

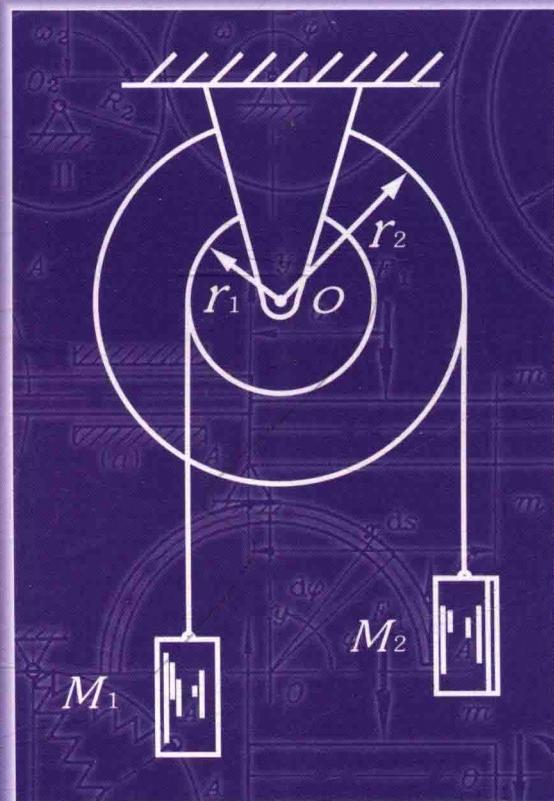
面向21世纪高等院校教材  
山东省高等学校优秀教材一等奖

# 工程力学

主编 冯维明

副主编 宋娟 赵俊峰

(第2版)



国防工业出版社  
National Defense Industry Press

山东省高等学校优秀教材一等奖

# 工程力学

## (第2版)

主编 冯维明

副主编 宋 娟 赵俊峰

国防工业出版社

·北京·

**图书在版编目(CIP)数据**

工程力学/冯维明主编. —2 版. —北京: 国防

工业出版社, 2016. 10

ISBN 978-7-118-10972-6

I. ①工… II. ①冯… III. ①工程力学 IV.  
①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 218419 号

\*

**国防工业出版社出版发行**

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/16 印张 22 字数 509 千字

2016 年 10 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 40.00 元

**(本书如有印装错误, 我社负责调换)**

国防书店: (010) 88540777

发行邮购: (010) 88540776

发行传真: (010) 88540755

发行业务: (010) 88540717

工程力学是理工科传统的技术基础课,历来受到各理工科各专业的重视。为此,编者一方面考虑到学生基础水平逐年提高、前期课程奠定了扎实的理论基础;另一方面兼顾在我国高等教育的发展与改革中,学校的数量与类型增多,对课程提出了不同层次的要求。本着“宽口径、厚基础”的原则,根据各高校师生使用过程中反馈信息及近期讲授本课程的教学经验和教学改革的成果,参照教育部力学教指委制定的“力学课程教学基本要求”,在2003年版的《工程力学》基础上,重新修订工程力学教材。在修订过程中,基本保证本书原有的特色和体系,对部分内容进行了重新编排与增删,使教材内容更精炼、更合理。修订后的教材分为3篇共17章。

第一篇为刚体静力学。其主要内容为静力学基本概念、力系的简化与平衡和静力学的工程应用。将力、力偶的概念和性质、力的合成与分解、约束与约束反力、受力分析等作为静力学基本概念集中在第一章中讲授,为后面的知识展开做好铺垫。由于力系简化最主要目的是建立力系的静力平衡方程,因此将这两个问题放到同一章中一气呵成,简化中间环节,以期提高教学效率。为了强化基本概念,使学生对问题有一个全局认识,编者在此章节中采用了从特殊到一般再到特殊的叙述方式引入基本概念。首先介绍了空间汇交力系和力偶系的简化与平衡这一特殊问题,而其后引人的空间任意力系的简化结果恰为前两个问题的简化结果,其平衡方程也为前两个问题平衡方程的综合。平面任意力系和平行力系又可视为空间力系的特殊情况,可根据其限制条件方便地推出相应的静力平衡方程,从而大大简化了叙述过程。此外将工程中常见的分布载荷问题、重心问题、桁架内力问题以及摩擦平衡问题的讨论作为静力学的应用放在一个章节内复述。

第二篇为材料力学。前四章的叙述次序与第一版相同,为:基本概念、杆件的内力、杆件的应力和杆件的变形(包括简单超静定问题)。能量法在力学中有着极其重要的位置,能量法求梁的弯曲变形和结构位移简练方便,编者作为一种求变形的方法将其放到杆件的变形章节中,简化推导过程,注重应用求解,既让读者了解到解决复杂问题的途径,又掌握了一种方便求解结构位移的有效方法。本篇后三章为应力状态理论和强度理论、压杆稳定以及动载荷(含交变应力)。能量法不再单独作为一章内容讨论。

第三篇为运动力学。主要内容包括:运动学基础、点的合成运动、刚体平面运动、质点运动力学、动量定理、动量矩定理和动能定理。将第1版中运动力学基本方程和动静法章节删掉,刚体绕定轴转动的微分方程和刚体平面运动的微分方程内容放到动量矩定理中讲述,同时增加了质点运动力学一章,以保持以质点和质点系为研究对象的运动力学的完整性。

本教材在每一章结尾增加了小结,小结内容分为本章基本要求、本章重点、本章难点和学习建议四个部分,目的是为了读者学习本章节过程中,能对该章节的主要内容有一个系统的认识和梳理,为按教学大纲的要求迅速掌握该章知识要点提供了方便。每章节后

都附有难易不等的大量习题,读者可根据自身情况选做。

参加本教材编写工作的有:冯维明(第四章至第十章),赵俊峰(第十三章至第十七章),宋娟(第一章至第三章、第十一章、第十二章),全书由冯维明负责统稿。

本教材在编写过程中得到许多力学同仁的指导与帮助,书中部分内容也是他们教研成果的体现,在此一并致谢。

本教材虽然在内容和体系改革等方面取得了一些成果,但受编者水平所限,欠妥之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编者

2016年春

## 内 容 简 介

本教材是在 2003 年出版的《工程力学》基础上,参照教育部力学教学指导委员会有关力学基础课程教学基本要求,根据各高校师生使用过程中反馈信息进行修订。

修订过程中,基本保持了本书原有的特色和体系,对部分内容进行了重新编排与增删,使教材内容更加精炼与合理。本教材共三篇 17 章。第一篇为刚体静力学,主要内容为刚体静力学基本概念、力系的简化与平衡和静力学的应用等共 3 章。本篇以平面力系为主,兼顾特殊力系在工程中的应用。第二篇为材料力学,主要内容为材料力学基本概述、杆件的内力、应力和变形、应力状态理论和强度理论、压杆稳定、动载荷与交变应力等共 7 章。本篇中所涉及的能量法更强调应用,超静定问题更注重方法,而交变应力偏于基本概念。第 3 篇为运动力学,主要内容有运动学基本概念、点的复合运动、刚体的平面运动、质点运动力学、动量定理、动量矩定理和动能定理共 7 章,本篇涵盖了运动学和运动力学的基本问题及其问题的解决方法。

教材前两篇部分章节适用于中低学时(48~64 学时)课程,某些对力学有较高要求的专业(70~90 学时)可选用第 2、3 篇的部分内容。教材精选了大量例题和习题供读者参考和练习。

本教材可作为高等院校工科本、专科各专业教科书,也可供职业大学和成人教育学院师生及有关工程技术人员参考。

**第一篇 刚体静力学**

<b>第一章 基本概念和受力分析</b>	3
1.1 力与力的投影	3
1.2 力的基本性质	4
1.3 力矩与力偶	6
1.4 约束与约束反力	10
1.5 受力分析和受力图	14
本章小结	16
习题	17
<b>第二章 力系的简化与平衡</b>	22
2.1 汇交力系的简化与平衡	22
2.2 力偶系的简化与平衡	25
2.3 空间任意力系的简化	27
2.4 空间任意力系的平衡	30
2.5 平面任意力系的平衡	32
2.6 刚体系统的平衡·静定与超静定概念	35
本章小结	38
习题	39
<b>第三章 静力学应用问题</b>	47
3.1 平行力系的简化·重心	47
3.2 平面静定桁架	54
3.3 考虑摩擦的平衡问题	57
本章小结	61
习题	62

**第二篇 材料力学**

<b>第四章 材料力学基本概述</b>	71
4.1 变形固体的基本假设	71
4.2 材料力学的基本概念	71
4.3 杆件变形的基本形式	75
本章小结	76

<b>第五章 杆件的内力</b>	77
5.1 杆件内力的一般描述	77
5.2 杆件拉伸(压缩)时的内力	77
5.3 杆件扭转时的内力	79
5.4 梁弯曲时的内力 剪力与弯矩	81
5.5 剪力图与弯矩图	84
5.6 剪力、弯矩与载荷集度间的微分关系	86
本章小结	90
习题	91
<b>第六章 杆件的应力</b>	96
6.1 基本概念	96
6.2 杆件在拉伸与压缩时的应力与强度计算	96
6.3 材料的力学性能 安全因数和许用应力	101
6.4 圆轴扭转时的应力与强度计算	105
6.5 截面图形的几何性质	110
6.6 梁的弯曲正应力	113
6.7 弯曲时的切应力	116
6.8 梁弯曲时的强度条件	118
6.9 弯曲与拉伸(压缩)组合时的强度计算	120
6.10 梁的优化设计	122
6.11 剪切和挤压的实用计算	124
本章小结	128
习题	129
<b>第七章 杆件的变形 · 简单超静定问题</b>	136
7.1 轴向拉伸或压缩时的变形	136
7.2 圆轴扭转时的变形与刚度条件	138
7.3 梁弯曲时的变形	141
7.4 叠加法求弯曲变形	145
7.5 简单超静定结构	148
7.6 能量法求结构的位移	153
本章小结	160
习题	161
<b>第八章 平面应力状态理论和强度理论</b>	168
8.1 应力状态理论的概念和实例	168
8.2 平面应力状态分析	169
8.3 三向应力状态时的最大切应力及广义胡克定律	173
8.4 强度理论的概念 常用的四种强度理论	176
8.5 弯曲与扭转组合变形时的强度计算	180
本章小结	183

习题	184
<b>第九章 压杆稳定</b>	189
9.1 压杆稳定的概念	189
9.2 确定压杆临界载荷的欧拉公式	190
9.3 欧拉公式的适用范围 临界应力的经验公式	193
9.4 压杆稳定的校核与合理设计	196
本章小结	198
习题	199
<b>第十章 动载荷与交变载荷</b>	202
10.1 概述	202
10.2 构件作等加速直线运动时的动应力计算	202
10.3 构件受冲击载荷作用时的动应力计算	204
10.4 构件在交变应力作用下的疲劳破坏和疲劳极限	206
10.5 影响构件疲劳极限的主要因素	209
10.6 对称循环下构件的疲劳强度计算	212
本章小结	213
习题	214

### 第三篇 运 动 力 学

<b>第十一章 运动学基础</b>	219
11.1 点的运动的矢径描述	219
11.2 点的运动的直角坐标描述	220
11.3 点的运动的自然坐标描述	222
11.4 刚体的平动	225
11.5 刚体的定轴转动	226
11.6 轮系的传动比	228
本章小结	230
习题	231
<b>第十二章 点的复合运动</b>	235
12.1 相对运动 牵连运动 绝对运动	235
12.2 点的速度合成定理	236
12.3 牵连运动为平动时点的加速度合成定理	238
本章小结	241
习题	241
<b>第十三章 刚体的平面运动</b>	246
13.1 刚体平面运动的分解	246
13.2 平面运动图形上各点的速度	248
13.3 平面运动图形上各点的加速度	253
本章小结	256

习题	256
<b>第十四章 质点动力学</b>	260
14.1 质点的运动微分方程	260
14.2 质点动力学的两类基本问题	261
本章小结	266
习题	266
<b>第十五章 动量定理</b>	270
15.1 质点和质点系的动量	270
15.2 质点和质点系的动量定理	271
15.3 质心运动定理	274
本章小结	276
习题	277
<b>第十六章 动量矩定理</b>	281
16.1 质点和质点系的动量矩	281
16.2 刚体对轴的转动惯量	282
16.3 动量矩定理	287
16.4 刚体定轴转动的运动微分方程	290
16.5 刚体的平面运动微分方程	293
本章小结	294
习题	295
<b>第十七章 动能定理</b>	300
17.1 力的功	300
17.2 质点和质点系的动能	302
17.3 动能定理	305
17.4 功率、功率方程和机械效率	310
本章小结	312
习题	313
<b>附录 I 型钢表</b>	317
<b>附录 II 习题参考答案</b>	326
<b>附录 III 主要符号表</b>	341
<b>参考文献</b>	343

# 第一篇 刚体静力学

机械运动是自然界诸多运动中最常见、最普遍的一种运动,可以是物体之间相对位置在空间的变化,称为运动;也可以是物体内各部分之间相对位置的变化,称为变形。工程力学就是研究物体宏观机械运动一般规律的科学,是机械、能源、土木、水利、化工、材料、航空航天、生物医学等众多工程科学的基础。

工程力学的主要研究对象是工程构件、结构和机构。实际中的工程力学问题往往相当复杂,在研究具体问题时,必须抓住主要因素,略去次要因素,将研究对象抽象为力学模型,包括质点和质点系。质点是只有质量,没有大小的物体。由许多(两个直到无穷多个)相互联系的质点组成的系统,称为质点系。如果物体内任意两质点之间的距离始终保持不变,即忽略变形的影响,认为物体受力后其几何形状和尺寸保持不变,这种物体称为刚体,也可称为不变质点系。这是一种理想化的力学模型。任何实际物体在受到外力作用或温度变化时都会变形。当研究构件的变形和破坏规律时,变形成为主要因素,就须将物体视为变形固体,这是一种可变质点系。

平衡是机械运动的一种特殊情况,指在力的作用下物体相对惯性参考系处于静止状态或作匀速直线的平移运动。本篇主要研究内容包括物体的受力分析、力系的等效与简化、力系的平衡条件等。力学模型主要是刚体或刚体系,故称为刚体静力学。



# 第一章

## 基本概念和受力分析

### 1.1 力与力的投影

#### 一、力的概念

力是物体间相互的机械作用,能使物体的运动状态发生变化或使物体产生变形。前者称为力的外效应或运动效应,后者称为力的内效应或变形效应。一般来讲,两种效应是同时存在的。力对物体的作用效果取决于力的大小、方向和作用点,称为力的三要素。可用一个有向线段来描述力的大小与方向,用该有向线段的起点或终点描述其作用点。通常用矢量表示,记为黑体字母  $F$ ,如图 1.1 所示。在国际单位制中,力的基本单位为牛(N), $1\text{N} = 1\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ 。

如果力的作用面积很小或与整个物体的尺寸相比很小,可以认为集中作用在一点上,称为集中力。例如,静止的汽车通过轮胎作用在桥面上的力,天平刀口支承对天平臂的作用力等。有些力分布在整個物体内部各点上,称为体分布力。例如,物体的自重。但在研究它的外效应时,常用一个作用在物体重心的集中力来代替。有些力作用在物体表面,称为面分布力,如风压、土压力、水压力等。若力作用在一狭长范围内,如沿构件的轴线分布,称为线分布力。分布力的大小用载荷集度表示,指密集的程度。体分布力、面分布力和线分布力的集度单位分别为  $\text{N/m}^3$ 、 $\text{N/m}^2$ (Pa) 和  $\text{N/m}$ 。集度为常数的分布力,称为均布力。

#### 二、力的投影

建立直角坐标系  $Oxyz$ ,如图 1.2 所示,  $i, j, k$  分别表示沿  $x, y, z$  坐标轴方向的单位矢量,则力  $F$  可表示为

$$F = F_x i + F_y j + F_z k \quad (1.1)$$

式中,  $F_x, F_y, F_z$  分别是力在  $x, y, z$  轴上的投影。若已知力  $F$  与  $x, y, z$  三轴间的夹角分别为  $\theta, \beta, \gamma$ ,如图 1.3 所示,则力  $F$  在  $x, y, z$  轴上的投影分别为

$$\begin{cases} F_x = F \cos \theta \\ F_y = F \cos \beta \\ F_z = F \cos \gamma \end{cases} \quad (1.2)$$

当力  $F$  与  $x, y, z$  三轴间的夹角不易确定时,如已知角  $\gamma, \varphi$ ,如图 1.4 所示,则力  $F$  在

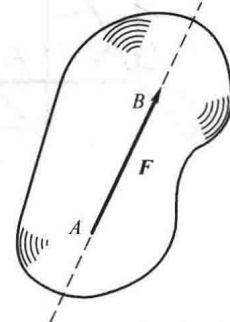


图 1.1

$x, y, z$  轴上的投影分别为

$$\begin{cases} F_x = F \sin \gamma \cos \varphi \\ F_y = F \sin \gamma \sin \varphi \\ F_z = F \cos \gamma \end{cases} \quad (1.3)$$

力  $F$  的大小和方向余弦分别为

$$\begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ \cos(F, i) = \frac{F_x}{F}, \cos(F, j) = \frac{F_y}{F}, \cos(F, k) = \frac{F_z}{F} \end{cases} \quad (1.4)$$

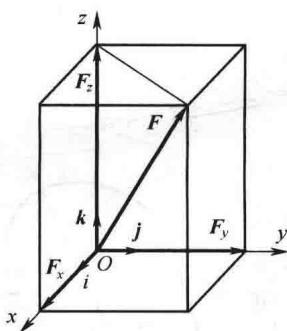


图 1.2

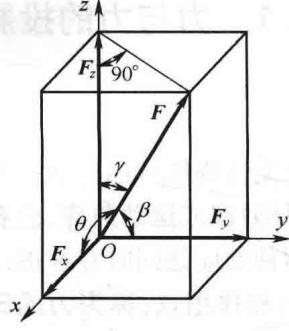


图 1.3

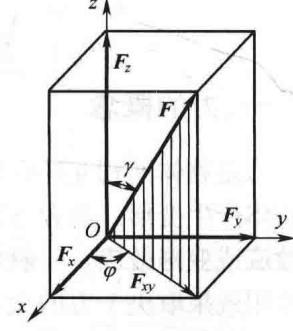


图 1.4

## 1.2 力的基本性质

公理是人们在生活和生产实践中长期积累的经验总结, 经过无数实践证实的客观规律。对于力的基本性质, 我们将必不可少的几条普遍规律作为静力学的理论基础, 称为静力学公理。

### 公理一 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力  $F_1$  和  $F_2$ , 可以合成为一个合力  $F_R$ , 如图 1.5(a) 所示, 合力等于两分力的矢量和, 表示为

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1.5)$$

合力的作用点不变, 其大小和方向以两个分力为邻边构成的平行四边形的对角线来表示。这一公理提供了一种最简力系合成或分解的方法。如果取该平行四边形的一半作为二力合成法则, 则称为力的三角形法则(图 1.5(b), (c))。

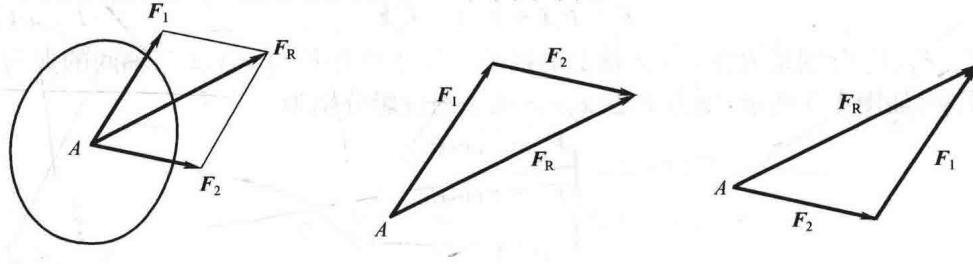


图 1.5

若存在某共点力系(图 1.6(a)),连续应用力的平行四边形法则,该力系最终可合成为一个合力  $\mathbf{F}_R$ ,其作用点仍在点 A,表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (1.6)$$

设  $F_{Rx}$ 、 $F_{Ry}$ 、 $F_{Rz}$  分别是合力  $\mathbf{F}_R$  在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴上的投影,  $F_{xi}$ 、 $F_{yi}$ 、 $F_{zi}$  分别是各分力  $\mathbf{F}_i$  在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴上的投影,则有

$$F_{Rx} = \sum_{i=1}^n F_{xi}, F_{Ry} = \sum_{i=1}^n F_{yi}, F_{Rz} = \sum_{i=1}^n F_{zi} \quad (1.7)$$

称为合力投影定理。

从作图过程可知,只需将各力矢首尾依次相连,构成开口的力多边形,由开口的力多边形始点指向终点的封闭边即为合力矢(图 1.6(b))。

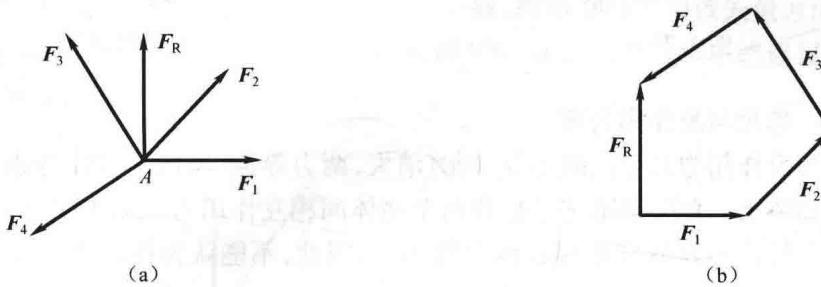


图 1.6

## 公理二 二力平衡公理

若作用在同一刚体上的两个力使刚体处于平衡状态,则这两个力必然大小相等、方向相反且沿着同一作用线,如图 1.7(a),(b) 所示。此公理揭示了最简单的力系平衡条件。只受二力作用且平衡的刚体称为二力构件或二力杆。

## 公理三 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的已知力系中,加上或减去任意的平衡力系,不改变原力系对刚体的作用效应。这一公理可用来解决力系的等效简化问题。

依据上述公理,可以导出下述推理。

## 推理一 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿其作用线移动到刚体内任意点,而不改变该力对刚体的作用。读者可自行证明。我们将只需表示作用线,无需表示作用点的矢量称为滑动矢量。那么作用于刚体上的力就是一个滑动矢量。这表明,对刚体而言,力的三要素变为:大小、方向和作用线。应该指出,对于变形体,力的作用效果与作用点有着密切关系,作用点的位置不能随意改变,此时力是一个定位矢量。

## 推理二 三力平衡汇交定理

如果一刚体在三个力作用下处于平衡,其中两个力的作用线汇交于一点,则第三个力的作用线必通过此汇交点,且三个力共面。

证明:如图 1.8(a)所示,在刚体 A、B、C 三点上,分别作用三个力  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  和  $\mathbf{F}_3$ ,使刚体处于平衡状态,其中  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  两力的作用线汇交于 O 点。根据力的可传性,将力  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  滑移到汇交点 O,由力的平行四边形法则,得合力  $\mathbf{F}_{12}$ ,如图 1.8(b)所示。由二力平

衡公理,刚体处于平衡状态,则力  $F_3$  与力  $F_{12}$  共线,力  $F_3$  必通过汇交点  $O$ ,且  $F_3$  必位于  $F_1$  和  $F_2$  两力所在的平面内,三力共面。

在实际问题中,常用这一定理来确定第三个力的方位,然后求解未知力的大小。

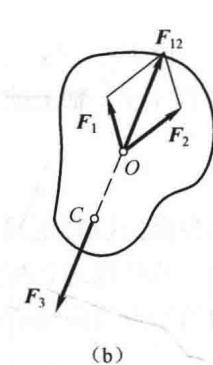
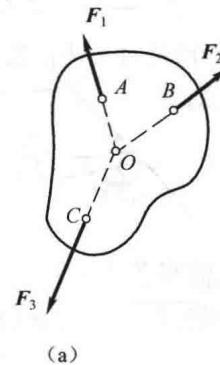
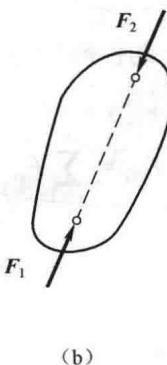
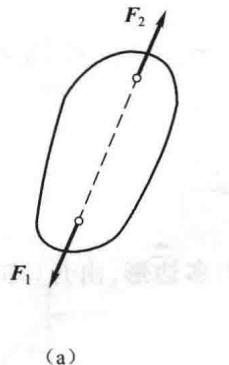


图 1.7

图 1.8

#### 公理四 作用与反作用公理

作用力与反作用力总是同时出现、同时消失,两力等值、反向、共线,分别作用在两个相互作用的物体上。此公理描述了任意两个物体间相互作用力之间的关系。必须指出,由于作用力与反作用力分别作用在两个物体上,因此,不能认为作用力与反作用力相互平衡。

#### 公理五 刚化公理

变形体在某力系作用下处于平衡状态,如将此变形体看作(刚化)为刚体,其平衡状态不变。这说明,刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件,从而建立了刚体的平衡条件和变形体平衡条件之间的联系。据此,静力学对于以变形体为对象的其他力学课程(如材料力学与流体力学等)也具有重要意义。

### 1.3 力矩与力偶

力可以使物体产生移动(平移),也可以使物体产生转动。为了度量这种转动效应,人们在实践中建立了力对点之矩、力对轴之矩以及力偶的概念。其中,力对点之矩和力对轴之矩统称为力矩。

#### 一、力对轴之矩

如图 1.9 所示,力  $F$  作用在刚体的  $A$  点上,  $z$  轴与力  $F$  既不平行也不垂直。现在考察刚体在力  $F$  的作用下绕  $z$  轴的转动效应。将力  $F$  在  $z$  轴和  $Oxy$  平面上投影,得到力  $F$  的两个正交分力  $F_z$  和  $F_{xy}$ 。显见,  $F_z$  不能使刚体绕  $z$  轴转动,转动效应只与  $F_{xy}$  和其作用线至  $z$  轴的距离  $h$  有关。因此,力对轴之矩可定义为:力对轴之矩是力使物体绕某轴转动效应的度量,是一个代数量。大小等于力在垂直于该轴的平面上的投影与此投影至该轴距离的乘积,记为  $M_z(F)$ ,即

$$M_z(F) = \pm F_{xy}h \quad (1.8)$$

正负号由右手螺旋法则确定,拇指与  $z$  轴正向一致为正,反之为负。或从  $z$  轴正向看,逆时针方向转动为正,顺时针方向转动为负。单位为  $\text{N} \cdot \text{m}$  或  $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。当力与轴平行( $F_{xy} = 0$ )或相交( $h = 0$ ),即力与轴共面时,力对轴之矩等于零。

## 二、力对点之矩

如图 1.10 所示,力  $\mathbf{F}$  作用在  $A$  点,自空间任一点  $O$  向  $A$  点作一矢径,用  $\mathbf{r}$  表示,  $O$  点称为矩心。力对点之矩可定义为:矢径  $\mathbf{r}$  与力  $\mathbf{F}$  的矢量积,记为  $M_O(\mathbf{F})$ ,即

$$M_O(\mathbf{F}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (1.9)$$

其大小为

$$|M_O(\mathbf{F})| = |\mathbf{r} \times \mathbf{F}| = Fh \quad (1.10)$$

其中  $h$  为矩心  $O$  至力  $\mathbf{F}$  作用线的垂直距离,称为力臂。方向用右手螺旋法则确定:四指与矢径方向一致,握拳方向与力绕矩心转向一致,拇指指向即为该矢量方向。显然力对点之矩是矢量,且是定位矢量。单位为  $\text{N} \cdot \text{m}$  或  $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。当力的作用线通过矩心时,力对该点之矩为零。

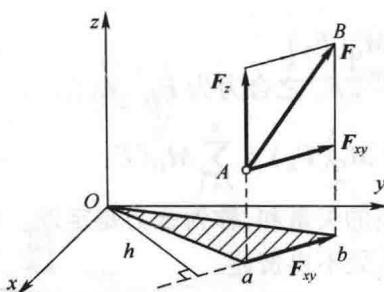


图 1.9

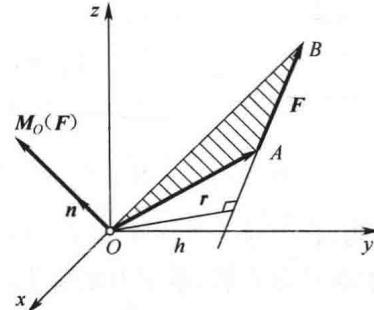


图 1.10

已知,矢径  $\mathbf{r} = xi + yj + zk$ , 力矢  $\mathbf{F} = F_x i + F_y j + F_z k$ , 由式(1.9)可得

$$M_O(\mathbf{F}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \quad (1.11)$$

$$= (yF_z - zF_y)\mathbf{i} + (zF_x - xF_z)\mathbf{j} + (xF_y - yF_x)\mathbf{k}$$

这是力对点之矩的解析表达式。由此可得

$$\begin{cases} [M_O(\mathbf{F})]_x = yF_z - zF_y \\ [M_O(\mathbf{F})]_y = zF_x - xF_z \\ [M_O(\mathbf{F})]_z = xF_y - yF_x \end{cases} \quad (1.12)$$

其中,  $[M_O(\mathbf{F})]_x$ ,  $[M_O(\mathbf{F})]_y$ ,  $[M_O(\mathbf{F})]_z$  分别为  $M_O(\mathbf{F})$  在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴上的投影。

若力  $\mathbf{F}$  作用在  $Oxy$  平面上,即  $F_z \equiv 0$ ,  $z \equiv 0$ , 如图 1.11 所示。力  $\mathbf{F}$  对此平面内任一点  $O$  之矩,实际上是此力对通过  $O$  点垂直于  $Oxy$  平面的  $z$  轴之矩,即

$$M_O(\mathbf{F}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = (xF_y - yF_x)\mathbf{k}$$

此时,力  $\mathbf{F}$  对  $O$  点之矩总是沿着  $z$  轴方向,可用代数量来表示,即

$$M_O(\mathbf{F}) = M_z(\mathbf{F}) = \pm Fh \quad (1.13)$$