

# 走进优化之门：运筹学概览

马良 刘勇 魏欣 著

 上海人民出版社

# 走进优化之门：运筹学概览

马良 刘勇 魏欣 著

上海人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

走进优化之门:运筹学概览/马良,刘勇,魏欣著

—上海:上海人民出版社,2017

ISBN 978-7-208-14498-9

I. ①走… II. ①马… ②刘… ③魏… III. ①运筹学  
IV. ①022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 111908 号

责任编辑 曹怡波

封面设计 张志全工作室

走进优化之门:运筹学概览

马良 刘勇 魏欣 著

世纪出版集团

上海人民出版社出版

(200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.co)

世纪出版集团发行中心发行 常熟市新骅印刷有限公司印刷

开本 720×1000 1/16 印张 9 插页 2 字数 127,000

2017 年 6 月第 1 版 2017 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-208-14498-9/O·3

定价 48.00 元

## 序

运筹学诞生于第二次世界大战时期的英国,战后在美国发展起来,并从军事领域延伸到民用领域,在企业经营、生产管理、工程设计、经济规划、交通运输、能源开发、城市布局、环境保护、农田种植、科学实验等各个方面,获得了大量富有成效的应用。

运筹学是研究如何合理运用、安排各种资源(如人力和物力等),以寻求尽可能好的决策方案的一门综合性学科,其目的是为决策者作出最佳决策和行动方案提供科学依据。

运筹学作为管理科学与工程、系统工程、应用数学等一系列学科领域里的基础理论和思想方法,几十年来被广泛应用于社会经济的各行各业。目前,已成为大专院校中管理类专业最基本的核心课程,也是许多理工类专业的重要专业基础课。并且,随着人类科学技术的不断发展,在学科范畴上,也已发展起相当庞大的运筹科学体系,对相关科技领域以及国民经济发展都有着极其重要的方法论意义。

由于我国自 20 世纪 50 年代引入运筹学以来,该学科的传授脉络基本一直局限在高校系统,各种教科书的层次也都要求学习者具备相应的数学基础(高等数学、线性代数和概率论),给一般读者造成了较大障碍。且面向广大普通读者的运筹学科普书极其匮乏,以致不少实际工作者根本不知运筹学为何物,极大地影响了运筹学思想与方法的普及、推广与应用。

本书旨在立足于初等文化程度要求,将读者引入运筹学领域,用较为浅易的方式,建立基本的优化思想方法概念,使更多的普通公众能了解运筹学乃至运用

运筹学的思想方法来解决日常生活和工作中的优化问题。鉴于本书目的主要是科普,细节内容时有省略,读者如欲进一步学习,可参考相关的大学运筹学教科书。

感谢国家自然科学基金项目(71401106)、教育部人文社科规划基金项目(16YJA630037)、上海市高原学科建设项目和上海高校青年教师培养资助计划项目(ZZsl15018)对本书的支持!

参与本书部分工作的还有张惠珍(副教授),在此一并致谢。

作者

2017年2月20日

## 目 录

第一章	历史渊源:第二次世界大战的副产品 .....	001
第二章	计划的重要:用线性规划武装起来 .....	014
第三章	物流需要科学:运输问题 .....	031
第四章	自然数带来的困惑:整数规划 .....	038
第五章	神奇的 0.618:黄金分割法 .....	046
第六章	小学生也能掌握的数学:图论 .....	055
第七章	日常出行的优化:最短路问题 .....	074
第八章	管理就是决策:诡异的决策论 .....	088
第九章	对抗还是合作? 对策论/博弈论 .....	099
第十章	计算机软件:面向应用之路 .....	123
参考文献	.....	136

## 第一章 历史渊源：第二次世界大战的副产品

### 第1节 发展历史概述

#### 一、早期萌芽

运筹学的早期朴素思想在东西方都各有其雏形,如:公元前3世纪,阿基米德制定抵制罗马海军的围城计划,体现了当时西方人的运筹智慧;而我国春秋时期著名军事家孙武留下的《孙子兵法》则是最早体现中国古代军事运筹思想的经典著作;战国时期的孙臧帮助齐将田忌赢得赛马胜利的故事业已成为一个脍炙人口的著名范例(可参看《史记·孙子吴起列传》);另外,当时的“围魏救赵”等著名事件都充分体现了选择最佳时机、集中优势兵力、以小制大的运筹思维;公元前3世纪的楚汉相争,为汉高祖刘邦造就了一位“运筹帷幄之中,决胜千里之外”的著名谋士张良,为西汉王朝的创建立下了不朽功勋;三国时期的赤壁之战,给后人留下了诸葛亮、周瑜等人于“谈笑间,檣櫓灰飞烟灭”中以弱胜强的又一个不朽战例;北魏时期由贾思勰写成的《齐民要术》一书,不仅是我国古代农业科学的杰出著作,也是一部蕴含丰富运筹思想的宝贵文献。

这里,讲述一个中国历史上著名的“丁谓建宫”故事。

大约1000年前,我国北宋真宗年间,国都开封遭遇一场火灾,一夜之间,华丽的宫室楼台殿阁亭榭成了一片废墟。于是,宋真宗派丁谓主持全面修缮工程。由于皇宫位于国都腹地,人口密集,交通拥挤,且皇城属于砖木结构,建筑材料须从别处通过汴水运来,外加时间紧迫,工程难度极大。面对这项重大任务,丁谓必须解决三大问题:1.须将大火留下的大量废墟垃圾进行清理;2.须运进大批的木、石等建筑材料;3.要有大量的新土供施工使用。同时,在施工过程中,还不能影响城内

祥符中禁中火時丁晉公主營復宮室。患取土遠。公乃令鑿通衢。取土成巨塹。乃決泮水入塹中。引諸道竹木排筏及般運雜材。盡自塹中入至宮門。事畢。却以斥棄壤實於塹中。復爲街衢。一舉而三役濟。計省費以億萬計。

使以爲竒。輒載與之。齊將田忌善而客待之。忌數與齊諸公子馳逐。重射。孫子見其馬足不甚相遠。馬有上中下輩。于是孫子謂田忌曰。君弟重射。臣能令君勝。田忌信然。之與王及諸公子逐射。千金及臨質。孫子曰。今以君之下馬與彼上馬。取君上馬與彼中馬。取君中馬與彼下馬。既馳三輩。畢而田忌一不勝。而再勝。卒得王千金。于是

图 1.1 《史记·孙子吴起列传》  
相关片段(四库全书版)

图 1.2 《梦溪笔谈之补笔谈》  
卷二·权智(商务印书馆  
民国二十六年版)



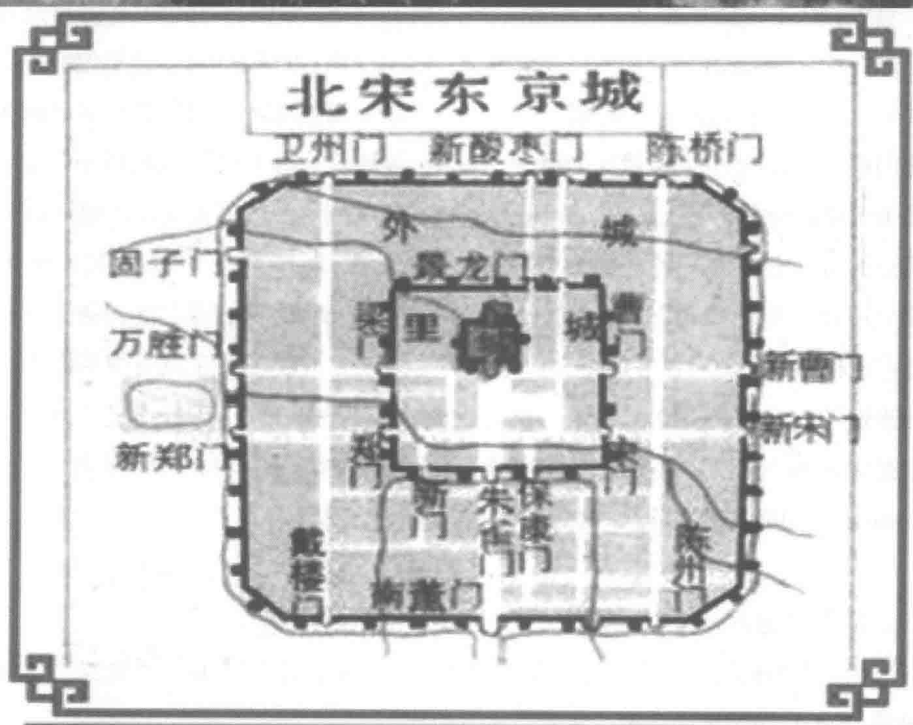
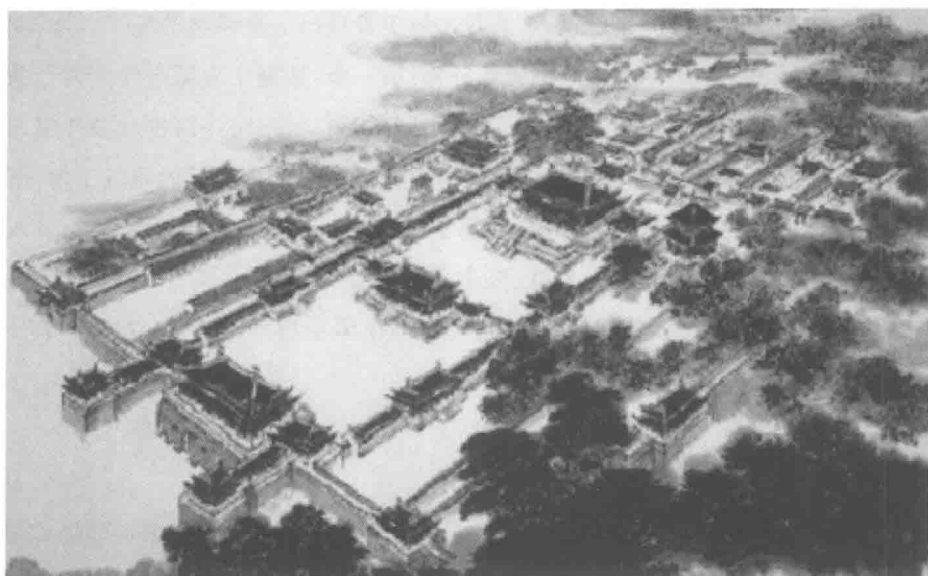


图 1.3 北宋皇城图

的交通和生活秩序。经反复思索,丁谓等人终于设计出一套科学的施工方案,圆满地解决了问题。他们的施工方案大致分为:第一步,从施工现场向外挖若干条大深沟,将挖出来的土作施工备用,解决新土问题;第二步,将汴河水从城外引入新沟,利用新沟形成一条水上运输线,木料、石料等用木排和船运进建筑工地,解决运输问题;第三步,建筑材料备好后,将大沟中的水排出,并把废墟垃圾填入沟中,使大沟重新成为平地。于是,整个工程巧妙地解决了取土之难、运输之难、清场之难,可谓“一石三鸟”,使皇城重建工作事半功倍,体现了运筹学的朴素思想。

## 二、相关前期理论与技术

早在运筹学诞生之前,数学上就已经出现了一系列可以视作是某种铺垫的相关思想和技术。1738年,D.Bernoulli最早提出了“效用”的概念,并以此作为决策的标准。1777年, Buffon发现了用随机投针试验来计算 $\pi$ 的方法,这是随机模拟方法(Monte-Carlo法)最古老的试验。1896年,V.Pareto首次从数学角度提出多目标优化问题,并引进了 Pareto 最优的概念。1909年,丹麦电话工程师 A.K.Erlang开展了关于电话局中继线数目的话务理论的研究,并发表了将概率论应用于电话话务理论的研究论文“概率论与电话会话”,开排队论研究的先河。1912年,E.Zermelo率先用数学方法来研究对策问题。1915年,F.W.Harris对商业库存问题的研究是库存论模型最早的工作。1916年,F.W.Lanchester发展起了关于战争中兵力部署的理论,这是现代军事运筹最早提出的战争模型。1921年,E.Borel引进了对策论中最优策略的概念,对某些对策问题证明了最优策略的存在。1926年,T.H.Boruvka最早发现了拟阵与组合优化算法之间的关系。

## 三、运筹学的诞生

尽管原始的运筹学思想起源甚至可以追溯到古老的年代,但真正意义上的运筹学,一般认为是诞生在第二次世界大战初期。

1935年,德国的空中力量对英国构成了日益严重的威胁,当时,英国所面临的

一个迫切的任务就是如何把极其紧缺的资源更为有效地应用于军事活动中,因此,军事部门集中了一大批各学科的专家,研究用科学的方法处理各种军事战略和战术上的问题。

1940年,英国最早组成了从事军事“作业研究”(Operational Research)或“运作分析”的被称为“Blackett 马戏团”的研究小组,由 Manchester 大学教授、物理学家 P.M.S.Blackett 领导,该运筹小组由三位生理学家、两位数学物理学家、一位天体物理学家、一位陆军军官、一位测量员、一位普通物理学家和两位数学家组成,并由此初步形成了现代意义上的运筹学。

1941年,希特勒为实施在英伦三岛登陆的计划,命德国空军轮番对英国狂轰滥炸。当时英国皇家空军以一比七的数量劣势迎战,为尽可能使飞机处于飞行状态,空军司令部规定保持 70% 的飞机在空中巡逻。由于飞机(飞行员)的损失以及维护需要,该决策的后果是:在空中飞行的飞机越来越少。那么,究竟保持多大比例的飞机巡逻才能维持持久作战呢? 运筹小组的数学家、物理学家纷纷研究这个问题。出乎意料的是,问题却被一个生物学家解决了。他按照计算生物平均寿命的方法,利用飞机飞行时间、维修时间、空战特点以及飞机被击落击损等数据,得到的结论是:仅需保持 35% 的飞机在飞行状态,就能使全部飞机的飞行战斗时间最多。这个出色的研究成果,最终为不列颠之战的胜利作出了贡献。

1942年,加拿大皇家空军组织了 3 个小组,并采用运筹学思想来为战争服务。同年,在美国也出现了类似的研究组织,并将他们的工作命名为“Operations Research”。这些军事运筹研究小组的工作从雷达系统的运行开始,一直到战斗机群的拦截战术,空军作战的战术评价,在建立有效的空防预警系统,反潜战中深水炸弹的效能研究,护航舰队保护商船队的编队等问题上都起了十分重要的作用,对英美等国赢得英伦三岛空战、太平洋岛屿战以及北大西洋战争的胜利都作出了重要的贡献。

1944年初,为帮助美国海军在连接大西洋和地中海的直布罗陀海峡封锁过往的德军潜艇,美军运筹小组提出了一种“屏障巡逻”的飞行战术。在深水航道的最窄处划出一个 4 英里长、1 英里宽的长方形,用 2 架飞机保持在长方形两边线的对



图 1.4 直布罗陀海峡位置图 1



图 1.5 直布罗陀海峡位置图 2

称位置上,同时以 115 英里/小时的速度绕长方形飞行。如此,可以保证在长方形的每一点上,每隔 3 分钟就有一架飞机巡逻通过。当有潜艇通过该区域时,巡逻的飞机至少有两次发现机会。于是,在短短三个星期内,盟军击沉击伤德军潜艇 3 艘,自己无一伤亡。

可以看出,二战时期的运筹学主要就是为了应付迫在眉睫的战争运行问题而诞生的,但却为运筹学这门新兴学科的萌芽和发展作出了不可磨灭的历史性贡献。

运筹学从创建时期开始起就表现出其理论与实践结合的鲜明特点,在它的发展过程还充分表现出多学科的交叉结合,物理学家、化学家、数学家、经济学家、工程师等联合组织成研究队伍,各自从不同学科的角度出发,提出了各自对实际问题的认识和见解,促使解决大型复杂现实问题的新途径、新方法、新理论更快地形成。

#### 四、运筹学的发展

1939 年,苏联的 Л.В.КАНТОРОВИЧ 基于其对生产组织的研究,写成《生产组织与计划中的数学方法》一书,是最早将线性规划应用于工业生产问题的经典著作。1944 年,J.Von Neumann 与 O.Morgenstern 的《对策论与经济行为》一书出版,标志着公理化对策论的形成,也为近代决策效用理论奠定了数学基础。1946 年,Von Neumann 等人在电子计算机上模拟了中子连锁反应,并称之为 Monte-Carlo 方法(也称随机模拟法)。1947 年,G.B.Dantzig 提出了单纯形方法,使得线性规划迅速成为一个独立的分支。1948 年,英国运筹学会成立。

第二次世界大战胜利后,美英各国不但在军事部门继续保留了运筹学的研究核心,而且在研究人员、组织的配备及研究范围和水平上,都得到了进一步的扩大和发展,同时,运筹学方法也向政府和工业等部门扩展。随着战后社会的发展与经济的繁荣,很多从事军事运筹学研究的科学家转向工业和经济发展等新的领域。

1949 年,著名的兰德公司成立。1951 年,P.M.Morse 和 G.E.Kimball 出版了对战时整个运筹学工作作系统专业总结的著作《运筹学方法》(*Methods of Operations Research*)。

1952年5月,美国运筹学会成立,并创刊 *Operations Research* 杂志。1953年, D.G.Kendall 发表的排队论经典论文,标志着现代排队论分支的形成。R.Bellman 提出动态规划并阐述了最优化原理。L.S.Shaply 研究了 Markov 决策过程。J.Kiefer首次提出优选的分数法与 0.618 法(黄金分割法)。1956年,法国运筹学会成立。1957年5月,日本运筹学会成立。1958年,美国杜邦公司在生产中首先运用 CPM(关键路线法),同时,PERT(计划评审技术)也独立地在美国海军北极星潜艇项目中开始发展起来。1959年,国际运筹学联合会(IFORS)正式成立。

到20世纪50年代末,很多标准的运筹学方法,如动态规划、排队论、存储论等都已发展得相对成熟。促进这一时期运筹学蓬勃发展的另一因素是计算机技术的发展,因为运筹学中很多复杂问题需要大量的计算,通常情况下,这些计算用手工进行处理几无可能,因此,能够快速应对大量计算任务的计算机的出现和发展,极大地促进了运筹学的成长与发展。

运筹学引进中国是20世纪50年代中期由钱学森等前辈首倡的,并先后用过“统筹学”、“作业研究”、“运作研究”、“操作研究”等名称。1955年,借用《史记》中的“运筹帷幄之中,决胜千里之外”,我国正式采用了“运筹学”的译名。1957年,经钱学森倡导,成立了由许国志领导的国内第一个运筹学研究组,从此在我国开始了现代运筹学的研究。在1959年至1960年间,著名数学家华罗庚先后几次在《人民日报》和《光明日报》上发文,普及和宣传运筹学。此后,一大批中国学者在推广运筹学及其应用作了大量工作,并取得了出色成绩,在世界上也产生了一定的影响。1980年,中国数学会运筹学会成立(后于1991年升格为独立的一级学会“中国运筹学会”)。

经过近50年的发展,目前的运筹学已成为一个门类齐全、理论完善、有着重要应用前景的综合性、交叉性学科。

## 第2节 学科性质与分支

### 一、学科性质

英国运筹学会曾经对运筹学给出如下定义:

“运筹学是运用科学的方法,解决工业、商业、政府和国防事业中,由人、机器、材料、资金等构成的大型系统管理中所出现的复杂问题的一门学科。它的一个显著特点是科学地建立系统模型和对机会与风险的评价体系去预测和比较不同的决策策略与控制方法的结果,其目的是帮助管理者科学地确定其政策和行动。”

美国运筹学会则给出一个更为简单的定义:

“运筹学是一门在紧缺资源的情况下,如何设计与运行一个人—机系统的决策科学。”

P.M.Morse 和 G.E.Kimball 将运筹学定义为:

“为决策机构在对其控制下的业务活动进行决策时,提供以数量化为基础的科学方法。”

此外,在一些教科书中还有其他一些定义,如:“运筹学是一门应用科学,它广泛应用现有的科学技术知识和数学方法,解决实际中提出的专门问题,为决策者选择最优决策提供定量依据。”等等。

从这些定义不难看出,运筹学具有如下几个明显特点:

1. 以研究事物内在规律,探求把事情办得更好的一门事理科学。
2. 在有限资源条件下,研究人—机系统各种资源使用最佳化的一种科学方法。
3. 通过建立系统的数学模型,进行定量研究的一种分析方法。
4. 是多学科交叉,解决系统总体优化的系统方法。
5. 是解决复杂系统活动与组织管理中出现的实际问题的一种应用理论与方法。
6. 是评价、比较决策方案优劣的一种数量化决策方法。

运筹学主要包含三大部分:模型、理论和算法。无论是早期解决二战中的兵力部署和武器调配,还是生产组织问题或交通、通讯问题,相关领域的运筹学工作者都建立了各种各样的模型,在这些模型下逐步建立了比较完整的理论体系,提出了求解相应问题的各种类型的算法。

经过 60 多年的发展,运筹学已逐步形成了一套系统的解决和研究实际问题的

方法,大致可概括为以下几个阶段:

1. 构建所关心问题的数学模型,将一个实际问题表示为一个运筹学问题。
2. 分析问题(最优)解的性质和求解问题的难易程度,寻求合适的求解方法。
3. 设计求解相应问题的算法,并对算法的性能进行理论分析。
4. 编程实现算法,并分析模拟数值结果。
5. 判断模型和解法的有效性,提出解决原始实际问题的方案。

这些阶段并不是相互独立的,也决非依次进行的。对于模型的开发是一种连续的研究、开发、分析、改进的过程,是一个原型化和呈螺旋状发展的过程,而不是一个单个事件。

总之,科学性、综合性、系统性和实践性是运筹学这门学科的四大大特点。当然,运筹学也有其自身的弱点和局限性,主要问题是,在建立数学模型时,为了能够进行数学上的处理,常常要对实际情况进行简化或假设,因此,如果这种简化超过一定限度,就会使模型偏离实际,从而失去实用价值。

## 二、运筹学与系统工程

随着人类各种活动的日益多样化、复杂化和高级化,为实现某些目标,往往需要大量的人与设备等资源的高度组织和配合,这种组织的集合体就是实现特定目标的人造系统或复合系统。在这样的系统中,包含着人和物的多层次复杂关系,它们之间相互作用、相互影响、相互制约。如果把它们机械地凑合在一起,系统只能是个别事物的集合,丧失了应有的功能而成为一堆废物。如果将它们有机地组合起来,协调它们之间的关系,使系统中各元素、各部分不仅完成本身应担负的任务,还与其他元素和部分最有效地配合,以最佳的方式达到整个系统的目标。

系统工程学就是为了研究多个子系统构成的整体系统所具有的多种不同目标的相互协调,以期系统功能的最优化,并最大限度地发挥系统组成部分的能力而发展起来的一门科学。它是一种设计、规划、建立一个最优化系统的科学方法,是一种为了有效地运用系统而采取的各种组织管理技术的总称。



早在几千年前,系统工程的思想就已经在埃及的金字塔、中国的都江堰水利工程等项目实施中有所体现,但近代的系统工程可以认为是在19世纪初才起源于美国的。美国的贝尔电话公司于1940年正式采用了“系统工程”的名称,他们在发展美国微波通讯网时应用了一套系统工程的方法论,并取得了良好效果。二次世界大战期间出现的运筹学,更为系统工程奠定了理论基础,并提供了解决实际问题的有效方法。

运筹学与系统工程的关系极为密切,它是系统工程的主要理论基础。早期的有关系统工程理论的教科书大多都以教授运筹学为其主要内容,尽管20世纪90年代以后,系统工程中结构化模型技术、系统分析、系统评价、系统仿真等技术已发展得较为成熟而自成体系,但运筹学的各个分支仍然是处理系统优化的主要技术手段。

就广义理解,运筹学与管理科学/决策科学、系统科学/系统工程、工业工程/工程管理、运作管理等都有着密切的联系,甚至在一些国家和地区,运筹学与管理科学以及系统工程都没有特别明确的区分。如果按狭义理解,则运筹学就仅仅是所谓的运筹数学,包含了规划论、对策论等具体优化技术。

### 三、运筹学的主要分支

运筹学是由解决不同领域优化问题的理论与方法构成的,其主要分支有:

1. 规划论:这是运筹学的一个主要分支,包括线性规划、非线性规划、整数规划、目标规划、动态规划等。它是在满足给定约束条件下,按一个或多个目标来寻找最优方案的数学方法,其应用领域十分广泛,在工业、农业、商业、交通运输业、军事、经济计划和管理决策中都可以发挥重要作用。

2. 图论与网络优化:图是研究离散事物之间关系的一种分析模型,具有形象化的特点,因此更容易为人们所理解。由于求解标准网络模型已有成熟的特殊解法,在解决交通网、管道网、通讯网等方面的优化问题上具有明显的优势,因此,其应用领域也在不断扩大。

3. 决策论:这是为了科学地解决带有不确定性和风险性决策问题所发展的一