘法原理，共有 $4 \times 3 = 12$ 种方法组成了 12 个不重复的两位数.

一般地，我们有

定义 1 从 n 个不同的元素中，每次取出 m 个 ($m \leq n$) 不同的元素按照一定的顺序排成一行，称为从 n 个不同的元素中取出 m 个元素的排列. 所有这样排列的个数称为排列数，记为 A_n^m ，其中

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

特别地，当 $m < n$ 时，该排列称为**选排列**；当 $m = n$ 时，该排列称为**全排列**，且

$$A_n^n = n!.$$

2. 元素可以重复的排列

元素可以重复包括元素重复和元素不重复两种情况，不能简单地认为元素可以重复就是元素重复，元素可以重复的排列指的是在排列中允许出现相同的元素.

下面来讨论从 n 个不同的元素中允许重复地任取 m 个元素组成的排列的种数.

从 n 个不同的元素中任取一个放在第一个位置上共有 n 种方法，然后把该元素放回去，再从这 n 个元素中任取一个放在第二个位置上仍有 n 种方法，……，按这种方法进行 m 次，每次都有 n 种方法，根据乘法原理，可从 n 个不同元素中允许重复地任取 m 个元素组成的重复排列的个数为

$$n \times n \times \cdots \times n = n^m.$$

例 4 移动电话号码为 11 位，问以 130 开头可以组成多少个号码.

解 由于前三位 130 已确定，故只需要确定后八位的数字. 显然，电话号码中可以出现相同的数字，而要确定后八位的数字需要经过 8 个步骤，第一步是确定第四位上的数字，应从 0 到 9 这 10 个数字中任取一个放在第四位上，共 10 种方法；第二步是确定第五位上的数字，应从 0 到 9 这 10 个数字中任取一个放在第五位上，

仍有 10 种方法, …… , 第八步是确定第十一位上的数字, 应从 0 到 9 这 10 个数字中任取一个放在第八位上, 仍有 10 种方法, 根据乘法原理, 确定后八位的数字共 10^8 种方法, 从而以 130 开头可以组成 10^8 个号码.

例 5 由 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这十个数字所组成的三位数中, 求: (1) 没有重复的数字有几个; (2) 三数字都相同的有几个; (3) 恰好有两个数字相同的有几个?

解 (1) 百位上的数字除 0 外有 9 种不同的取法, 取定后, 由于不允许重复, 但 0 可以加入供选用. 故十位上的数字也有 9 种不同的取法; 在百位、十位上的数字取定后, 个位上的数字有 8 种不同的取法. 因此由乘法原理可以组成 $9 \times 9 \times 8 = 648$ 种没有重复数字的三位数;

(2) 由于百位上的数字有 9 种不同的取法, 而根据“三数字都相同”的要求, 百位上的数字取定后, 十位、个位上的数字也相应取定, 故三数字都相同的三位数有 9 种;

(3) 百位上的数字与十位上的数字相同的三位数的个数为 $9 \times 9 = 81$, 百位上的数字与个位上的数字相同的三位数的个数为 $9 \times 9 = 81$, 百位确定后, 十位与个位上的数字相同的三位数的个数为 $9 \times 9 = 81$, 由加法原理, 恰好有两个数字相同的三位数的个数为 $81 + 81 + 81 = 243$.

三、组合

通过对排列的讨论可知, 它是一个与次序有关的概念, 例如从甲地到乙地的飞机票与从乙地到甲地的飞机票是两种不同的飞机票, 又如选 A 任班长、B 任副班长与 A 任副班长、B 任班长是两种不同的职务安排. 但在实际问题中经常遇到一些与次序无关的问题: 如选 A、B 两人作代表出席一个会议与选 B、A 两人为代表是同一种选法, 又如“储运普与机设普专业之间进行的篮球赛”和“机设普与储运普专业之间进行的篮球赛”是同一场比赛, 因此这是一个与排列概念不同的问题.

定义 2 从 n 个不同的元素中, 每次取出 m 个 ($m \leq n$) 不同的元素, 不考虑顺序组成一组, 叫做从 n 个元素中取出 m 个元素的组合. 所有这样组合的个数称为组合数, 记为 C_n^m .

由于求“从 n 个不同的元素中取出 m 个元素的排列数 A_n^m ”可按以下两个步骤进行: 第一步先求出从 n 个不同的元素中取出 m 个元素的组合数 C_n^m , 第二步求出每一个组合中 m 个元素的全排列数 A_m^m , 根据乘法原理有 $A_n^m = C_n^m A_m^m$, 于是有

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

关于组合数, 由其计算公式有以下性质:

$$C_n^m = C_n^{n-m}.$$

对于实际问题,要正确判别其是排列问题还是组合问题,其关键在于区别要不要将所取的元素进行排列,若要排列则是排列问题,若无需排列则是组合问题.

例 6 盒子中有 6 个红球 3 个白球,任取 5 个球,问:(1)共多少种取法;(2)恰好有 1 个白球的取法数;(3)至少有 2 个白球的取法数;(4)至多有 1 个白球的取法数.

解 (1)从 $6+3=9$ 个球中任取 5 个,共 $C_9^5=126$ 种取法;

(2)任取 5 个球恰好有 1 个白球,即所取球中 1 白 4 红,完成这个事情需要经过两个步骤:先是从 3 个白球中任取 1 个,共 C_3^1 种取法;再从 6 个红球中任取 4 个,共 C_6^4 种取法.根据乘法原理,共 $C_3^1 \cdot C_6^4 = C_3^1 \cdot C_6^2 = 45$ 种取法;

(3)任取 5 个球至少有 2 个白球,包括“2 白 3 红”和“3 白 2 红”两种情形,根据乘法原理与加法原理,共 $C_3^2 \cdot C_6^3 + C_3^3 \cdot C_6^2 = 75$ 种取法;

(4)任取 5 个球至多有 1 个白球,包括“1 白 4 红”和“0 白 5 红”两种情形,根据乘法原理与加法原理,共 $C_3^1 \cdot C_6^4 + C_3^0 \cdot C_6^5 = 51$ 种取法.

* § 0.2 MATLAB 软件简介及使用入门

MATLAB 是 Matrix Laboratory(矩阵实验室)的缩写,它是由美国 MathWorks 公司推出的一套以矩阵计算为基础的数学软件.它集数值计算、可视化、编程功能于一体,并具有方便的绘图功能和各种专门科学与工程计算的工具箱,目前已发展成为国际上最优秀的高性能科学和工程计算软件之一.

MATLAB 功能强大、简单易学、编程效率高,深受广大科技工作者的欢迎,除了可提供传统的交互式的编程方法之外,还能提供丰富可靠的矩阵运算、图形绘制、数据处理、图像处理和 Windows 编程工具等.它作为一种编程语言和可视化工具,可以实现数值分析、优化、统计、微分方程数值解、信号处理、图像处理等若干领域的计算和图形显示功能,可解决工程、科学计算和数学学科中许多问题,广泛应用于自动控制、图像信号处理、生物医学工程、语音处理、信号分析、时序分析与建模、优化设计等领域,表现出了一般高级语言难以比拟的优势.

一、MATLAB 的主要功能

(1)数值计算和符号计算功能. MATLAB 以矩阵作为数据操作的基本单位,并且提供了丰富的数值计算函数,所采用的数值计算算法都是国际公认的、最先进的、可靠的算法,其程序是由国际一流专家编写. MATLAB 和著名的符号计算语言 Maple 相结合,使得 MATLAB 具有较强的符号计算功能.

(2)绘图功能. MATLAB 绘图功能比较强大,它既可以绘制各种图形,包括二维

图形和三维图形,还可以对图形进行修饰和控制,达到增强图形的表现效果。

(3)编程语言. MATLAB 具有程序结构控制、函数调用、数据结构、输入输出、面向对象等程序语言特征,可以像 BASIC、C、FORTRAN 等传统编程语言一样,进行程序设计,而且 MATLAB 语法规则更简单简单易学、编程效率高。

(4)MATLAB 工具箱. 它主要包含两部分内容:基本部分和各种可选的工具箱. MATLAB 包含了很多强大的、专业的工具箱,如 SIMULINK 仿真工具箱、控制系统工具箱、信号处理工具箱、图像处理工具箱、通讯工具箱、系统辨识工具箱、神经元网络工具箱、金融工具箱等。

二、MATLAB 运行方式

1. 运行方式

MATLAB 提供了两种运行方式:命令行运行方式和 M 文件运行方式。

1)命令行运行方式. 直接在命令窗口(Command Window)中输入命令行来实现计算或作图功能,但这种方法在处理复杂问题和大量数据时相当困难。

2)M 文件运行方式. 用 MATLAB 语言编写的程序,称为 M 文件. 它是在一个以 m 为扩展名的 M 文件中输入程序或命令,然后运行文件,执行命令. M 文件包括两种类型:命令文件(Script File)和函数文件(Function File). 其中命令文件没有输入参数,也不返回输出参数;而函数文件可以输入参数,也可返回输出参数。

2. 建立方法

1)命令文件建立方法:

- ① 在 Matlab 中, 点击: File->New->M-file
- ② 在编辑窗口中输入程序内容
- ③ 点击: file->save, 存盘。

2)函数文件建立方法:

MATLAB 的内部函数是有限的,有时为了研究某一个函数的各种性态,需要为 MATLAB 定义新函数,为此必须编写函数文件. 函数文件是文件名后缀为 M 的文件,这类文件的第一行必须是一特殊字符 function 开始,格式为:

function 因变量名=函数名(自变量名)

三、MATLAB 变量与函数

1. 变量

1.1 命名规则

MATLAB 中变量的命名规则是:

- (1) 变量名必须是不含空格的单个词;
- (2) 变量名区分大小写;
- (3) 变量名必须以字母打头, 之后可以是任意字母、数字或下划线, 变量名中不允许使用标点符号.

1.2 特殊变量

除了上面命名规则, MATLAB 还定义了一些特殊变量:

eps — 计算机浮点运算误差限, 若某个量的绝对值小于 **eps**, 则可以认为这个量为 0;

pi — 圆周率 π 的近似值 3.1415926;

inf 或 **Inf** — 表示正无大, 定义为 $1/0$;

NaN — 不定数, 不定式. 它产生于 $0 \times \infty$, $0/0$, ∞/∞ 等运算;

i, **j** — 虚数单位;

ans — 对于未赋值运算结果, 自动赋给 **ans**.

1.3 符号变量

在 MATLAB 中, 如果没有定义则不能对符号进行引用, 在对变量进行引用时需要先用 **syms** 命令创建符号变量和表达式. 如: **syms x**

syms 不仅可以声明一个变量, 还可以指定这个变量的数学特性, 比如:

- 1) 声明变量为实数类型, 如: **syms x y real**
- 2) 声明变量为整数类型, 如: **syms x y positive**
- 3) 创建表达式, 如: **=syms('cos(x)+sin(x)')**

2. 基本函数

MATLAB 常用数学函数如下:

表 0.2.1 常用数学函数表

名称	含义	名称	含义
sin	正弦	log10	10 为底的对数
cos	余弦	log	自然对数
tan	正切	min	最小值
cot	余切	max	最大值
asin	反正弦	mean	平均值
acos	反余弦	fix	向 0 取整
atan	反正切	rem	求余数
exp	e 为底的指数	sqrt	平方根
log2	2 为底的对数	abs	绝对值

3. MATLAB 操作

3.1 数字的输出格式

MATLAB 的输出格式可由 format 命令控制, 但要注意的是 format 命令只是影响在屏幕上的显示, 而 MATLAB 的数据存储和运算总是以双精度进行的.

Format short: 5 位定点格式, 如 1.4142

Format long: 15 位定点格式, 如 1.41421356237310

Format short e: 5 位浮点, 如 1.4142e+000

Format long e: 15 位浮点, 如 1.414213562373095e+000

Format hex: 十六进制数, 如 3ff6a09e667f3bcd

Format rat: 分数之比, 如 1393/985

3.2 算术运算符

- + 加法运算. 适用于两个数相加或两个同阶矩阵相加.
- 减法运算. 适用于两个数相加或两个同阶矩阵相加.
- * 乘法运算. 适用于两个数相乘或两个可乘矩阵相乘.
- .* 点乘运算. 适用于两个同阶矩阵对应元素相乘.
- ./ 点除运算. 适用于两个同阶矩阵对应元素相除.
- ^ 乘幂运算. 适用于一个方阵的多少次方.
- \ 反斜杠表示左除. 如 $x=A \setminus B$ 可以得到矩阵方程 $Ax=B$ 的解.

3.3 关系、逻辑关系运算

表 0.2.2 关系及逻辑关系表

符号运算符	功能	函数名
==	等于	eq
~=	不等于	ne
<	小于	lt
>	大于	gt
<=	小于等于	le
>=	大于等于	ge
&	逻辑与	and
	逻辑或	or
~	逻辑非	not

3.4 程序控制结构

程序设计结构主要有两种: 选择结构和循环结构.

1) 选择结构. 选择结构是根据给定的条件成立或者不成立, 分别执行不同的语句. MATLAB 中选择结构主要有 if 语句.

(1) 单分支语句

```
if 条件
    语句组
end
```

(2) 双分支语句

```
if 条件
    语句组 1
else
    语句组 2
End
```

2) 循环结构

循环结构是指按照给定的条件，重复执行指定的语句，这是十分重要的程序结构。MATLAB 中提供了两种实现循环结构的语句：for 语句和 while 语句。

1. for 语句

for 语句的格式为：

```
for 循环变量=表达式 1: 表达式 2: 表达式 3
    循环体语句
end
```

2. while 语句

while 语句的格式为：

```
while 条件
    循环体语句
End
```

四、矩阵的建立及调用

4.1 矩阵生成及操作

在 MATLAB 中，可以采用多种不同的方式生成矩阵。

1) 直接输入矩阵元素

对于较小的简单的矩阵，可以从键盘上直接输入矩阵，即直接从键盘输入一系列元素生成矩阵，它是最常用、最方便和最好的数值矩阵创建方法。输入时遵循以下几个原则：

- ① 矩阵每一行的元素必须用空格或逗号分开；
- ② 在矩阵中，采用分号或回车表明每一行的结束；
- ③ 整个输入矩阵必须包含在方括号“[]”中。

例如:

输入 `m=[1 2 3 4;5 6 7 8;9 10 11 12]`

显示 `m=` 1 2 3 4

 5 6 7 8

 9 10 11 12

注意: 创建矩阵在方括号的末尾, 可以用回车或分号结束. 用回车结束, 显示所输入的矩阵; 用分号结束, 所输入的矩阵不显示. 逗号或空格用于分隔某一行的元素, 分号用于区分不同的行. 除了分号, 在输入矩阵时, 按 **Enter** 键也表示开始新一行. 输入矩阵时, 严格要求所有行有相同的列.

2) 利用语句或函数产生

MATLAB 中, 冒号是一个重要的运算符, 利用它可以产生一个行向量(行矩阵). 当步长为 1 时可以省略. 一般格式如下

“初值:步长:终值”

例如: `>>1:5;1:2:6,1:2:5`

3) 特殊矩阵的建立:

Matlab 提供了几个建立特殊矩阵的命令如下:

`linspace(a,b,n)`: 产生一个行向量, 初值为 `a`、终值为 `b`、向量个数为 `n`. 如:
`linspace(1,4,3)`;

`ones(n)` 或 `ones(n,m)` 或 `ones([n,m])`: 产生全为一的矩阵. 如: `ones(5)`;

`zeros(n)` 或 `zeros(n,m)` 或 `zeros([n,m])`: 产生全为零的矩阵. 如: `zeros(5)`;

`eye(n)` 或 `eye(n,m)` 或 `eye([n,m])`: 产生单位(或对角线上为 1)的矩阵. 如: `eye(5)`;

`rand`: 产生平均分布的随机矩阵. 如: `rand(3)`;

`randn`: 产生正态分布的随机矩阵;

`diag(n,m)`: 对角矩阵;

`vander(n,m)`: 范德蒙德矩阵.

4) 生成大矩阵

在 MATLAB 中, 可以将小矩阵连接起来生成一个较大的矩阵. 事实上, 前面直接输入法生成矩阵就是将单个元素连接起来生成矩阵. 方括号 “[]” 就是连接算子.

4.2 矩阵中元素的操作

1) 矩阵 `A` 的第 `r` 行: `A(r, :)`;

2) 矩阵 `A` 的第 `r` 列: `A(:, r)`;

3) 依次提取矩阵 `A` 的每一列, 将 `A` 拉伸为一个列向量: `A(:)`;

4) 取矩阵 `A` 的第 `i1~i2` 行、第 `j1~j2` 列构成新矩阵: `A(i1:i2, j1:j2)`;

5) 删除 A 的第 $i1 \sim i2$ 行, 构成新矩阵: $A(i1:i2, :) = []$;

6) 删除 A 的第 $j1 \sim j2$ 列, 构成新矩阵: $A(:, j1:j2) = []$;

7) 将矩阵 A 和 B 拼接成新矩阵: $[A \ B]$; $[A; B]$.

4.3 矩阵常用函数:

MATLAB 提供了一些常用的矩阵函数如下:

$\min(x)$: 向量 x 的元素的最小值;

$\max(x)$: 向量 x 的元素的最大值;

$\text{mean}(x)$: 向量 x 的元素平均值;

$\text{median}(x)$: 向量 x 的元素的中位数;

$\text{std}(x)$: 向量 x 元素的标准差;

$\text{diff}(x)$: 向量 x 的相邻元素的差;

$\text{sort}(x)$: 对向量 x 的元素进行排序;

$\text{length}(x)$: 向量 x 的元素个数;

$\text{norm}(x)$: 向量 x 的欧氏 (Euclidean) 长度;

$\text{sum}(x)$: 向量 x 的元素总和;

$\text{prod}(x)$: 向量 x 的元素总乘积;

$\text{cumsum}(x)$: 向量 x 的累计元素总和;

$\text{cumprod}(x)$: 向量 x 的累计元素总乘积;

$\text{dot}(x, y)$: 向量 x 和 y 的内积;

$\text{cross}(x, y)$: 向量 x 和 y 的外积;

$\text{norm}(A)$: 求向量或矩阵的范数;

$\text{rank}(A)$: 求矩阵的秩;

$\text{trace}(A)$: 求矩阵的迹;

$\text{inv}(A)$: 求方阵的逆矩阵;

$\text{eig}(A)$: 求特征值及特征向量;

$\text{rref}(X)$: 求矩阵 X 阶梯形的行最简形式;

$\text{size}(A)$: 求矩阵的阶数.

五、MATLAB 绘图

MATLAB 作图是通过描点、连线来实现的, 故在画一个曲线图形之前, 必须先取得该图形上的一系列的点的坐标 (即横坐标和纵坐标), 然后将该点集的坐标传给 MATLAB 函数画图.

5.1 绘制二维曲线图

命令 直角坐标系的二维图形的绘制函数