模糊量词及其积分语义

张小红　折延宏　著

科学出版社

模糊量词及其积分语义

张小红　折延宏　著

科学出版社
北京

内 容 简 介

模糊量词(语言量词)是指“大多数”“少数”“大约十个”“不多几个”等表示不确切数量的语言成分，它是一个跨学科的研究方向，涉及数学、逻辑学、语言学、计算机科学、智能科学、决策科学等领域. 近年来，随着以模糊数学为代表的不确定性数学理论的发展，模糊量词的研究取得了一些新进展. 本书以模糊集理论为基础，系统论述模糊量词研究的若干新成果，特别是基于模糊测度(非可加测度)及模糊积分(非线性积分)的模糊量词模型，并涉及这些模糊量词理论的若干应用问题及应用实例.

本书适合于从事应用数学、智能信息处理、计算机科学与技术、语言与逻辑学、数据分析与挖掘、管理决策等领域研究工作的科技人员、研究生学习和参考.

图书在版编目(CIP)数据

模糊量词及其积分语义/张小红，折延宏著. —北京：科学出版社，2017.6

ISBN 978-7-03-053480-4

Ⅰ.①模…　Ⅱ. ①张…　②折…　Ⅲ.①汉语–数量词–研究　Ⅳ.①H146.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017) 第 136625 号

责任编辑：陈玉琢 / 责任校对：张凤琴
责任印制：张　伟 / 封面设计：陈　静

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

北京建宏印刷有限公司印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2017 年 6 月第　一　版　开本：720 × 1000 B5
2017 年 6 月第一次印刷　印张：21 1/2
字数：420 000

定价：128.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前 言

和大多数普通读者一样, 作者最初对 “量词” 的认识非常有限, 且一直有个疑问: 语文课上讲过 “量词”, 逻辑课上讲过 “全称量词” 和 “存在量词”, 它们到底有啥区别呢? 后来, 研究模糊逻辑以及人工智能的逻辑基础问题时, 知道了模糊量词 (语言量词)、广义量词等术语. 与此同时, 在多次讲授模糊数学课程的过程中, 逐渐对模糊测度及模糊积分的内容产生了兴趣. 恰好在这个时候, 应明生教授关于应用 Sugeno 积分处理语言量词 (模糊量词) 的论文在*Artificial Intelligence*上发表, 其内容正好将前述两个主题巧妙地结合起来了, 因而自然地引起了作者的浓厚兴趣.

通过学习和研究, 作者知道了模糊量词 (语言量词) 是一个非常有趣的研究领域, 涉及多个学科, 比如数学、逻辑学、语言学、计算机科学、人工智能等; 同时, 模糊量词的积分语义, 不仅有重要的理论价值, 而且有广泛的应用价值, 比如可应用于自然语言处理、信息检索、数据归并、模糊查询、智能决策、不确定性推理等方面. 经过一段时间的学习和探索, 逐渐积累了一些研究素材和成果. 由于到目前为止, 还没见到这一主题的著作出版, 因而就有了撰写这本专著的计划.

撰写本书的工作起始于 2010 年, 由于作者一直对书稿内容不太满意、总觉得不够成熟和充实, 再加上研究兴趣的转移、工作任务的繁杂等种种原因, 致使此书的出版工作被一拖再拖. 后来, 折延宏博士的加盟 (他撰写了 6.2~6.3 节及 7.2 节), 促进了书稿的完善. 在此, 感谢折博士给予的良好合作! 同时, 在作者从事该领域研究工作的过程中, 应明生教授、徐扬教授、李永明教授、王三民教授、D. Dubois 教授 (法国 Université Paul Sabatier)、崔丽聪博士 (美国肯塔基大学)、M. Pereira-Fariña 博士 (西班牙 University of Santiago Compostela) 等先后给予了宝贵的支持和帮助, 我国模糊数学领域著名学者汪培庄教授、美国内布拉斯加大学 (University of Nebraska, Omaha)Z.Y.Wang 教授、深圳大学王熙照教授、加拿大 Regina 大学 Y.Y.Yao 教授、香港理工大学 Ka-fat Chow 博士等对初稿提出了修改意见, 作者指导的硕士研究生曾旭、郑岳、徐振国等直接参与了此方向的研究工作, 在此谨向他们表示衷心感谢! 本专著得到国家自然科学基金 (项目编号: 60775038、61175044、61573240)、陕西省自然科学基础研究计划项目 (项目编号: 2014JQ1032) 以及上海海事大学、陕西科技大学多个项目经费的资助, 谨在此一并致谢!

虽然作者尽了最大努力, 但毕竟这是第一本专门论述模糊量词及其积分语义的

著作, 没有现成的经验和章法可循, 疏漏之处在所难免, 敬请广大读者批评指正 (作者联系方式: zxhonghz@263.net).

张小红
2016 年 12 月

主要符号说明

$\forall$	全称量词
$\exists$	存在量词
Q 或 Q_X	语言量词 (模糊量词)
U 或 X	论域
2^X 或 $P(X)$	X 的幂集
$F(X)$	X 上所有模糊集构成的分明集合
μ_A	模糊集 A 的隶属函数
$\Sigma Count(A)$	模糊集 A 的势 (数量基数)
$FGCount(A)$	模糊集 A 的一种模糊基数
$FECount(A)$	模糊集 A 的一种模糊基数
$\max$ 或 $\vee$	实数的 "取大"
$\min$ 或 $\wedge$	实数的 "取小"
$\vee$ 或 $\sup$	格中的上确界
$\wedge$ 或 $\inf$	格中的下确界
$\vee$	逻辑中的 "或"
$\wedge$ 或&	逻辑中的 "与"
$\rightarrow$	逻辑中的 "蕴涵" "衍推", 或数学中的 "映射"
$\otimes$	三角模 (t-模) 或剩余格中的乘法运算
$\neg$ 或 $\sim$	逻辑中的 "非" 或 "否定"
$\overset{\text{def}}{=}$ 或 $:=$	表示 "定义为"
$\vdash$	逻辑形式推演中的定理
$\models$	逻辑中重言式或有效式
$\bigcap$、$\bigcup$	集合的交、并
$\preceq$、$\succeq$	直觉模糊数之间的小于等于、大于等于
$\preccurlyeq$、$\succcurlyeq$	区间直觉模糊数之间的小于等于、大于等于
$\mathcal{L}^{(\mathbf{Iv})}$	所有区间数构成的集合
$\mathcal{L}^{(\mathbf{Iu})}$	所有直觉模糊数构成的分明集合
$\mathcal{L}^{(\mathbf{IvIu})}$	所有区间直觉模糊数构成的分明集合
$\int_X h \circ m$	基于模糊测度 m 的 Sugeno 积分, X 可省略

$\int_X^{(\mathrm{TS})} h \circ m$	基于模糊测度 m 的 t-模基 Sugeno 积分, X 可省略
$\int_X^{(\mathrm{C})} h \circ m$	基于模糊测度 m 的 Choquet 积分, X 可省略
$\int_X^{(\mathrm{IvS})} h \circ m$	基于区间模糊测度 m 的 Sugeno 积分, X 可省略
$\int_X^{(\mathrm{IvC})} h \circ m$	基于区间模糊测度 m 的 Choquet 积分, X 可省略
$\int_X^{(\mathrm{IuS})} h \circ m$	基于直觉模糊测度 m 的 Sugeno 积分, X 可省略
$\int_X^{(\mathrm{IuC})} h \circ m$	基于直觉模糊测度 m 的 Choquet 积分, X 可省略
$\int_X^{(\mathrm{IvIuS})} h \circ m$	基于区间直觉模糊测度 m 的 Sugeno 积分, X 可省略
$\int_X^{(\mathrm{IvIuC})} h \circ m$	基于区间直觉模糊测度 m 的 Choquet 积分, X 可省略
$\mathbf{L_q}$	基于 Sugeno 积分语义的一阶逻辑系统
$\mathbf{L_q^{(IvS)}}$	基于区间 Sugeno 积分语义的一阶逻辑系统
$\mathbf{L_q^{(IuS)}}$	基于直觉 Sugeno 积分语义的一阶逻辑系统
$\mathbf{L_q^{(IvIuS)}}$	基于区间直觉 Sugeno 积分语义的一阶逻辑系统
$\mathbf{L_q^{(C)}}$	基于 Choquet 积分语义的一阶逻辑系统
$\mathbf{L_q^{(IvC)}}$	基于区间 Choquet 积分语义的一阶逻辑系统
$\mathbf{L_q^{(IuC)}}$	基于直觉 Choquet 积分语义的一阶逻辑系统
$\mathbf{L_q^{(IvIuC)}}$	基于区间直觉 Choquet 积分语义的一阶逻辑系统
$f^{\rightarrow}$	映射 f 的模糊扩展映射
$f^{\rightarrow} \restriction \mathcal{F}$	f 的模糊扩展映射在 $\mathcal{F}$ 上的限制
Wff	逻辑形式系统中的合式公式之集合
$T_I(\varphi)$	公式 φ 在解释 I 下的赋值
(U, R)	粗糙近似空间
$R \downarrow A$	Pawlak 粗糙下近似
$R \uparrow A$	Pawlak 粗糙上近似
$R \downarrow_u A$	变精度粗糙下近似
$R \uparrow_l A$	变精度粗糙上近似
$R \downarrow_{Q_u} A$	模糊量化粗糙下近似
$R \uparrow_{Q_l} A$	模糊量化粗糙上近似
$\langle 1\rangle$或$\langle 1,1\rangle$或$\langle 1^n,1\rangle$	模糊量词、广义量词的型

目 录

第 1 章　模糊量词概述

1.1　什么是量词

1.1.1　容易混淆的两种含义

在人类的知识探求中, 数量关系是最重要的研究课题之一. 除了数学外, 各门自然科学乃至某些社会科学的研究目标也是探求存在于自然或社会现象中的数量关系. 人们如何表达数量关系? 除了使用数学公式外, 还必须使用自然语言中的各种 “量词”(quantifier), 例如数学上经常用到的 “唯一一个”“奇数个”“可数无限个”, 等等. 除了这些在数学或自然科学上专门用到的量词外, 在日常语言中还会使用其他量词, 例如 “所有事物”“大多数人”“很多”“整整一半”“几乎没有”“多于七成”“三至七个”, 等等. 可以说, 量词是在语言学研究中与数学关系最密切的课题.

读者最初接触 “量词” 这一术语, 很可能来自汉语语法, 因此 “量词” 通常被理解为：用来表示人、事物或动作的数量单位的词, 比如 “一个人”“两只梨” “三本书” 中的 “个”“只”“本”(这些量词是名量词), “去一趟”“看两遍”“做三次” 中的 “趟”“遍”“次”(这些量词是动量词) 等.

本书讨论的 “量词” 与汉语语法上讲的前述含义完全不同! 首先, 两种不同含义的 “量词” 在中文字面上没有区别, 但英文翻译完全不同, 后者是 classifier (即量词. 多义词, 有时也表示分类器), 本书讲的量词是 quantifier. 其次, 本书中的 “量词” 是指表示数量的语言成分, 而 “模糊量词”(也称为 “语言量词”) 是指 “大多数”“少数”“大约十个”“不多几个” 等表示不确切数量的语言成分.

此后, 若不特别说明, 本书量词均指 quantifier.

1.1.2　数理逻辑中的量词

量词这一术语是逻辑学、语言学等领域的常用术语. 以下引用《逻辑学大辞典》(文献 [1]) 中对量词的解释：

量词, 数理逻辑用语. 用以表示数量的逻辑词. 最常用的量词有表示全体的全称量词 “任意一个 $x\cdots$ ” 或 “所有 $x\cdots$ ” 和不表示全体, 只表示存在、有、“至少有一个” 的存在量词 “有 $x\cdots$ ” 两种. 全称量词常以符号 “$(\forall x)$” 或 “(x)” 来表示, 存在量词常以符号 “$(\exists x)$” 来表示. 全称量化式 $(\forall x)A(x)$ 表示 “对所有 x 而言, $A(x)$”. 例如, $(\forall x)(x^2 \geqslant 0)$ 表示 “对所有 x 而言, $x^2 \geqslant 0$”. 此命题在实数域为真, 在复数域

为假. 存在量化式 $(\exists x)A(x)$ 表示 "存在 x, $A(x)$". 例如, $(\exists x)(2 < x < 3)$ 表示 "存在 x, $2 < x < 3$". 此命题在有理数域上为真, 在自然数集上为假. 可见 $(\forall x)A(x)$ 和 $(\exists x)A(x)$ 的真假都和 x 的取值范围 (个体域) 有关.

上面的解释中涉及两个概念: 量化式或量化公式 (quantified formula, 见文献 [1, 2])、量词辖域 (scope). 数理逻辑中, 将量词加在原子命题前面形成的公式称为量化式. 原子公式与量化公式还可以用命题联结词连接起来, 形成更复杂的公式. 量词约束的范围称为量词的辖域. 在量词的辖域中, 一切和量词里变项相同的变项都被此量词约束. 一般认为, 量词后面有括号时, 括号内的公式为此量词的辖域; 量词后面无括号时, 量词后最短公式为此量词的辖域. 例如, 公式

$$(\exists x)((\forall y)P(x,y) \vee Q(x,y))$$

中, $P(x, y)$ 是 $(\forall y)$ 的辖域, $(\forall y)P(x, y) \vee Q(x, y)$ 是 $(\exists x)$ 的辖域. 与量词辖域相关的另一个概念是 "个体变元的自由出现", 详见 [1].

1.2　广义量词理论简介

广义量词理论 (generalized quantifier theory) 是自然语言逻辑 (简称为语言逻辑, 它使用现代逻辑的方法研究自然语言的逻辑问题) 的重要组成部分. 本节结合文献 [3—14] 的论述, 对香港理工大学 Ka-fat Chow 主页上语言学专题中 "广义量词系列——从量词到广义量词" (http://chowkafat.net/Quantifier1.html) 的内容稍加修改, 以此介绍广义量词的发展历程、相关基本概念和基本思想.

1.2.1　从量词到广义量词

与命题逻辑 (把简单命题看成整体来考察) 不同, 谓词逻辑 (也称为一阶逻辑) 把命题分析为主词、谓词和量词, 然后研究这样的命题之间的逻辑推理关系. 命题逻辑不能揭示某些正确的推理形式 (比如三段论推理), 而谓词逻辑通过对简单命题内部结构的进一步分析, 从而得出更多的逻辑形式和规律, 而这些逻辑形式和规律、与量词的特征密切关联, 因此谓词逻辑又称 "量化理论" (quantification theory).

在谓词逻辑中, 主要考虑全称量词 $\forall$ 和存在量词 $\exists$. "所有 S 是 P" 可表达成

$$\forall x(S(x) \to P(x)),$$

用日常语言说出来就是 "对 (论域中) 所有个体 x 而言, 如果 $S(x)$, 则 $P(x)$". 这里 S 和 P 均被处理成谓词符号 (经过解释后, 谓词表示一个个体的性质和两个或两个以上个体间的关系), 也称为 "函项" (function, 理解为个体集到真值的一个映射), 而 x 则是 "论元" (argument, 或译作 "主目"), "$S(x)$" 的意思是 x 具有 S 这

种属性 (严格地说, 是指 $S(x)$=1 或 $S(x)$= 真). 类似地, "有 S 是 P" 则可表达成 $\exists x(S(x) \wedge P(x))$, 用日常语言说出来就是 "(在论域中) 存在 (至少一个) 个体 x, 使得 $S(x)$ 并且 $P(x)$".

可以用集合论语言来重新表述上段的逻辑语句. 一般认为, 逻辑与集合论有相通之处, 因此两者的概念常可互相定义. 例如, 我们可以把某函项 P 看成集合 P', 把具有某函项 P 所述性质的个体 x 看成集合 P' 的元素, 即 $P(x) \Leftrightarrow x \in P'$. 反之, 也可以通过 "特征函数"(characteristic function) 把某集合 S 看成函项 S', 即若 $x \in S$, $S'(x)$=1 (或简写作 $S'(x)$); 若 $x \notin S$, $S'(x)$=0 (或简写作 $\sim S'(x)$). 基于上述对应关系以及集合 "包含"(inclusion) 的定义, 便可以把 "全称命题"$\forall x(S(x) \rightarrow P(x))$ 用集合论语言重新表述为 $S \subseteq P$. 同理, 根据集合 "交"(intersection) 运算的定义, 可以把 "特称命题" $\exists x(S(x) \wedge P(x))$ 重新表述为 $S \bigcap P \neq \varnothing$(这里 $\varnothing$ 代表空集).

在现代逻辑系统下, 动词被理解成含有一至三个论元的 "函项"(一元、二元和三元 "函项" 分别对应语法学上所称的 "不及物动词""及物动词" 和 "双及物动词"), 而专有名词则被理解成 "论元". 举例来说, 句子 "John 爱 Mary" 便可以表达为 LOVE(j, m), 其中 LOVE 为二元函项, j 和 m 为论元. 前面提过的函项与集合之间的对应关系可以进一步推广如下: "论元" 相当于某一 "论域"(universe of discourse) 下的 "元素"(element); "一元函项" 相当于由元素组成的 "集合"(set); "二、三元函项" 则相当于由 "有序对"(ordered pair)、"有序三元组"(ordered triple) 组成的集合. 例如, 前述的句子 "John 爱 Mary" 用集合论语言表达就是 (j, m) $\in$LOVE.

虽然谓词逻辑在形式化和推理的严密性方面大大超越了古典形式逻辑, 但它所能表达的量词种类却很有限. 谓词逻辑可以通过增加一个 "等词"(即等号 "="), 变成 "带等词的谓词逻辑"(predicate logic with equality), 以表达 "有定摹状词"(definite description, 即含有英语定冠词 "the" 的名词短语) 以及 "至少 n 个""最多 n 个" 或 "刚好 n 个" 等意思, 但其表达法非常累赘. 不过上述问题还不是谓词逻辑的致命缺点, 因为逻辑学家大可创作一些新的简单符号来代表那些新量词, 真正的问题是谓词逻辑无法表达很多在数学上和自然语言中经常要用到的量词 (例如 "奇数个""偶数个""有限个""可数无限个""不可数无限个" 等)、某些涉及数量比例的量词 (如 "多数""多于三成" 等), 以及一些结构较为复杂的量词, 这说明谓词逻辑的表达力不够强.

1957 年, 莫斯托斯基 (Mostowski) 开始研究广义量词 (generalized quantifier), 即那些不能根据一阶逻辑中的 $\forall$ 和 $\exists$ 来定义却具有非常有趣的推理性质的量词. 20 世纪 80 年代前后, 巴威斯 (Barwise)、库伯 (Cooper)、克能 (Keenan)、彼得斯 (Peters)、范本瑟姆 (van Benthem) 等一批语言学家、逻辑学家, 力图弄清自然语言中的广义量词的逻辑语义性质, 以及其逻辑推演的可计算性、复杂性等内容, 进行了深入而系统的研究, 从而形成了内容极其丰富的广义量词理论. 该理论提出了自

然语言中广义量词的一些重要的语义普遍特征, 适合处理与量词有关的大量语义现象, 从而提升了一阶逻辑处理现实世界的能力, 成为现代逻辑学、理论语言学、计算语言学和科学哲学等交叉领域研究的重点内容之一, 它也是计算机更好地处理自然语言的理论基石.

1.2.2 Mostowski 与 Lindström 对量词的定义

1. *广义量词的萌芽及 Mostowski 对量词的定义*

在 "广义量词理论" 正式诞生之前, 有一些逻辑学家已初步具备 "广义量词" 概念的萌芽. 现代数理逻辑的奠基人之一 Frege(弗雷格) 便把量词视为 "第二层次概念"(second-level concept), 有别于作为 "第一层次概念"(first-level concept) 的普通谓词. 从集合的角度看, 如果作为 "第一层次概念" 的谓词被理解成集合, 那么作为 "第二层次概念" 的量词便应理解成 "集合的集合"(set of sets), 或称 "集合族"(family of sets).

到 20 世纪中叶以后, 逻辑学家 Mostowski 把 Frege 的思想具体化. 他把某一论域 U 下的量词定义为该论域的子集的集合, 亦即 $\text{Power}(U)$ 的子集 (这里 $\text{Power}(U)$ 代表 U 的 "幂集"(power set), 即由 U 的所有子集组成的集合). 在他的理论中, "全称量词" 和 "特称量词" 可以分别表述为

$$\forall_U = \{U\};$$

$$\exists_U = \{B \subseteq U : B \neq \varnothing\} = \text{Power}(U) - \{\varnothing\}.$$

这里 $\forall$ 和 $\exists$ 带有下标 U 是因为这两个量词在不同的论域 U 下有不同的 "所指"(denotation), 即代表不同的 "集合族"(但其意义相同). 若视 U 是代表人或事物的集合, 以上两个量词分别代表英语的代名词 "everybody" 或 "everything"(相当于汉语的 "所有人" 或 "所有东西") 和 "somebody" 或 "something"(相当于汉语的 "有人" 或 "有东西"). 以上所列只是 $\text{Power}(U)$ 的其中两个子集, 但 $\text{Power}(U)$ 还可以有其他子集, $\text{Power}(U)$ 的每一个子集都可以定义一个量词 (当然并非所有这样的量词都在自然语言中有对应的词项), 这样便大大扩充了量词的范围.

此外, Mostowski 还定义了量词的真值条件 (以下略作简化): 设 Q_U 为论域 U 下的量词, P 为谓词变项, x 为个体变项, 则

$$Q_U(x)(P(x)) \Leftrightarrow \{x : P(x)\} \in Q_U.$$

其实, 如果 P 不涉及其他个体变项, 可以把上式中的 x 略去, 因为量词作为 "第二层次概念", 只与作为 "第一层次概念" 的谓词直接发生关系, 因此上式可改写为

$$Q_U(P) \Leftrightarrow P \in Q_U.$$

在上述定义下, 量词 Q_U 类似一个 "二阶谓词", 而普通的谓词 (即 "一阶谓词") P 则成了 Q_U 的 "论元". 从集合的观点看, P 代表集合, Q_U 则代表集合族. 现以一个日常语言的句子为例, 假设论域 U 为人的集合, 则语句 "有人唱歌"(即 "有唱歌者") 便可以表述为

$$\exists_U(\text{SING}) \Leftrightarrow \text{SING} \in \exists_U \Leftrightarrow \text{SING} \neq \varnothing.$$

即 "有人唱歌" 的意思就是 "唱歌者的集合不是空集", 这显然是合理的.

2. Lindström 对 Mostowski 定义的推广

Mostowski 虽然找到了量词的正确定义, 但他所研究的量词还只是论元结构较简单的量词. 后来 Lindström(林斯特龙) 把 Mostowski 的定义推广到更一般的情况, 并正式使用 "广义量词"(generalized quantifier) 的名称 (为了方便, 以后常把 "广义量词" 简称为 "量词"). Lindström 所研究的量词的论元结构远比 Mostowski 的量词复杂, 可称为 "k 位量词"(k-place quantifier).

先解释一下 "k 位量词" 这个名称, 它是香港理工大学周家发先生命名的, 其灵感来自 Keenan 在 *The Semantics of Determiners* 一文中所称的 "k 位限定符"(k-place determiner). 在为量词分类时, 用 "位" 和 "元" 这两个字分别代表两层不同的概念, 其中 "位"(place) 是较高层的概念, 它代表某量词所含谓词的数目; "元"(arity) 则是较低层的概念, 它代表某谓词所含论元的数目. 此外, 还有一个 "式"(adicity) 的概念, 若某量词的所有论元皆为一元谓词, 该量词称为 "单式量词"(monadic quantifier); 若某量词含有至少一个高于一元的谓词, 则称为 "多式量词"(polyadic quantifier).

回到 Lindström 所研究的量词, 若把他的定义加以简化, 并略去个体变项, 则有以下 "k 位量词" 的真值条件: 设 Q_U 为 "k 位量词", 它含有 k 个谓词 P_1, P_2, $\cdots$, P_k 作为其论元, 每一个谓词 $P_i(1\leqslant i \leqslant k)$ 不必都是一元谓词, 而可以是 n_i 元谓词 (n_i 为任意正整数), 而且这些 n_i 可以各不相同, 于是有

$$Q_U(P_1, P_2, \cdots, P_k) \Leftrightarrow (P_1, P_2, \cdots, P_k) \in Q_U.$$

上式右端显示 Q_U 是由 "有序 k 元组"(P_1, P_2, $\cdots$, P_k) 组成的集合, 而每一个 P_i 本身又是由 "有序 n_i 元组" 组成的集合. 容易看到, 前述 Mostowski 定义的量词其实就是 "1 位量词".

看两个较简单的例子:

$$\text{all}_U = \{(A, B) \subseteq U \times U : A \subseteq B\};$$

$$\text{some}_U = \{(A, B) \subseteq U \times U : A \bigcap B \neq \varnothing\}.$$

以上两个都是 “2 位量词”, 它们都各自含有 2 个一元谓词. 这两个量词可分别用来表达英语 “限定词”(determiner)“all” 或 “every”(相当于汉语的 “所有” 或 “每个”) 和 “some”(相当于汉语的 “(至少) 有 (一个)”) 的意思.

注意, 前面定义的 $\forall_U$ 和 $\exists_U$ 分别与 all_U 和 some_U 存在一定联系, 因为 $\forall_U$ 和 $\exists_U$ 可以改写成

$$\forall_U = \{B \subseteq U : U \subseteq B\} = \{U\};$$

$$\exists_U = \{B \subseteq U : U \bigcap B \neq \varnothing\} = \mathrm{Power}(U) - \{\varnothing\}.$$

容易看到以下等价关系:

$$\forall_U(B) \Leftrightarrow \mathrm{all}_U(U, B);$$

$$\exists_U(B) \Leftrightarrow \mathrm{some}_U(U, B).$$

以上等价关系其实反映了自然语言中某些 “1 位量词” 与 “2 位量词” 之间的联系 (例如英语中 “everybody”“everything” 与 “every”, 以及 “somebody”“something” 与 “some” 之间的联系).

1.2.3　Montague 语法及其对量词的处理

Mostowski 和 Lindström 虽然已明确 “广义量词” 的定义, 但在此时期学者的研究重点在于与数学或数理逻辑有密切关系的量词, 其中有些量词甚至没有自然语言的简单对应表达式. 可以说, 在此时期 “广义量词” 主要是应用于形式语言 (即数学和逻辑学的语言) 而非自然语言, 这种情况直至 20 世纪 70 年代初 Montague(蒙太格) 创立 “蒙太格语法”(Montague grammar) 才有所改变.

1. Montague **语法的特点**

Montague 作为一位逻辑学家, 利用数理逻辑的方法来处理自然语言的语义问题, 结果创立了 “蒙太格语法”, 并成为当代形式语义学的鼻祖. Montague 对形式语义学有多方面的贡献, 这里只介绍他对量词的处理方法. Montague 在其论文 *The Proper Treatment of Quantification in Ordinary English* (一般简称 PTQ) 中, 把某些类型的英语句子翻译成 “内涵逻辑”(intensional logic, 以涉及语言表达式的内涵的语义学和语法学研究为基础的关于推理关系的一般理论) 表达式, 然后通过对这些表达式的语义解释, 间接地为他所研究的英语句子类型建立了一套语义理论. Montague 把 “带有限定词的名词短语” 视为一个语义单位, 把它们称为 “量词”, 并把专有名词也归入量词的范围.

Montague 语义理论的两项特点是 “类型论”(type theory) 和 “λ 演算”(λ-calculus) 方法的运用. “类型论” 的目的是为每一逻辑表达式提供一个适当的