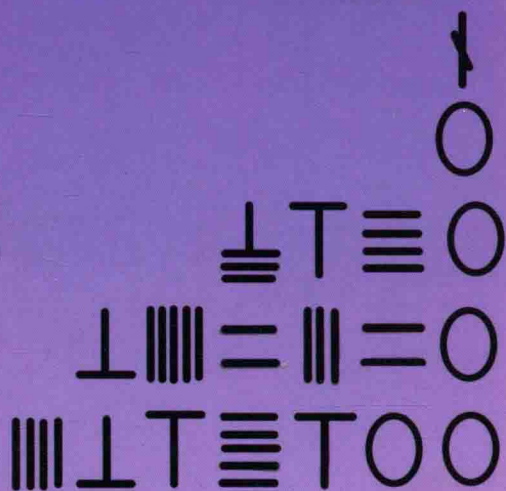
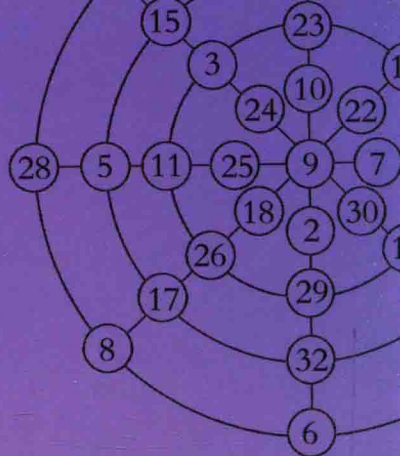


中华传统文化普及丛书



中国算学浅话

北京尚达德国际文化发展中心 组编





中华传统文化普及丛书

中国算学浅话

三喜题



北京尚达德国际文化发展中心 组编



中国人民大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目（CIP）数据

中国算学浅话 / 北京尚达德国际文化发展中心组编. — 北京 : 中国人民大学出版社, 2017.5
（中华传统文化普及丛书）
ISBN 978-7-300-23502-8

I. ①中… II. ①北… III. ①数学史 - 中国 - 普及读物 IV. ①0112-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第238605号

中华传统文化普及丛书

中国算学浅话

北京尚达德国际文化发展中心 组编

Zhongguo Suanxue Qianhua

出版发行	中国人民大学出版社		
社 址	北京中关村大街31号	邮政编码	100080
电 话	010-62511242（总编室）		010-62511770（质管部）
	010-82501766（邮购部）		010-62514148（门市部）
	010-62515195（发行公司）		010-62515275（盗版举报）
网 址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com（人大教研网）		
经 销	新华书店		
印 刷	北京瑞禾彩色印刷有限公司		
规 格	185mm × 260mm 16开本	版 次	2017年5月第1版
印 张	7.5	印 次	2017年5月第1次印刷
字 数	85 000	定 价	29.00元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

本书个别图片来自网络，无法联系作者，敬请作者见到本书后，及时与我们联系，以便编著方按国家有关规定支付稿酬并赠送样书。

中华传统文化普及丛书

顾问：滕 纯 郑增仪

总策划：韦美秋

专家委员会（以姓氏笔画为序）：

王 南 王 鹏 王天明 王玉民

叶 涛 汉 风 李晓丹 李墨卿

刘元刚 孙燕南 杨 秀 肖三喜

吴望如 张 健 张 践 赵世民

祖秋阳 段 梅 贺 阳 高春明

郭书春 唐 玲 彭 珂 程 风

普颖华 翟双庆 磨东园

编委会（以姓氏笔画为序）：

于 跃 牛 彤 王 宇 韦开原

韦美秋 史 芳 刘涵沁 孙成义

李美慧 杨盛美 宋 蕾 宋雅树

张 习 高春明 钱 莉 覃婷婷

总 序

感谢“中华传统文化普及丛书”的出版！它以历史巨人的眼光俯视古今，这对于复兴中华、古为今用是功不可没的。

本套丛书包蕴广博、涉猎天下。

首先，历史是一面宝鉴，它以独特的真实照耀古今，从而清晰地记录了人类的文明。

中华文明历经数千载，以德风化育子孙，高度认可人类文明的血缘性。以“孝亲敬贤”为核心的民俗，流成永恒的智慧清泉，润泽着后人的心田。

中华文明世代相传，骨肉亲情诞生了仁德的孝亲制度，使中国成为礼仪之邦，友善外交也在历代传承不断。今日中国“一带一路”的外交国策不也充满了我们与邻邦之间互助、友爱的仁德之善吗？

当科技文明的新潮涌来时，人人皆知上有天文，世用医道，农田城建、数据运算，何处不“工匠”？本套丛书溯本追源，力述大国工匠的初心，向今人展示中华科技成就的璀璨，弘扬科技创造，鼓舞万众创新，以实事求是的精神推动社会生产力的发展。

中华民族是龙的传人，早在中华文明的摇篮期就孕育了“美丽中国梦”。在先祖博弈大自然时，就出现了原始文化群体。既有夸父逐日之神，也有女娲补天之圣。古人在希望与奋斗中，唤起人类生存的能量，充满了胜利与光明。这不正是民族自信的理想之光？

“天行健，君子以自强不息”的积极精神引导着“中国模式”的当代实践，正是“美丽中国梦”的千古传薪！

自信与创新是“梦”之真魂。中国汉字、文学、书法、绘画、音乐等，





也都在承前启后，以百花盛开之势，铸魂“中国梦”。

春秋战国时期，诸子蜂起，百家争鸣，先哲们各有经典问世，成就了中华信仰文明——儒、道、兵、法等家，后有佛教传入，皆为中华信仰及思想之根。

人民是历史的主人，中华文化是中华各族人民共同创造的。纵观历史，不忘初心，继续前进。感谢各位专家奉献各自的智慧，普及中华传统文化的精华，造福读者。感谢编委们历尽辛劳，使群英荟萃，各显其能。

本套丛书尊重历史，古为今用；内容丰富，深入浅出。有信仰经典之正，有文韬武略之本，有科技百花之丰，有人文艺术之富，“正本丰富”可谓本套丛书的编写风格。

祝愿读者在“中华传统文化普及丛书”中，取用所需，传播社会，在世界文明的海洋中远航，使中华芬芳香满世界。

普颖华

编写说明

中国是四大文明古国之一，我们的祖先创造了辉煌而丰富的文化，无论是文学艺术还是科学技术，其文明成果至今都令世人惊叹不已。英国著名历史学家汤因比曾经说过：“世界的未来在中国，人类的出路在中国文明。”中华民族数千年来积累的灿烂文化，积淀着中华民族最深沉的精神追求，是中华民族生生不息、发展壮大的丰富滋养，亦是我们取之不尽、用之不竭的思想宝库。

让广大青少年在轻松愉悦的阅读中获得传统文化的滋养，以此逐渐培养他们对中华优秀传统文化的自信心、敬畏心，为国家未来的主人公们奠定创新的基石，是我们的夙愿。为了让读者尤其是广大青少年能有机会较为系统地了解璀璨的中华文明，感受中华民族文化内涵的博大精深，我们特邀数十位相关领域的权威专家、学者为指导，编写了这套“中华传统文化普及丛书”。

本套丛书包括《中国思想浅话》《中国汉字浅话》《中国医学浅话》《中国武术浅话》《中国文学浅话》《中国绘画浅话》《中国书法浅话》《中国建筑浅话》《中国音乐浅话》《中国民俗浅话》《中国服饰浅话》《中国茶文化浅话》《中国算学浅话》《中国天文浅话》，共十四部。每一部都深入浅出地展现了中华优秀传统文化的一个方面，总体上每一部又都是一个基本完整的文化体系。当然，中华文化源远流长、广博丰富，本套丛书无法面面俱到，更因篇幅所限，亦不能将所涉及的各文化体系之点与面一一尽述。

本套丛书以全新的视角诠释经典，力图将厚重的中华优秀传统文化宝藏以浅显、轻松、生动的方式呈现出来，既化繁为简，寓教于乐，也传递了知识，同时还避免了枯燥乏味的说教和令人望而生畏的精深阐





释。为增强本套丛书的知识性与趣味性，本套丛书还在正文中穿插了知识链接、延伸阅读等小栏目，尽可能给予读者更丰富的视角和看点。为更直观地展示中华文化的伟大，本套丛书精选了大量精美的图片，包括人物画像、文物照片、山川风光、复原图、故事漫画等，既是文本内容的补充，也是文本内容的延伸，图文并茂，共同凸显中华文化各个方面的历史底蕴、深厚内涵，既充分照顾了现代读者的阅读习惯，又给读者带来了审美享受与精神熏陶。

文化是一个极广泛的概念，一直在发展充实，多元多面、错综复杂。本套丛书力求通过生动活泼的文字、精美丰富的图片、精致而富有内涵的版面设计，以及富有意蕴的水墨风格的装帧等多种要素的结合，将中华优秀传统文化中璀璨辉煌的诸多方面立体地呈现在读者面前。希望让读者在轻松阅读的同时，从新视角、新层面了解、认识中华优秀传统文化，以增强文化自信；同时启迪思考，推动我们中华优秀传统文化的传承、复兴和创新发展。

前言

数学 (mathematics) 是研究现实世界中数量关系和空间形式的科学, 在我国古代通常称为“算术”或“算学”, 包含今日所说的算术、代数、几何等方面的内容。

中国数学萌芽于原始社会, 先民逐渐学会以打绳结的方式记数, 并创造出用于画圆和画方的工具“规”和“矩”。自此以后, 漫漫数千年, 华夏大地上涌现出无数值得赞颂的数学家和辉煌的数学成就。你可知道, 古人曾采用怎样的巧妙方法去测量太阳的高度? 你可知道, 祖冲之是运用哪位前辈的理论将圆周率精确到 8 位有效数字的? 你可知道, “韩信点兵”的故事中究竟隐含着什么数学秘密?

数学是一门能够开发智力的学科。阅读本书时, 请你深入地思考、耐心地演算, 在历经思维的曲折而终于豁然贯通之后, 相信你必定能够感受到中国传统数学的无穷妙趣和巨大魅力。

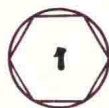
下面是明代数学家王文素的《集算诗(其五)》, 送给读者, 勉之!

莫言算学理难明, 旦夕蹉磨可致通。

广聚细流成巨海, 久封抔土积高陵。

肯加百倍功夫满, 自晓千般法术精。

忆昔曾参传圣道, 亦由勉进得其宗。



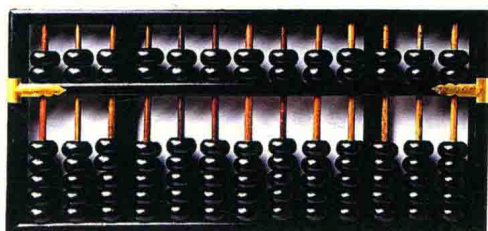
目 录

第一章 数学工具 /1

一、规和矩 /1

二、算筹 /2

三、珠算盘 /5



第二章 辉煌成就 /8

一、数系的扩充——分数和小数 /8

二、古老的“万能算法”——盈不足术 /10

三、最古老的线性方程组解法——方程术 /15

四、平凡而巧妙——出入相补原理 /21

五、如何测出太阳的高度——重差术 /32

六、算之纲纪——率和齐同原理 /37

七、极限思想与无穷小分割的首秀——割圆术 /40

八、超越时代的洞见——刘徽原理及其证明 /46

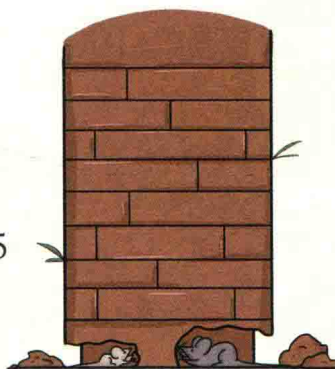
九、延续千年的数学接力——球体积的探索 /50

十、能直接搬到计算机上的开方法——增乘开方法 /55

十一、古代的设未知数列方程——天元术与四元术 /63

十二、堆垛的酒坛知多少——垛积术 /68

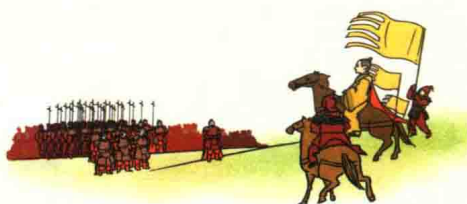
十三、韩信点兵的秘密——孙子定理和大衍总术 /75





第三章 数学史话 /84

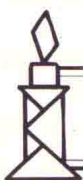
- 一、算经之首——《九章算术》/84
- 二、古代世界数学泰斗——刘徽 /87
- 三、古代的数学教材——十部算经 /89
- 四、伟大的时代——宋元数学高潮 /93
- 五、寻常百姓家的数学——明代数学 /97
- 六、和“洋人”的算学交流——中西数学会通 /100



结语 /105

参考文献 /106





第一章 数学工具



一、规和矩

中国有句古话“没有规矩，何以成方圆？”（或“没有规矩不成方圆”），生活中，我们从小到大也常常会听到长辈们要我们“懂规矩”“守规矩”或“要规规矩矩的”等。这里的“规矩”有“法度”“规范”之意，

孟子曰：“离娄之明，公输子之巧，不以规矩，不能成方圆。”意思是说，即使像离朱（传说中一位目力极强的人）那样明察秋毫、鲁班那样技巧超群，如果不用规和矩，也不能准确地画出方和圆。孟子的这句名言在后世就演变成了本文开头的那句话：“没有规矩，何以成方圆？”



伏羲执矩、女娲执规图

而这些含义都来自中国古代的两种数学工具：规和矩。规，即圆规，用于画圆；矩，为折成直角的曲尺，用于画方。规和矩代表了中国古代数学空间形式研究的开端。

规、矩的起源很早，关于它们的产生有不同的说法：有的说是黄帝时的巧匠倕（chuí）创造了规、矩；也有的将规、矩的发明追溯到中华民族的始祖伏羲，例如在山东嘉祥汉代武梁祠和新疆阿斯塔那唐墓，都发现有伏羲手执规、女娲手持矩的古代图画。不管是哪种说法，

都记述了一个史实，那就是：中国古人早在远古时代就已经开始使用规和矩这两种工具来进行绘制和测算了。

规、矩的应用十分广泛，绘制图形，测算物体的高、深、广、远等都离不开它。《史记》记载，大禹治水时，他左手持准绳，右手执规、矩，进行水利工程测量，才完成了治水使命。古代匠人在检验车轮是否合格时，也用规、矩校准轮子是否为正圆、轮面是否平正等。魏晋时期的大数学家刘徽说：“亦犹规矩度量可得而共”，将规矩引申为事物的空间形式，并概括了中国古代数学几何与算术、代数相结合的特点。

二、算筹

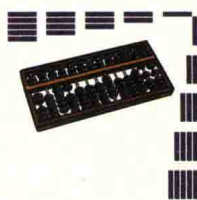
算筹，又称“筭(suàn)”“算子”“筹策”等，它于什么时候产生已不可考，其记载最先见于春秋时期的《老子》。算筹是一根根用于计算的长条形小棍子，粗细相同，长度稍异，一般由竹子或兽骨制成，个别豪华精美的还会选用金银、象牙等贵重



西汉象牙算筹

材料。根据《汉书》的记载，算筹“径一分，长六寸”（直径 0.23cm，长 13.8cm），截面为圆形。后来随着数学的发展，算筹长度变短，东汉时已缩短到 9cm 左右，截面也改为不易滚动的方形。负数产生后，常用红筹表示正数，黑筹表示负数；有时也将算筹斜向摆放以表示负数。在宋元算书算草中，常见末位有效数字上画着一道斜线，用以表示此数为负数。

算筹记数分为纵式和横式两种方式：



纵式：	I	II	III	IIII	IIII	┐	┐┐	┐┐┐	┐┐┐┐
横式：	—	=	≡	≡	≡	⊥	⊥	≡	≡
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

算筹纵横交错可以很方便地表示任意的自然数，也就是个位数字要用纵式表示，与之相邻的十位数字用横式表示，百位、万位数字用纵式表示，千位、十万位数字用横式表示，这样纵横相间地排布下去……《算学启蒙总括》中的口诀说得好：“一纵十横，百立千僵（卧倒的意思）。千十相望，万百相当。”例如，5 732 用算筹可表示为

≡ ┐ ≡ II。

当数字中有一位为 0 时，此时用空位表示，如 5 702 用算筹表示为 ≡ ┐ II，十位上空置，不放算筹。可以看出，由于布置算筹时遵守纵横相间的规则，很容易辨别出两个数目间是否存在空位。

古代算筹不仅是日常生活中不可缺少的计算工具，也是上等阶层身份地位的一种象征，历朝都规定一定品级之上的官员必须要随身佩戴装算筹的算袋。传说秦始皇有一次去东海巡游，一不小心将算袋掉进了海里，这个算袋在后来就化成了墨鱼。因此，至今东南沿海的有些渔民仍然称墨鱼为算袋鱼。



算筹记数采用十进位值制记数法，这是当时世界上最先进的记数制度，包括十进位和位值制两条原则：“十进”即满十进一；“位值”指同一个数字处在不同的位置上所表示的数值也不同，就如先秦典籍《墨经》中所说：“一少于二而多于五，说在建位”，即 1 在个位上表示 1，故小于 2，而当它处于十位上则表示 10，比 5 要大。这种记

数法使得复杂的整数表示和演算变得简便易行，对于中国数学的发展影响极为深远。

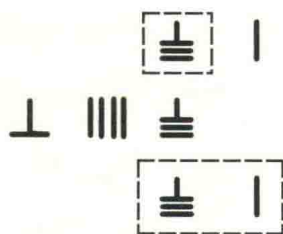
使用算筹计算，叫做筹算。筹算的加减法较为容易，古代算经中未记载。《孙子算经》记载的乘法计算步骤为：

(1) 二数相乘时，先用算筹布置一数于上行，另一数于下行（古代没有被乘数和乘数的叫法），中间一行用于布置乘积。将下行的数向左移动，使下数的末位和上数的首位对齐。

(2) 以上数首位数自左向右地乘下数各位，将所得数布置于中间一行，并且将后得的乘积依次加到之前已得的数上。上数的首位乘完下数各位后，去掉，将下数向右移一位。

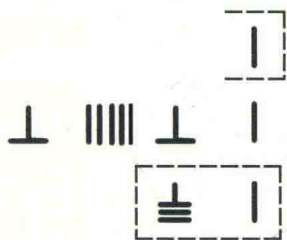
(3) 以上数的第二位乘下数各位，将乘积加到中间一行已得的积中。如此继续下去，直到上数各位一一去掉，中间一行所得的数就是二数的乘积。

例如， 81×81 的筹算过程为：



$$81 \times 81 = ?$$

先以上位的 80 乘下位的 81，即
 $80 \times 81 = 80 \times 80 + 80 \times 1 = 6480$ ，
 放在中间一行。



退至下位，并将上位的 80 去掉，
 $1 \times 81 = 81$ ，加到中间一行，最后得到的结果为 6 561。

算筹在我国沿用了数千年，中国古代数学所取得的辉煌成就几乎都是借助于算筹完成的。直到后来，人们在算筹的基础上发明了更加先进的珠算盘，它才逐渐“功成身退”，成为博物馆中引人遐想的古老器物。

三、珠算盘

唐代中叶以后，随着商业的发展，人们不断改进筹算，创造出许多捷算法，并利用汉字单音节的特点，编成许多口诀，以致摆弄算筹的速度跟不上念出的口诀。人们迫切地需要一种更为便捷、快速的计算工具，此时，珠算盘应运而生。

但珠算盘具体什么时候产生，学术界争论很大。南宋画家刘松年的《茗园赌市图》中的珠算盘的算珠、档都很清晰，可见，珠算盘在民间已被广泛使用。元末明初学者陶宗仪的笔记《南村辍耕录》中，还记载着这样一段关于算盘珠的妙语：“凡纳婢仆，初来时，曰搯盘珠，言不拨自动。稍久，曰算盘珠，言拨之则动。既久，曰佛顶珠，言终日凝然，虽拨亦不动。”意思就是说刚刚来的仆人都十分殷勤，就像搯盘珠一样不拨自动；时间稍久，则怠慢一些了，需要主人发话才会起身做事，就像算盘珠一样用手拨才会动；后来，则愈加行为懒散，整日呆坐，甚至在主人下命令时也毫不在意，就像佛顶珠一样，即使

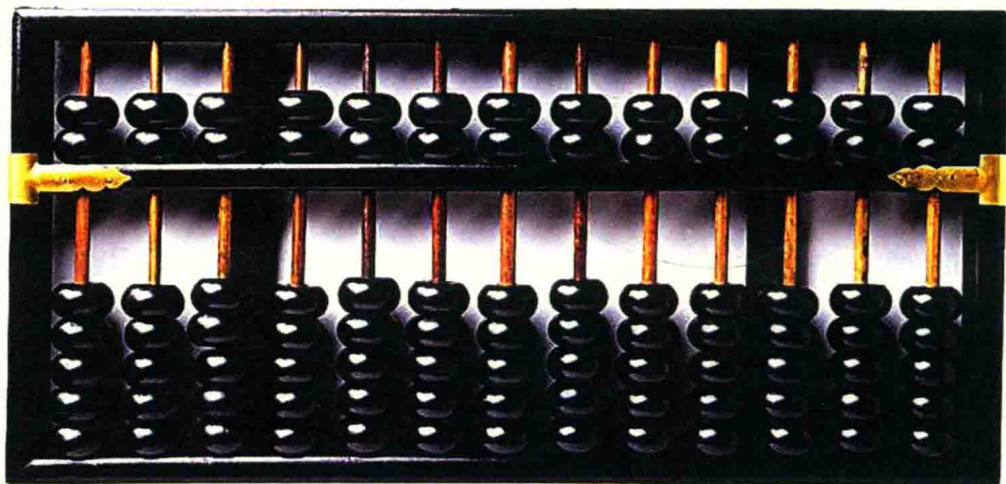


南宋画家刘松年的《茗园赌市图》

用手拨也不会动。

明朝时，大量关于珠算的专门著作犹如雨后春笋，各种珠算算法迅速发展，珠算盘彻底取代了算筹的主流地位。到明末清初时，数学家们已经完全不懂筹算了。1713年，清朝的一位官员到朝鲜进行土地测量，当看到朝鲜数学家使用算筹计算的情景时，不禁大为惊叹：“中国无此算子，可得夸中国乎？”随即向其要了40根算筹作为纪念。

明清和民国时期，珠算盘一直是人们日常生活中不可或缺的工具。



珠算盘