



军队院校“2110工程”建设项目

装备科技译著出版基金

**Magnetometer Aided Inertial Navigation System:**

**Modeling and Simulation of a Navigation System With an IMU and a Magnetometer**

# 磁力计辅助的惯性导航系统

——基于IMU和磁力计的导航系统建模和仿真

[土耳其] Uğur Kayasal 著

卢建华 赵国荣 徐胜红 曾宾 译



国防工业出版社

National Defense Industry Press



装备科技译著出版基金

# 磁力计辅助的惯性导航系统

## ——基于 IMU 和磁力计的导航系统建模和 仿真

Magnetometer Aided Inertial Navigation System: Modeling and  
Simulation of a Navigation System with an IMU and a Magnetometer

[土耳其] Uğur Kayasal 著  
卢建华 赵国荣 徐胜红 曾宾 译

国防工业出版社

• 北京 •

# 著作权合同登记 图字：军-2014-217号

## 图书在版编目（CIP）数据

磁力计辅助的惯性导航系统：基于 IMU 和磁力计的导航系统建模和仿真/(土耳其)乌戈尔·卡亚索 (Uğur Kayasal)著；卢建华等译。—北京：国防工业出版社，2017.1

书名原文：Magnetometer Aided Inertial Navigation System: Modeling and Simulation of a Navigation System with an IMU and a Magnetometer

ISBN 978-7-118-10875-0

I . ①磁… II . ①乌… ②卢… III. ①惯性导航系统  
IV. ①TN966

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 287303 号

Magnetometer Aided Inertial Navigation System: Modeling and Simulation of a Navigation System With an IMU and a Magnetometer

ISBN 978-3-8383-1740-3

Copyright©2009 by the author and LAP LAMBERT Academic Publishing AG& Co. KG and licensors

All rights reserved. Saarbrücken 2012

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

\*

开本 880×1230 1/32 印张 3 1/4 字数 104 千字

2017 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 59.00 元

---

(本书如有印装错误，我社负责调换)

国防书店：(010) 88540777

发行邮购：(010) 88540776

发行传真：(010) 88540755

发行业务：(010) 88540717

## 译者序

惯性导航系统由于无可比拟的自主性、隐蔽性，在航空、航天等领域得到了广泛的应用，但是由于惯性导航系统的核心器件——陀螺仪的成本相当可观，直接影响了惯性导航系统在民用领域的推广应用。随着微机电系统（Micro Electro Mechanical System，MEMS）技术的发展，基于 MEMS 技术的陀螺仪得以实现，并且性能不断提高，促进了惯性导航技术在更广泛领域的应用。

但是，现阶段基于 MEMS 技术的陀螺仪性能还比较差，远达不到纯惯性导航的要求。国内外很多学者针对这一问题开展了深入研究。土耳其科学家 Uğur Kayasal 研究了基于磁力计辅助 MEMS IMU 实现组合导航的技术。

首先，本书介绍了捷联惯性导航系统的基本原理，分析了惯性测量单元的误差模型、惯性导航系统的力学编排和误差模型，为后面组合导航奠定了良好的基础；其次，介绍了地球磁场模型，以及磁力计的基本类型和误差特性；然后，介绍了实现组合导航的核心技术卡尔曼滤波；最后，在此基础上，给出了基于卡尔曼滤波技术，应用磁力计、MEMS IMU 和 GPS 的组合导航、实现方案。

课题组很荣幸能够将 Uğur Kayasal 的这一研究成果介绍给国内学者。感谢装备科技译著出版基金的支持，以及国防工业出版社冯晨等编辑为本书出版付出的心血。

译 者

2016 年 3 月

## 致 谢

首先，我要感谢我的导师 M. Kemal Özgören 教授一直以来的悉心指导、耐心建议和理解，感谢他一如既往地支持我的研究。

其次，我要感谢我的同事们，感谢他们对我的研究提出的宝贵建议和意见。

然后，我要感谢 Sartuk Karasoy 博士和 Bülent Semerci 先生对本书的大力支持。

最后，我要感谢我的妻子 Esen 和女儿 Özge，没有她们无尽的支持和爱，我的工作是不可能完成的。

# 目录

## 译者序

## 致谢

<b>第一章 概论</b>	1
1.1 意义	1
1.2 应用和局限	2
1.3 本书的目标	2
1.4 本书的结构	3
<b>第二章 捷联惯性导航系统</b>	4
2.1 惯性测量单元	4
2.1.1 IMU 技术	5
2.1.2 IMU 误差模型	7
2.2 惯性导航系统	11
2.2.1 惯性导航力学编排方程	12
2.2.2 惯性导航系统误差模型	15
<b>第三章 磁力计</b>	18
3.1 世界地磁场模型	18
3.1.1 可用的地磁场模型	18
3.2 磁力计类型	19
3.3 磁力计误差源	20
<b>第四章 卡尔曼滤波</b>	29
4.1 线性离散卡尔曼滤波	29

4.1.1	惯性导航系统中卡尔曼滤波的目的 .....	29
4.2	卡尔曼滤波器收敛性 .....	32
4.2.1	非线性系统特性 .....	32
4.2.2	协方差矩阵计算 .....	32
4.2.3	模型不准确 .....	33
4.2.4	量测接受/拒绝准则 .....	33
<b>第五章</b>	<b>量测为矢量时的姿态确定</b> .....	<b>34</b>
5.1	双矢量集时的姿态确定 .....	34
5.2	卡尔曼滤波器的磁力计量测模型 .....	35
5.3	单轴姿态确定 .....	37
<b>第六章</b>	<b>MEMS IMU + 磁力计的地面对准</b> .....	<b>41</b>
6.1	粗对准 .....	43
6.1.1	蒙特卡罗仿真 .....	43
6.1.2	粗对准实验 .....	45
6.2	精对准 .....	49
6.2.1	蒙特卡罗仿真 .....	49
6.2.2	精对准实验 .....	55
<b>第七章</b>	<b>移动中姿态估计</b> .....	<b>65</b>
7.1	GPS 辅助 IMU + 磁力计导航系统 .....	65
7.2	单轴姿态欧拉角确定 .....	76
<b>第八章</b>	<b>讨论和结论</b> .....	<b>79</b>
<b>附录 A</b>	<b>世界地磁场模型 2005</b> .....	<b>82</b>
A.1	世界地磁模型 .....	82
A.2	模型参数 .....	83
A.3	模型确定 .....	86

A. 4	坐标系变换	87
A. 5	长期变量预测	88
A. 6	世界地磁模型推导	88
A. 7	模型系数	89
A. 8	磁场分量计算方程	92
A. 9	模型局限性	95
<b>附录 B 低成本 MEMS IMU + 磁力计性能说明</b>		96
<b>附录 C 惯性导航力学编排方程推导</b>		98
<b>附录 D 惯性导航误差方程推导</b>		100
D. 1	姿态误差	100
D. 2	速度误差	102
D. 3	位置误差	102
<b>附录 E 导航方程的状态空间描述</b>		104
<b>符号和缩略语</b>		107
<b>参考文献</b>		110

# 第一章

## 概 论

### 1.1 意 义

自从第二次世界大战以后，惯性导航系统（INS）在许多领域都有着广泛应用（尤其是在军事方面，如导弹制导等）。高精度惯导系统（如动力调谐陀螺仪、摆式加速度计、光纤陀螺（FOG），环形激光陀螺（RLG））有着很高的精度，但它们的成本也非常高（从1万美元到100万美元）<sup>[1]</sup>。

近10年来，微机电系统（Micro Electro Mechanical System，MEMS）技术在惯性测量系统中得到了广泛应用。现如今 MEMS 加速度计已经运用在战术级系统中，这些 MEMS 传感器具有很高的精度，零偏能达到  $0.01\text{m/s}^2$ ，而且与采用传统技术的加速度计（5000 ~ 10000 美元）相比，成本更低（1000 美元左右）。由于用户在挑选惯性传感器时提供了一种更具性价比的选择，MEMS 陀螺仪在许多领域也得到了广泛应用。但是，由于 MEMS 技术仍不成熟，MEMS 陀螺仪并不能很好地满足战术级精度的要求（漂移  $1 (\circ)/\text{h}$ ），所以在对精度要求比较苛刻的情形下往往选择环形激光陀螺（RLG）或光纤陀螺（FOG）。由于 MEMS 陀螺仪漂移（ $100 \sim 1000 (\circ)/\text{h}$ ）和噪声（ $1 \sim 10 (\circ)/\text{h}^{\frac{1}{2}}$ ）较大，导致姿态解算时具有较大的累积误差<sup>[2]</sup>，因此 MEMS 陀螺需要一些辅助手段来保证姿态精度。

## 1.2 应用和局限

通常有许多可供选择的手段用来辅助 MEMS 惯性测量单元，大多数导航系统都将全球定位系统（GPS）作为辅助信息源，因为 GPS 能够为估计滤波器提供位置和速度信息，由于系统姿态误差并不能直接观测，所以需要更多的时间使估计滤波器收敛才能得到姿态误差<sup>[1,3]</sup>。

在寻北系统中，人们常常把磁力计当作一个参考系统。在卫星姿态确定和控制系统中，磁力计被用作估计滤波器的一个测量元件，此时姿态动态测量系统作为主系统使用<sup>[4-6]</sup>。在大多数的军用导航系统中，因为姿态动力学非常复杂，难以得到适用于线性滤波器的模型，所以应用于卡尔曼滤波器的精确姿态模型很难建立<sup>[6]</sup>。确切地说，建立的模型为姿态运动学模型而不是姿态动力学模型，因此导航误差和传感器误差等系统的主要状态都来自惯性导航系统。

## 1.3 本书的目标

本书中将磁力计作为低成本 MEMS 惯性测量单元的一种辅助手段，在所提出的系统中，将惯性导航系统的误差模型作为系统模型。本书还提出了非线性误差模型，这些模型在适当的假设条件下可以进行线性化，运用到估计滤波器中。基于参考磁场模型，磁力计能够提供载体姿态数据。2005 年提出的世界地磁模型<sup>[7]</sup>是目前使用的最新的全球参考磁场模型，该模型在卫星姿态确定系统中具有广泛应用。

本书提出的系统具有两种模式：对准模式和导航模式。高精度的导航系统以重力加速度和地球自转角速度作为参考信息，能够完成自对准<sup>[6]</sup>。对于低成本的惯性测量单元，重力加速度矢量或许能够作为参考信息，但是，由于低精度的陀螺仪的漂移率远大于地球自转角速度，使得地球自转角速度不可观测。对于低成本的系统，有许多不同的对准算法，传递对准需要一个参考（主）导航系统

(INS 或者 GPS)，但是有些情况不具备这些条件，例如没有主系统来完成传递对准，或者接收不到 GPS 信号<sup>[7]</sup>。

在本书中提出了一种新的对准方法，与传统的方法不同，将磁力计测量信息代替地球自转角速度。在对准模式下，直接将重力加速度矢量和磁力计测量信息运用到分析方法中，快速减小姿态误差，也就是我们熟知的粗对准。在对准模式结束后，导航系统进入导航模式。在导航模式下，INS 只需采用磁力计作为辅助信息源，从磁力计提供的测量数据中能够得到姿态误差和角速度误差。此时速度误差、位置误差和加速度误差状态是不可观测的。但是可以估计出陀螺仪误差，这是影响导航结果的主要干扰因素。因为系统在进入导航模式之前进行了对准，使初始姿态误差变得足够小（即使只进行了粗对准），所以可以采用线性误差模型。最后，通过蒙特卡罗仿真验证系统的性能。

## 1.4 本书的结构

第一章简要介绍本书主要研究内容。

第二章介绍惯性导航系统的基础知识，包括惯性导航力学编排方程、惯性导航的线性误差模型以及惯性测量系统。

第三章介绍磁力计的基础知识，其中包括参考磁场、磁力计的种类以及磁力计的误差特性。

第四章介绍卡尔曼滤波及其实现技术，并讨论了卡尔曼滤波的优缺点。

第五章讨论了量测为矢量时的姿态确定问题，介绍了基于两个矢量量测的经典姿态确定算法，推导了卡尔曼滤波测量方程，最后提出一种基于单矢量测量和两个陀螺的巧妙姿态确定算法。

第六章、第七章为仿真实验，应用蒙特卡罗仿真和实验对提出的 MEMS 惯性测量单元对准方法进行测试，在防空导弹平台上对提出算法的动态性能进行仿真。

第八章为总结与展望。

## 第二章

# 捷联惯性导航系统

本章介绍捷联惯性导航系统（SINS，简称捷联惯导系统）的基础知识。首先定义惯性测量单元并且给出惯性传感器的误差源；然后推导捷联惯性导航系统的运动学方程；最后在一定假设条件下推导捷联惯导系统的线性误差传播模型。

## 2. 1 惯性测量单元

一个惯性测量单元（IMU）是一个闭环系统，用来测量姿态、位置和速度。IMU一般安装在飞机或导弹上，通常将加速度计和角速度传感器（陀螺仪）组合在一起，可以得到飞行器的运动和位置信息。IMU通常指包括3个加速度计和3个陀螺仪构成的组合单元，加速度计和陀螺仪分别安装在相互垂直的测量轴上。加速度计的测量值称为比力<sup>[1-3]</sup>。通常IMU可测量飞行器当前加速度和姿态变化率（包括俯仰、滚转和偏航），然后积分得到从起始位置开始的总体变化。IMU通常存在累积误差，这是因为IMU不断将测量到的变化值加到当前位置上，测量值中的任何误差都会累积。

IMU是一个独立自主系统，它不需要额外的电磁信号输入，所以几乎可以在任何环境中工作（如在水下、室内和地下），另外，IMU不会像GPS一样容易受到干扰，与GPS相反，IMU可以提供很高的数据输出频率（约1kHz），这就使得IMU可以跟踪高动态机动过程<sup>[3]</sup>。

一方面，IMU误差会导致不断累积的导航误差，高精度的惯性

传感器以高昂的成本为代价，可以获得更加稳定的导航结果。另一方面，低成本的惯性传感器更加便宜，但精度不佳。其他系统，如 GPS（用于修正位置的长期漂移）、气压系统（用于修正高度）或本书提出的磁力计（用于姿态修正）可以对 IMU 进行一定程度的补偿。当然，只有姿态修正不能满足高精度导航需求的，但是姿态修正提高导航性能的较好途径，因为导航误差的主要影响因素是姿态性能<sup>[1]</sup>。考虑到大多数系统都有各自的缺点，这就需要对应的补偿方法进行修正。

IMU 的缺点是需要进行初始对准，惯性导航系统是一个基于推算的导航系统，通过对常微分方程的积分得到位置、速度和姿态信息。在没有初始信息的条件下，就不可能得到可接受的导航结果。文献 [8 – 10] 给出了几种基于导航平台的初始对准算法。

### 2.1.1 IMU 技术

惯性导航系统的基本传感器件按如下两种方式进行配置<sup>[1,2,8,11]</sup>：

- (1) 用伺服平台隔离载体的转动（稳定平台式）；
- (2) 直接固联在载体上（捷联式）。

现在已经逐渐退出历史舞台的平台式惯导系统、惯性传感器安装在一个由 3 个（或者 2 个）平衡环支撑的稳定平台上，来保证平台及其上面的惯性传感器相对某个惯性坐标系没有转动，或者以已知的转动速率相对某个已经建立的参考坐标系转动。

陀螺仪输出的是载体相对惯性空间的角速度，将该角速度发送给控制陀螺的力矩马达，控制平台相对参考坐标系保持稳定。因此，稳定平台上的加速度计就能测量载体相对于参考坐标系的比力。由于加速度计测量的是比力，也就是相对惯性坐标系的加速度与重力加速度的差，所以必须知道当地重力加速度的值并加到传感器的输出中去。补偿后的输出经过两次积分得到载体在参考坐标系的速度、位置信息，而且框架角提供的是载体相对参考坐标系的姿态。

态信息。在捷联惯导系统（SINS）中，惯性传感器固联到载体上，在导航计算机中建立数学平台，根据陀螺仪的测量计算载体相对于参考坐标系的姿态，然后对经过重力补偿的加速度计的输出进行分解，最后经过两次积分得到载体的速度和位置。SINS 相对于稳定平台式惯导系统的优点是不仅降低了成本、减轻了重量，并且没有了复杂的机械结构；缺点是计算量、计算复杂度增加，但随着现代计算机技术的发展，计算能力得到很大提高，所以这个缺点也就不存在了。在本书中，主要考虑捷联惯导系统。

早在 20 世纪 70 年代中期，由于计算能力能够实时完成虚拟参考平台的计算，捷联惯导系统开始崭露头角，捷联惯导系统与传统的平台式惯导系统相比更加可靠和便宜。

加速度计主要有以下两类：

- (1) 力回馈或摆式加速度计；
- (2) 振梁式加速度计。

陀螺仪的发展则显得更加多样化：

- (1) 早期的设计都包含安装在球或轴承上的金属转子；
- (2) 光学院陀螺是稍后才发展起来的一种新型陀螺仪，光学院陀螺内部具有反向旋转的激光束，根据激光在真空腔或光纤中的传播又分为环形激光陀螺（RLG）和光纤陀螺（FOG）；
- (3) 其他的设计有振动陀螺仪，振动陀螺仪采用不同形状的谐振器（杆、圆筒、环、半球），这些陀螺统称为哥氏振动陀螺仪。

目前，最先进的陀螺仪为采用 MEMS 技术的 MEMS 陀螺，MEMS 陀螺实现了真正的固态传感器结构。MEMS 陀螺中通常使用硅或石英材料，可以在一个集成电子芯片中形成一个完整的传感器。

传感器的性能通常通过一些特定的性能指标评判，例如零偏和比例因子的稳定性和重复性，或噪声（随机游走）<sup>[12]</sup>。具有相似性能的传感器由于采用了不同的传感技术而具有一系列的优点和缺点，这就使得传感器的选择变得十分困难。

最近，几乎所有的新应用都是捷联式（而不是平台式），而这些应用都对陀螺仪提出了一系列的性能需求，例如：陀螺仪标度因子的稳定范围、最大角速度、最小灵敏度以及高带宽。在许多应用中，对于精度和性能的提高并不是最亟需解决的问题，最大的问题是在满足性能指标的前提下如何降低成本、缩小体积。另外，小尺寸传感器使得制导、导航和控制技术能够应用到以前不可能应用的场合，（如炮弹、30mm 的子弹）。许多新的应用场合需要传感器具有高性能和低成本。近年来，3 种主要的惯性传感技术已经能够应用于军事（和商业）领域，分别为环状激光陀螺（1975 年）、光纤陀螺（1985 年）和 MEMS 陀螺（1995 年）。RLG 进入市场时，主导的产品是旋转质量陀螺（如速率陀螺）、单自由度积分陀螺和动力调谐陀螺，因为 RLG 能够满足捷联惯导的需求而得到发展，RLG 主要适用于高动态的军事应用。

借助通信产业相关技术的推动，光纤陀螺（FOG）作为 RLG 在低成本领域的备选方案而得到发展，目前 FOG 在性能和成本方面都达到甚至超越 RLG，这就使得它在许多军事和商业应用上都具有更大的竞争力。然而，除了在降低成本方面的优势，FOG 并不能真正使其在许多新的军事能力上都超越原本使用 RLG 的系统。减少尺寸和成本方面的努力最终集中在发展更小路径长度的 RLG 和更短光纤长度的 FOG。MEMS 惯性传感器具有许多新军事运用需要的优点：小尺寸、高强度和非常低的成本。这意味着，许多新的应用场合都能够包含惯性系统，这在 MEMS 技术发展起来之前是不可思议的<sup>[11]</sup>。

## 2.1.2 IMU 误差模型

在现有的文献中，为 IMU 的输出定义了 20 多种不同类型的误差<sup>[10,11]</sup>。然而从系统角度出发，其中大部分误差并不需要我们关心。这是因为在 IMU 的实际使用过程中，不同的误差综合影响 IMU

的输出，并不能以 IMU 的原始输出值为观测来区分出各误差源的影响。为了对各误差源进行归类，就要进行一些特殊的分析方法（如艾伦方差分析），但显然这些方法都不能进行实时分析。因此，在本书的研究中，根据对 IMU 输出的影响将 IMU 的实际误差进行了分类。对那些具有相似输出特性的误差，基于其中的主要误差源建立一种模型。例如，忽略传感器的量化误差，而它们对传感器输出的影响通过调整所建立模型中随机游走的方差来体现。这是因为不可能根据以等速率记录的传感器的输出来区分这两种误差。

零偏和标度因子误差是惯性传感器最主要的误差源。根据 IEEE 标准，惯性传感器的零偏定义为在特殊的操作条件下，与输入的加速度和转动无关的输出在某一时间段内的平均值。标度因子是指输出量的变化值与需要测量的输入量的变化值的比值。零偏和标度因子的误差都具有以下部分或全部的特征：固定项、温度相关项、逐次启动项、随机项。误差的固定项会在传感器工作过程中一直存在，并且是可预测的。大部分温度因素引起的误差都可以通过适当的标定方法进行修正。逐次启动误差在传感器每次开始运行时都不一样，但是一旦传感器开启后都保持不变，因此，它们可以通过实验室标定或者在导航过程中估计得到。工作过程的随机误差由于对动态变化和振动敏感，是不可预测的，并且在传感器工作的整个过程都在不断变化。启动后的随机误差无法用确定的模型从测量值中移除，应该用一个随机过程建模，如随机游走过程或高斯马尔科夫过程。

交叉耦合误差是传感器对与参考输入轴相垂直的轴向输入的敏感。它是由于传感器敏感轴非正交产生的，单位为  $10^{-6}$  (parts per million)。对于低成本的 MENS INS，交叉耦合误差相对其他误差源来说比较小，可以忽略。

陀螺仪/加速度计的偏置在特定时间段、特定操作下，与输入的加速度和旋转无关是加速度计/陀螺仪输出值的平均值。陀螺仪

的偏置的单位为度每小时 ( $^{\circ}/h$ ) 或弧度每秒 ( $rad/s$ )，加速度的偏置单位为米每平方秒 ( $m/s^2$ )。总体说来，偏置由两部分组成：确定部分和随机部分。确定部分通常被称为零偏，与惯性传感器测量时的阈值有关，是可以由标定得到的确定值。随机部分称为漂移偏差，与惯性传感器的误差随时间积累的速率有关。漂移偏差和传感器输出的不确定性在本质上是随机的，应该用随机过程来建模。偏置误差可以根据参考值来降低，但是它们与测量范围和误差类型有关。

除了上面介绍的，对陀螺仪或加速度计来说，还有另外两种特性来描述传感器偏差。第一个是偏差不对称性，定义为输入为正和负时，偏差的差别，单位为  $(^{\circ})/h$  或  $m/s^2$ 。第二个是偏差不稳定性，为偏差的随机变化，在某一时间段，以指定的有限采样周期获得的采样值的平均计算得到。这个非静态过程由一个  $1/f$  的功率谱密度描述，单位分别为  $(^{\circ})/h$  或  $m/s^2$ 。

标度因子是测量值变化与输入值变化的比值。标度因子通常用直线的斜率来评估，该直线由最小二乘法对输入输出数据拟合获得。标度因子误差本质上是确定性的，可以通过标定来确定。对陀螺仪或加速度计来说，标度因子不对称性定义为输入正和负时标度因子的差别，规定为整个输入范围内标度因子的一部分。标度因子不对称表明输入输出函数的斜率在零点是不连续的，必须和其他的非线性区别开。在一些惯性传感器的设计中，标度因子本身在整个测量范围内并不是一个常数。例如，非线性弹簧会导致标度因子随加速度的变化而变化，这种变化就是大家熟知的标度因子非线性，如果不进行补偿，将导致指示的加速度/角速度的误差与实际的加速度/角速度的平方（或更高阶）成比例。

标度因子的稳定性是惯性传感器对角速度（或加速度）在不同角速度（或加速度）时都能准确敏感的能力，也是标度因子的评判指标之一。标度因子稳定性反映了标度因子随温度的变化和重复性