

基于含时Ginzburg-Landau模型的 超导涡旋动力学研究

作者：廖红印
专业：无线电物理
导师：周世平



上海大学出版社

· 上海 ·

2004 年上海大学博士学位论文

基于含时 Ginzburg-Landau 模型的 超导涡旋动力学研究

作 者： 廖红印

专 业： 无线电物理

导 师： 周世平

上海大学出版社

• 上海 •

Shanghai University Doctoral Dissertation (2004)

The Study of Vortex Dynamics Based on Time-Dependent Ginzburg-Landau Model for Superconductors

Candidate: Liao Hong-yin

Major: Radio Physics

Supervisor: Prof. Zhou Shi-ping

Shanghai University Press

• Shanghai •

上海大学

本论文经答辩委员会全体委员审查, 确认符合上海大学博士学位论文质量要求.

答辩委员会名单:

主任:	戴显慕	教授, 复旦大学物理系	200433
委员:	陈 鸿	教授, 同济大学物理系	200092
	姚 忻	教授, 上海交通大学物理系	200030
	施耀铭	教授, 上海大学物理系	200444
	徐克西	教授, 上海大学物理系	200444
	张金仓	教授, 上海大学物理系	200444
	曹世勋	教授, 上海大学物理系	200444
导师:	周世平	教授, 上海大学物理系	200444

评阅人名单:

吴培亨	教授, 南京大学电子科学与工程系	210093
戴显熹	教授, 复旦大学物理系	200433
陈 鸿	教授, 同济大学物理系	200092

评议人名单:

许伟伟	教授, 南京大学电子科学与工程系	210093
汪仲诚	教授, 上海大学物理系	200444
张金仓	教授, 上海大学物理系	200444
曹世勋	教授, 上海大学物理系	200444

答辩委员会对论文的评语

本论文的论题显然具有前瞻性和先进性，而含时 Ginzburg-Landau (TDGL) 方程是重要和困难的课题。本论文的工作主要体现在以下几方面：

(1) 发展了一种有限差分方法，为进行高效而且稳定的数值计算提供了基础和保证。

(2) 进行了磁通（涡旋）动力学研究，其中包括超导态在外磁场中的演化，点杂质对磁通的俘获，给出钉扎势的有效半径，以及基于包含点杂质的修正 GL 模型，推导出序参数、磁场和超流的增量解析式。

(3) 研究了周期钉扎阵列在外场变化时的涡旋态的分布与运动，揭示“空隙钉扎”→“中心钉扎”→“空隙钉扎”的现象以及验证了匹配场效应，研究了周期钉扎中涡旋线的多重俘获现象，结果与文献报道的分子动力学模拟结果基本一致。

(4) 基于文献推导出含时厚度可变 GL 模型，进而以厚度变化来研究钉扎过程。

(5) 运用混合 $s-d$ 超导体 TDGL 方程模型，研究了单涡旋配对态的对称性和热涨落对配对态对称性的影响等。

这多项工作均是这一领域中非常有兴趣和有意义的，特别是最后一项研究具有较高的原创性。

廖红印同学的博士学位论文，文字流畅，逻辑严密，并且已在国内外著名期刊上发表多篇学术论文，其中 SCI 收录共有 9 篇（其中第一作者 5 篇），其工作已达到博士学位的要求。在答辩期间，陈述表达清楚，准确回答问题。

答辩委员会表决结果

经答辩委员会投票一致通过论文答辩，建议授予博士学位。

答辩委员会主席：**戴显熹**

2004 年 3 月 17 日

摘 要

自从高温超导体被发现以来, 涡旋动力学现已成为该研究的中心问题, 因为它是理解超导电性的重要关键之一. 特别地, 由于含时的 Ginzburg-Landau (TDGL) 模型描述了超导体的动力学特性, 因而它成为理论和实验工作的一个主题. 因此, 在参考大量的有关 TDGL 模型的理论和实验的文献基础上, 该论文主要研究第二类超导体特别是高温超导体上磁通涡旋的行为. 主要工作如下:

(1) 作者运用有限差分数值求解第二类超导体周期的 TDGL 模型, 研究了当外加磁场变化时单涡旋的静态和动力学特性. 指出在没有外场情况下, 涡旋和反涡旋能够共存, 并且随着时间演化而湮灭抵消; 反之, 存在外场时, 涡旋将趋向于稳态. 同时, 我们也比较了周期与自然边界条件引以不同的效应, 给出结论.

(2) 作者应用周期的 TDGL 模型研究了样品中存在钉扎中心时涡旋的动力学行为, 发现钉扎位置具有的势场将吸引 (俘获) 涡旋以致不能自由地移动. 钉扎中心与涡旋之间的有效相互作用的最大距离估计为 6.0ξ . 作者也推导出一个点状杂质引起的序参数、矢势、磁场和超流的空间分布表达式. 比较解析和数值的结果, 它们是一致的.

(3) 作者应用周期的 TDGL 模型模拟在含有正方形或者三角形钉扎阵列的第二类超导体上的涡旋动力学. 对于一个阵列, 可以先前设计好周期性; 合适条件下, 能够规则地和周期地钉扎住

涡旋, 从而形成依赖于外场的各种各样的涡旋晶格. 在匹配场时, 涡旋晶格与缺陷晶格达到相称, 形成匹配, 此时钉扎效应得以增强. 作者的结果与通过大规模的退火和磁通梯度驱动的分
子动力学模拟所得是一致的. 同时, 作者也对如何求得临界电流给出了一些建议.

(4) 基于沿垂直于薄膜厚度方向的平均过程和幂级数的展开, 作者发展了一个与时间相关的 Ginzburg-Landau 模型, 它适用于描述厚度周期可变的第二类超导薄膜的涡旋动力学性质. 运用有限差分近似去模拟涡旋动力学, 显示出薄膜的较薄区域能起到钉扎位置的作用而把涡旋钉扎住. 因此, 结果显示作者的模型是合理的.

(5) 作者运用有限差分法求解高温超导体的 TDGL 模型, 研究了 $s+id$ 波超导体的单涡旋结构, 发现在某一相变温度以下时序参数显示出两重对称性; 反之, 超过这一温度, 则表现出四重对称性. 另外, 建立了适用于高温超导体的两种热噪声 $s+id$ 波 TDGL 模型, 也就是加法性和乘法性噪声模型, 探讨了热涨落对于配对态对称性的影响, 发现当噪声水平增加时, 规则的涡旋斑图会持续渐进地发生扭曲和无序. 同时, 在噪声幅度足够高的情况下, 涡旋变得不再能够被识别出来.

关键词 超导体, TDGL 模型, 涡旋动力学, 有限差分法, 周期边界条件

Abstract

Since the discovery of high- T_c superconductors, vortex dynamics, which is an important key to understand superconductivity, becomes a central problem, and especially the time-dependent Ginzburg-Landau (TDGL) model that describes the dynamical properties of superconductors has been a subject of theoretical and experimental work. This thesis focuses on various studies into the dynamical behaviors of magnetic vortices in type-II superconductors by using the TDGL model, specifically the high- T_c superconductors. Some major results are listed as follow.

First, we present numerical solutions of the periodic TDGL model for the type-II superconductors by a finite-difference approximation. Both the static and dynamical properties of a single vortex are studied as the external magnetic field varies. Vortex and anti-vortex can coexist and annihilate with time in the case of no external magnetic field, while the vortex will approach a steady state in the presence of magnetic field. We also compare the different effects about the periodic boundary conditions and the natural boundary conditions on vortex distribution.

Second, we apply the periodic TDGL model to study vortex dynamical behaviours while pinning centres exist in the sample and find that the pinning site, which has a significant potential to keep the vortex from moving, may trap the vortex. The maximum length

over which an attractive interaction between a pinning center and a vortex extends is estimated to be about 6.0ξ . We also derive spatial distribution expressions for the order parameter, vector potential, magnetic field and supercurrent induced around a point defect. Theoretical results and numerical simulations are compared with each other and they are consistent.

Third, we apply the periodic TDGL model to simulate vortex dynamics in a type-II superconductor with square or triangular pinning arrays. A pinning array, which has been designed to be periodic in advance, can pin vortices regularly and periodically, and shapes various vortex lattices depending on the applied magnetic fields. At the matching fields, vortex lattices are commensurate with defect lattices, and the pinning effects are enhanced. The results are consistent with those obtained by considering large-scale simulated annealing as well as flux-gradient-driven molecular dynamics. Estimation about the critical current density J_c is made.

Fourth, based on averaging process across the film thickness and power series expansion expression, we develop a time-dependent GL model for thin film with periodic variable thickness in type-II superconductors. Moreover, we have applied the finite-difference approximation to simulate the vortex dynamics, showing that a single vortex will be pinned in thinner regions. The result manifests the suggested model reasonable and applicable.

Fifth, we study, using a finite-different method, single vortex structure of a $s+id$ -wave superconductor by solving a TDGL model for high- T_c superconductors. We find that, below a phase transition

temperature, the order parameters indicate a twofold symmetry, whereas a fourfold symmetry appears beyond the temperature. We have also investigated the effects of thermal fluctuations on the pairing symmetry while existing an additive noise or a multiplicative noise in the TDGL models. The regular vortex pattern will be distorted and disordered steadily as the noise level increases. And, it becomes no longer recognizable as a sufficiently high magnitude of noise exists.

Key words superconductor, TDGL model, vortex dynamics, finite different method, periodic boundary conditions

目 录

第一章	序言	1
1.1	超导体的磁通特性	1
1.2	超导磁通动力学研究	3
1.3	本文的内容安排	8
第二章	超导中的 Ginzburg-Landau 理论	11
2.1	超导中的 Ginzburg-Landau 理论	11
2.2	Time-Dependent Ginzburg-Landau (TDGL) 模型	18
第三章	有限差分法解第二类型超导体中的 TDGL 方程	22
3.1	引 言	22
3.2	TDGL 方程	24
3.3	边界条件	26
3.4	有限差分方法离散 TDGL 方程	29
3.5	初值问题	33
3.6	计算结果	33
3.7	小 结	41
第四章	第二类超导体中点缺陷钉扎磁通动力学	43
4.1	引 言	43
4.2	二维周期的 TDGL 模型	44
4.3	涡旋钉扎动力学	45
4.4	在点缺陷附近序参数和磁场的空间变化	50
4.5	在点缺陷附近的超流	55

4.6 小 结	58
第五章 含周期钉扎阵列超导体中的涡旋动力学	59
5.1 引 言	59
5.2 二维周期的 TDGL 模型	60
5.3 计算结果	61
5.4 关于作用于周期钉扎阵列的临界电流 J_c 的讨论	64
5.5 周期钉扎阵列中涡旋线的多重俘获	65
5.6 小 结	69
第六章 厚度可变第二类超导薄膜中的涡旋动力学	71
6.1 引 言	71
6.2 基于厚度可变的第二类超导体中的周期 TDGL 模型	72
6.3 厚度可变的 TDGL 方程的离散	79
6.4 第二类超导薄膜上的涡旋动力学	81
6.5 小 结	84
第七章 在 $s+id$ 波超导体上的涡旋热动力学	85
7.1 引 言	85
7.2 对称性配对态的温度相关性	86
7.3 在 $s+id$ 波超导体中考虑热涨落的 TDGL 模型	96
7.4 小 结	103
第八章 结论与展望	104
8.1 结 论	104
8.2 展 望	107
参考文献	109
致 谢	121

第一章 序 言

1.1 超导体的磁通特性

众所周知, 超导体有两个显著的特性, 即在临界温度 T_c 以下的零电阻效应和在临界磁场 H_c 下磁通排斥的 Meissner 效应^[1-8]. 图 1.1 给出第一类超导体的相图, H 是磁场, 而 T 表示温度. 在正常态, 材料表现出一一般导体的特性, 具有电阻损耗和磁场穿透等效应. 临界磁场 H_c 是超导体维持 Meissner 态的最大磁场, 是温度的函数, $H_c(T) = H_c(0) [1 - (T/T_c)^2]$, ($0 \leq T \leq T_c$). 显然, 在临界温度 T_c 以上, 即使 $H=0$, 材料也是处于正常态.

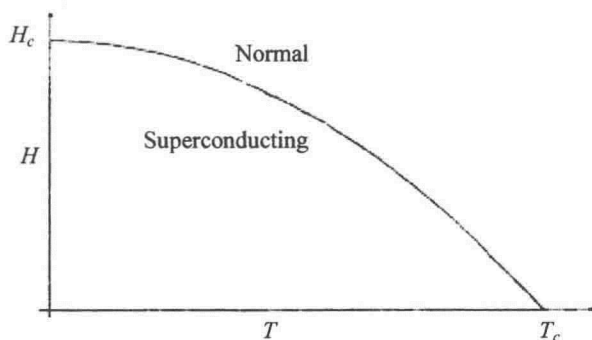


图 1.1 第一类超导体的相图

相比较, 第二类超导体的相图如图 1.2 所示. 这种材料也具有正常态和 Meissner 相. 然而, 还存在第三相, 即混合态, 也叫涡旋态, 在此磁场以所谓涡旋磁通线的形式穿透进超导体. 这种称谓出自与处于超流相的 ^3He 中的流体涡旋的类比. 在涡旋边缘, 存在一个非零超流的旋度, 而在涡旋心处, 超导电子密度趋向于零. 第二类超导体涡旋态可以用两个临界场强度 H_{c1} 和 H_{c2} 来表征. 在 H_{c1} 以下, 超导体展现完全 Meissner 效应; 当 $H_{c1} < H < H_{c2}$ 时, 就是上面描述的混合态; 而最后当 $H > H_{c2}$ 时, 超导电性完全消失.

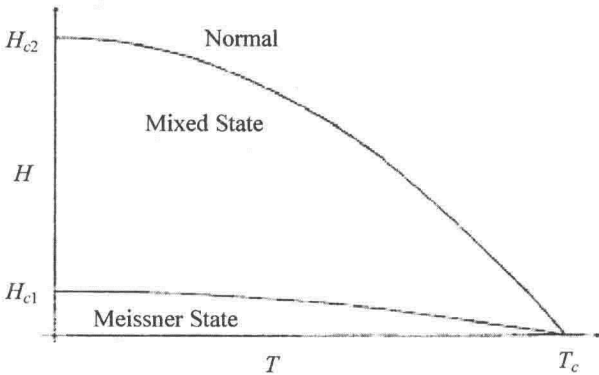


图 1.2 第二类超导体的相图

图 1.3 是一幅第二类高温超导体的典型相图. 显然, 它比图 1.2 所示常规第二类超导体的相图更为复杂, 因为涡旋相展示了多样的行为. 依赖于温度和外场, 涡旋的行为很像晶格中的离子, 在某些情况下它们形成刚性、周期的晶格, 也就是所谓的 Abrikosov 晶格, 而另外一些情况却处于不定形的玻璃态. 有时, 随着温度或者外场的增加, 晶格像流体一样流动; 但是, 如果相

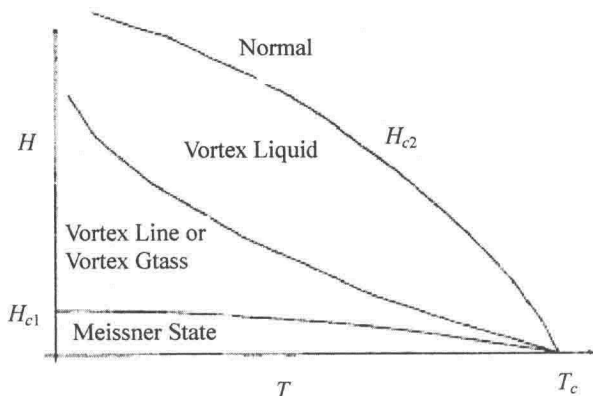


图 1.3 第二类高温超导体的相图

近区域产生足够大的剪切压力, 那么它将经历塑性运动. 涡旋是三维弹性物体, 它们甚至可能相互纠缠在一起. 关于高温超导材料中涡旋相导致的多样态的探讨, 可以参见文献[9].

1.2 超导磁通动力学研究

自从高温超导体被发现以来, 磁通动力学作为超导物理研究的一个重要分支, 得到了迅速的发展. 新的物理模型被提出, 新的现象被观察到, 大大丰富了超导物理的内容, 同时也为高温超导体在强电方面的应用铺垫了一个很好的基础.

1.2.1 研究现状和重要进展^[10]

理论模型研究主要体现在:

(1) Fisher 的涡旋玻璃理论和 Vinokur 等人的集体蠕动(钉扎)理论, 能较好解释高温超导体磁通动力学, 开创了研究新思路.