

环境系统分析

丁 涛 编著



科学出版社

环境系统分析

丁 涛 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是一本讲授环境系统分析的指导性教材,着重讲解环境系统最优化和数学建模与分析。主要包括三部分内容:其一为环境系统最优化模型及应用,包括线性规划、整数规划、非线性规划和动态规划等最优化模型及其在环境系统中的应用;其二为环境系统的数学建模与分析,包括水环境系统数学建模与分析、大气环境系统数学建模与分析;其三为环境构筑物的数学建模与分析。

本书可作为高等院校环境工程、环境科学及相关专业的本科生教材,也可作为相关专业人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

环境系统分析/丁涛编著. —北京:科学出版社, 2017.3

ISBN 978-7-03-052362-4

I. ①环… II. ①丁… III. ①环境系统—系统分析—教材 IV. ①X21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 052330 号

责任编辑:文 杨 程雷星/责任校对:张小霞

责任印制:张 伟/封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京鹰诚则铭印刷科技有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 3 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2017 年 3 月第一次印刷 印张:10 3/4

字数:252 000

定价:48.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

环境系统分析是环境科学与工程专业的基础课程之一。本书是一本环境系统分析的指导性教材,着重讲解环境系统最优化和数学建模与分析。数学建模即应用数学语言和方法来描述环境污染过程中的物理、化学、生物化学等内在规律和相互关系的数学方程。所以该门课程理论性很强,涉及数学公式、数学过程推导较多,历届学生普遍反映该门课程难度较大、抽象和枯燥。为解决上述问题,本书在编写过程中,强调以下原则:①案例的设计和运用。通过围绕案例教学,激发学生学习系统分析和数学模型的兴趣,使学生在解决环境问题的同时,提升理论水平和分析问题的能力。②多媒体动画在教学中的运用。将抽象性与直观性相结合,强化感官认识和视觉冲击。③MATLAB 和 FLUENT 软件工具的使用。通过引入软件,大大提高学生解决问题的能力 and 效率,有利于对问题的深入分析和理解。④学生的主动和深入参与。通过老师课上和课下指导、学生亲自建模,使学生能够运用所学方法来解决环境问题。学生通过亲自参与,把抽象的数学公式变成生动直观的视觉结果,将会产生强烈的学习热情和成就感。

本书主要包括三部分内容:其一为环境系统最优化模型及应用,包括线性规划、整数规划、非线性规划和动态规划等最优化模型及其在环境系统中的应用;其二为环境系统的数学建模与分析,包括水环境系统数学建模与分析、大气环境系统数学建模与分析;其三为环境构筑物的数学建模与分析,主要利用 GAMBIT 软件和 FLUENT 软件对平流式沉淀池、旋风除尘器、卡鲁塞尔氧化沟等环境构筑物进行数学建模与系统分析。

全书由中国计量大学丁涛老师统稿。2012 级、2013 级、2014 级环境工程专业的本科学生参与了本书的编写工作,包括 2012 级的程凤、谢斌晖、潘肖健等同学;2013 级的阮唯佳、柴铮巍、朱家辉等同学;2014 级的胡来钢、胡新华、邵鑫等同学。张瑞芬、应承希、王伟等硕士研究生在全书编排中也做了大量工作,在此一并表示感谢。

本书编写过程中参考了许多相关资料和书籍,在此不一一列举(详见书后参考文献列表),编者对这些参考文献的作者表示真诚的感谢。本书的出版得到国家自然科学基金项目(51579046)、浙江省“安全科学与工程”重点学科和浙江省高等教育课堂教学改革研究项目的资助,在此深表感谢;同时感谢科学出版社文杨老师在本书出版过程中给予的支持和帮助。

本书既有理论和方法方面的阐述，又有大量的案例和算例，具有较强的知识性和实践性，是一本专门针对环境科学与工程本科生编写的教材。本书也可作为相关专业人员的参考书，具有较强的参考价值。由于编者水平有限，书中难免有不妥和错误之处，编者诚恳地期望各位专家和读者不吝赐教和帮助。

编 者

2016年12月于中国计量大学

目 录

前言

第 1 章 环境系统分析导论	1
1.1 系统的概念、特征和分类	1
1.2 环境系统	2
1.3 环境系统最优化导论	7
1.4 环境系统数学建模与分析导论	8
1.4.1 环境系统数学模型定义和特征	8
1.4.2 数学模型的分类	9
1.4.3 数学模型的基本结构	10
1.4.4 数学模型的建立步骤	11
1.4.5 数学模型的应用	12
1.5 环境构筑物数学建模与分析导论	17
1.5.1 计算流体力学	17
1.5.2 FLUENT 软件基本结构	18
1.5.3 FLUENT 的基本模型	19
第 2 章 环境系统最优化	24
2.1 环境系统最优化模型概述	24
2.1.1 环境系统最优化模型	24
2.1.2 最优化模型求解方法	24
2.2 线性规划	26
2.3 整数规划	32
2.4 非线性规划	34
2.5 动态规划	37
第 3 章 水环境系统数学建模与分析	41
3.1 污染物在环境介质中的运动与转化特征	41
3.1.1 推流迁移	41
3.1.2 分散运动	41
3.1.3 污染物的衰减和转化	44
3.1.4 推流迁移、分散和衰减之间的关系	44
3.1.5 环境质量基本模型	45
3.2 湖泊与水库水质建模	46
3.2.1 湖库的水文和水质特征	46

3.2.2	湖库箱式水质模型	48
3.3	河流水质建模和仿真	52
3.3.1	河流水质过程分析	52
3.3.2	河流一维水质模型	55
3.3.3	河流二维水质模型	64
3.4	河口及近海水质建模和仿真	65
3.4.1	潮汐对河口水质的影响	65
3.4.2	河口水质模型基本方程	66
3.5	基于 FLUENT 软件的河流突发性污染物三维水质模拟	68
3.5.1	背景	68
3.5.2	利用 GAMBIT 软件构建河道几何模型	68
3.5.3	FLUENT 求解计算	71
3.5.4	计算结果分析	76
第 4 章	大气环境系统数学建模与分析	78
4.1	大气污染的特征分析	78
4.1.1	大气污染源分析	78
4.1.2	大气的垂直分层及边界层	80
4.1.3	大气污染物扩散过程	81
4.2	大气污染物高架点源扩散模型	84
4.2.1	高架点源扩散模型的基础	84
4.2.2	高架连续排放点源模型	88
4.2.3	多点源排放条件下的浓度计算	96
4.3	大气污染物线源扩散模型	101
4.3.1	风向与线源垂直	101
4.3.2	风向与线源平行	102
4.4	大气污染物面源模型	102
4.4.1	单箱模型	103
4.4.2	多箱模型	105
4.5	AREMOD 大气预测模型及应用	107
4.5.1	AREMOD 模型简介	107
4.5.2	AREMOD 模型要求	108
4.5.3	AERMOD 模型应用	110
4.5.4	结果分析	116
4.6	基于 FLUENT 软件的烟气扩散模拟	122
4.6.1	烟气扩散的几何建模和网格划分	122
4.6.2	网格文件导入与网格操作	124
4.6.3	模型相关的定义操作	124
4.6.4	控制方程求解方法的设置及控制	125

4.6.5 计算结果的处理与分析	126
第 5 章 环境构筑物数学建模与分析	128
5.1 平流式沉淀池建模与分析	128
5.1.1 平流式沉淀池的几何建模和网格划分	128
5.1.2 网格文件导入与网格操作	131
5.1.3 模型相关的定义操作	131
5.1.4 控制方程求解方法的设置及控制	133
5.1.5 模拟结果显示和分析	134
5.2 旋风除尘器建模与分析	138
5.2.1 旋风除尘器的几何建模和网格划分	138
5.2.2 网格文件导入与网格操作	141
5.2.3 求解类型的定义	141
5.2.4 计算求解	142
5.2.5 计算结果的显示和分析	143
5.3 卡鲁塞尔氧化沟数学建模与分析	149
5.3.1 卡鲁塞尔氧化沟的几何建模和网格划分	150
5.3.2 网格文件导入与网格操作	154
5.3.3 模型相关的定义操作	155
5.3.4 控制方程求解方法的设置及控制	156
5.3.5 计算结果显示	157
5.3.6 氧化沟在不同工况下的模拟结果分析	159
参考文献	162

第1章 环境系统分析导论

本章主要介绍环境系统优化和数学建模与分析的基本概念及相关知识,并通过案例来阐明本门课程的主要讲授内容,使读者能在学习之初对本门课程有个整体的、直观的认识。

1.1 系统的概念、特征和分类

以人体为例,构成人体的呼吸、消化、循环、排泄、神经等各组成部分,它们通过特定的相互依存、相互制约的关系而有机地结合在一起,成为人体这一具有特定功能的集合体,才使人成为一种具有特殊高级功能和高度智慧的高等动物。如果某一器官出现了问题,就会影响其他部位器官的正常运行,因此人体本身就是由不同元素或子系统组成的一个复杂系统。

1) 系统概念

系统是由一组相互依存、相互作用和相互转化的元素(或客观事物)所构成的具有特定功能的有机整体。

2) 系统特征

不同的元素组合成一个系统,这个系统具有不同于组成它的每个元素的特征,主要表现为以下几方面。

集合性:系统是由各要素所构成的具有特定功能的集合体(根据逻辑统一性要求来构成)。各要素不完善也可能构成良好功能的系统,要素良好也可能作为整体却不具有某种良好的功能。如果以 X 表示系统,以 x_i 表示子系统或系统元素,它们之间的关系可以表示为 $X = \{x_i | x_i \in X, i = 1, 2, \dots, n; n \geq 2\}$ 。

相关性:组成系统的各部分要素之间及系统与环境之间相互联系、相互制约和相互作用,就是系统的相关性。仅有一些多种多样的要素,而它们之间没有任何联系,就不能称为系统。

目的性:系统特别是人造系统都具有目的性。复杂系统往往是一个多目的系统。而系统目的又可以分解为多层次的目标,从而构成一个目标体系。实现全部的系统目标,就等于实现了系统目的。

整体性:系统是由两个或两个以上可以相互区别的要素,按照作为系统应具有的综合整体性而构成的。系统整体性表明,具有独立功能的系统要素及要素间的相互关系是根据逻辑统一性的要求,协调存在于整体之中的。不能离开整体去研究任何一个要素,要素间的联系和作用也不能脱离整体协调去考虑。

环境适应性:指系统对环境变化的适应程度。系统存在于环境之中,是特定环境的

产物。同时,系统又是环境的组成部分,环境是一个更复杂、更高级的大系统。系统与环境既相互关联、相互依存,又相互独立。系统不断地与环境进行物质、能量和信息的交换,使其与外部环境相适应。环境发生变化传送到系统内部,必然引起系统要素的波动,导致系统内部有序结构的变化和调整。反之,系统要素功能和结构的变化返传到系统外部,也会引起环境要素的波动。在交换、运动和调整中,系统保持与外部环境的适应性。

3) 系统的分类

(1)按系统组成部分的属性划分:可划分为自然系统、人造系统、复合系统。自然系统:由各种自然物质构成,如由水、矿物、植物、动物等自然物质构成的海洋系统、生态系统、矿藏系统等,其特点是自然形成的。人造系统:人类为了达到某一需求目的而建立起来的系统,如给水系统、排水系统和污水处理系统等。复合系统:人们借助于认识和利用自然规律为人类服务而建造的系统,如气象预报系统等。

(2)按系统形态划分:可划分为实体系统和概念系统。实体系统:组成元素是物质实体,如由格栅、沉砂池、初沉池、曝气池、二沉池等组成的城市污水处理系统。概念系统:由概念、原理、原则、法则、制度等非物质所组成的系统,如法律系统、教育系统。

(3)按系统所处的状态划分:可划分为静态系统、动态系统。静态系统:系统的状态不随时间而变化,即处于稳态的系统。动态系统:系统的状态随着时间变化而变化,即系统的状态变量是时间的函数。

(4)按系统与环境的关系划分:可划分为闭环境系统、开环境系统。闭环境系统:指系统内部与外界环境没有交换的系统。开环境系统:指系统与外界发生能量、物质、信息等交流时的系统。实际生产和生活中,一个系统不能与外界环境绝对封闭,所以闭环境系统是基于研究问题需要而忽略外界环境影响的一种近似。

(5)按系统内变量之间的关系划分:可划分为线性系统、非线性系统。线性系统:系统内变量之间呈线性关系。非线性系统:系统内变量之间呈非线性关系。

(6)按系统规模划分:可划分小型系统、中型系统、大型系统。

1.2 环 境 系 统

1) 环境系统的概念

广义环境系统:是指地球表面包括非生物和生物的各种环境因素及其相互关系的总和。环境系统提出的目的是把人类环境作为统一体看待。避免人为地把环境分割为互不相关的支离破碎的各个组成部分。环境系统的内在本质在于各种环境因素之间的相互关系和相互作用过程。

狭义环境系统:指在研究人与环境这对矛盾统一体时,由两个或两个以上与环境污染及控制有关的要素组成的有机体。

2) 环境系统的分类

表 1.1 给出了几种常见的环境系统分类方法及相应的系统名称。

表 1.1 环境系统的分类

分类方法	系统名称
污染物的发生及迁移过程	污染物发生系统、污染物输送系统、污染物处理系统、接受污染物的环境系统
环境管理功能	自然保护系统、环境管理系统、环境监测系统、污染控制系统等
环境保护对象	大气污染控制系统、水污染控制系统、城市生态环境系统等

从经济发展与环境保护之间的关系来看,可将一个城市或一个区域分解成三个系统:污染发生系统、处理系统、生态环境系统。其中,污染发生系统主要包括工业、生活和交通系统等。各系统均对应着三个量及其时空分布:污染物发生量、去除量和环境容量。相应地存在三类措施来协调经济发展与环境保护的关系,即降低发生量、提高环境容量、合理组建处理系统(保证必要的去除量)。协调和优化经济建设及环境建设的关系是环境规划的基本思路,而这一过程的实现依赖于环境系统建模与优化分析方法,以实现环境系统的定量化分析与整体优化分析。

3) 环境系统分析

环境系统分析是以环境质量的变化规律、污染物对人体和生态的影响、环境自净能力、环境工程技术原理及环境经济学等为依据,综合运用系统工程学、数学和电子计算机等技术方法,研究建立一个合理的环境污染预防控制系统的数学模型,分析污染控制过程中的可调因素(或各种可替换方案)对环境目标或费用、能耗等的影响,寻求最优决策方案。

【案例 1-1】排污口允许最大排污量

已知某河流长 70km, 平均流量 $Q=20\text{m}^3/\text{s}$, 流速 $u_x=0.10\text{m/s}$, 水体中 BOD_5 浓度为 3mg/L , 溶解氧 DO 浓度为 6mg/L , 水温为 20°C ; 岸边有一处污水排放口, 污水排放量为 $0.5\text{m}^3/\text{s}$, 污水中的 BOD_5 浓度为 600mg/L , 溶解氧 DO 浓度为 0mg/L ; 该河流水体的耗氧系数 K_1 为 0.12d^{-1} , 复氧系数 K_2 为 0.20d^{-1} 。为了保证整条河段的溶解氧浓度不低于 5mg/L , 即满足地表水Ⅲ类水质标准, 试计算排放口污水的处理程度。

1) 河流水污染控制系统分析

图 1.1 为该河段水污染预防控制系统示意图。该河段水污染预防控制系统由污染发生子系统(岸边污水排放)、污水处理子系统(排放口污水处理)、容纳污染物的生态环境子系统(河流水体)组成。各子系统之间相互联系、相互制约和相互作用, 岸边排放口的污水排放量和污水的处理程度(即污染物去除量)会影响受纳水域的水环境质量, 而河流水体的自净能力(环境容量)反过来也会限制排入河流的污染物总量, 对污水处理程度会提出相应要求。只有正确处理好污染物排放量、去除量和环境容量三者之间的关系, 才能协调和优化好城市经济建设和河流环境保护之间的关系。

应建立一个合理的河流水环境污染预防控制系统的数学模型, 利用该模型描述环境要素之间的相互关系, 进而分析污染控制过程中的可调因素对环境目标的影响, 寻求最优决策方案。本案例中的环境要素主要包括: ①与环境容量相关的环境要素, 即河流流量、河流流速、本底水质和目标水质等; ②与污染物发生相关的环境要素, 即污水排放量、污染物种类、污染物排放浓度; ③与污水处理相关的环境要素, 即污水处理率。

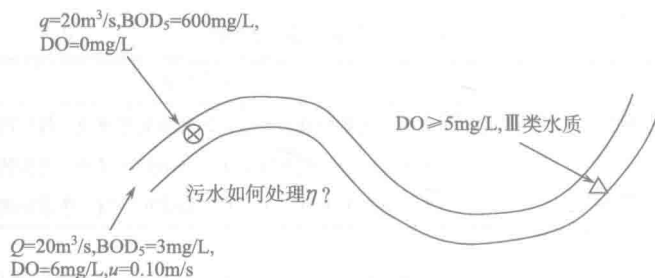


图 1.1 河流水污染预防控制系统示意图

依据河流水环境质量变化规律可知,河流水体在未污染前,河水中的氧一般是饱和的。污水排入河流之后,初始阶段由于耗氧速率大于复氧速率,溶解氧不断下降。随着有机物的减少,耗氧速率逐渐下降,而随着氧饱和不足量的增大,复氧速率逐渐上升。当两个速率相等时,溶解氧到达最低值,该位置即为临界点。随后,复氧速率大于耗氧速率,溶解氧不断回升,最后又出现饱和状态,污染河段完成自净过程。溶解氧的变化过程如图 1.2 所示,只要保证临界点(即溶解氧最低值的位置)处的溶解氧浓度达到 5mg/L 的要求,全河段的溶解氧浓度就均会满足水质目标的要求,即由临界点的溶解氧浓度来约束排放污水的处理程度。

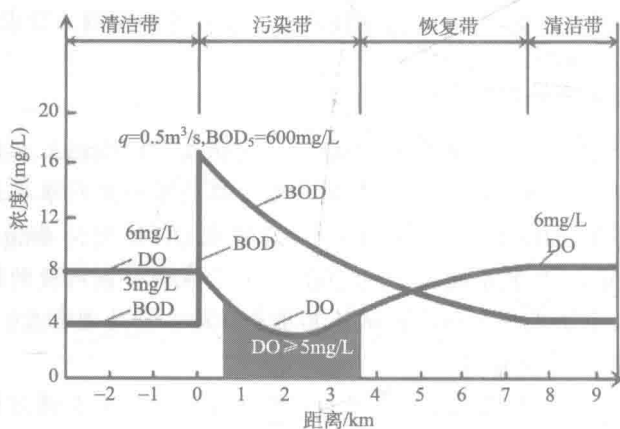


图 1.2 河流水污染控制系统分析

2) 河流水污染预防控制系统数学模型的构建

一个合理的河流水污染预防控制系统数学模型的构建必须以水环境质量的变化规律为依据。首先应了解污染物在水体中的物理、化学和生物变化规律,然后利用数学语言构建数学模型来描述各环境要素之间的关系。本问题可采用 Streeter-Phelps 水质模型,该模型于 1925 年由美国两位工程师斯特里特和费尔普斯提出,并在 1944 年由费尔普斯总结公布,是河流水质模型中用得最早的一个。具体表达式为

$$\begin{aligned} u_x \frac{\partial L}{\partial x} &= D_x \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} - K_1 L \\ u_x \frac{\partial O}{\partial x} &= D_x \frac{\partial^2 O}{\partial x^2} - K_1 L + K_2 (DO_f - DO) \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中, L 、 DO 为河水中 BOD_5 值、溶解氧浓度, mg/L ; K_1 、 K_2 为耗氧、复氧系数, d^{-1} ; DO_f 为饱和溶解氧浓度, mg/L ; D_x 为弥散系数, m^2/s 。

该水质模型描述了一维稳态河流中的有机物降解过程和溶解氧的变化规律。上述模型的求解需借助于数学理论和电子计算机技术。

3) 完整的求解过程

解: 由已知条件可得 $Q=20\text{m}^3/\text{s}$, $u_x=0.10\text{m/s}$, $L_Q=3\text{mg/L}$, $DO_Q=6\text{mg/L}$, $T=20^\circ\text{C}$, $q=0.5\text{m}^3/\text{s}$, $L_q=600\text{mg/L}$, $DO_q=0\text{mg/L}$, $K_1=0.12\text{d}^{-1}$, $K_2=0.20\text{d}^{-1}$ 。

起始断面河水的 BOD_5 和 DO :

$$\begin{aligned} L_0 &= \frac{L_q q + L_Q Q}{q + Q} = \frac{600 \times 0.5 + 3 \times 20}{0.5 + 20} = 17.56 (\text{mg/L}) \\ DO_0 &= \frac{DO_Q Q + DO_q q}{q + Q} = \frac{6 \times 20 + 0 \times 0.5}{0.5 + 20} = 5.85 (\text{mg/L}) \end{aligned}$$

初始氧亏 D_0 的确定:

$$\begin{aligned} DO_f &= 468 \div (31.6 + T) = 468 \div (31.6 + 20) = 9.07 (\text{mg/L}) \\ D_0 &= DO_f - DO_0 = 9.07 - 5.85 = 3.22 (\text{mg/L}) \end{aligned}$$

临界距离:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{u}{K_2 - K_1} \ln \left\{ \frac{K_2}{K_1} \left[1 - \frac{D_0 (K_2 - K_1)}{L_0 K_1} \right] \right\} = 41.11 (\text{km}) \\ D_c &= \frac{K_1}{K_2} L_0 e^{-K_1 x_c / u} = 5.95 (\text{mg/L}) \\ DO_c &= DO_f - D_c = 9.07 - 5.95 = 3.12 (\text{mg/L}) \end{aligned}$$

由上述计算结果可以看出, 在不对污水进行处理的情况下, 临界点的溶解氧浓度不能够满足目标水质 5mg/L 要求, 因此需要对排放口污水中的 BOD_5 进行削减处理。如果临界点 DO 浓度等于 5mg/L , 则可反推出污水排放口断面的初始 BOD_5 浓度 L'_0 :

$$\begin{aligned} L'_0 &= (D_0 e^{-K_2 x / u_x} - D)(K_1 - K_2) / [K_1 L_0 (e^{-K_1 x / u_x} - e^{-K_2 x / u_x})] = 10.54 (\text{mg/L}) \\ L'_0 &= \frac{L'_q q + L_Q Q}{q + Q} = \frac{L'_q \times 0.5 + 20 \times 3}{0.5 + 20} = 10.54 (\text{mg/L}) \end{aligned}$$

得到

$$L'_q = 312.12 (\text{mg/L})$$

因此, 要满足全河段溶解氧浓度不低于 5mg/L 的水质要求, 排放污水的处理程度应为

$$\eta = \frac{L_q - L'_q}{L_q} \times 100\% = \frac{600 - 312.12}{600} \times 100\% = 47.97\%$$

【案例 1-2】城市污水处理系统

图 1.3 为城市污水处理系统, 该系统首先将通过粗格栅的原污水经过污水提升泵提升后(污水提升泵站的作用就是将上游来的污水提升至后续处理单元所要求的高度, 使其实现重力流), 经过格栅, 之后进入沉砂池, 经过砂水分离的污水进入初次沉淀池, 以上为一级处理(即物理处理)。初沉池的出水进入生物处理设备, 有活性污泥法和生物膜法, 其中活性污泥法的反应器有曝气池、氧化沟等, 生物膜法包括生物滤池、生物转盘、生物接触氧化法和生物流化床, 生物处理设备的出水进入二次沉淀池, 二沉池的出水经过消毒排放或者进入三级处理, 一级处理结束到此为二级处理。三级处理包括生物脱氮除磷法、混凝沉淀法、砂滤法、活性炭吸附法、离子交换法和电渗析法。二沉池的污泥一部分回流至初次沉淀池或者生物处理设备, 一部分进入污泥浓缩池, 之后进入污泥消化池, 经过脱水和干燥设备后, 污泥被最后利用。

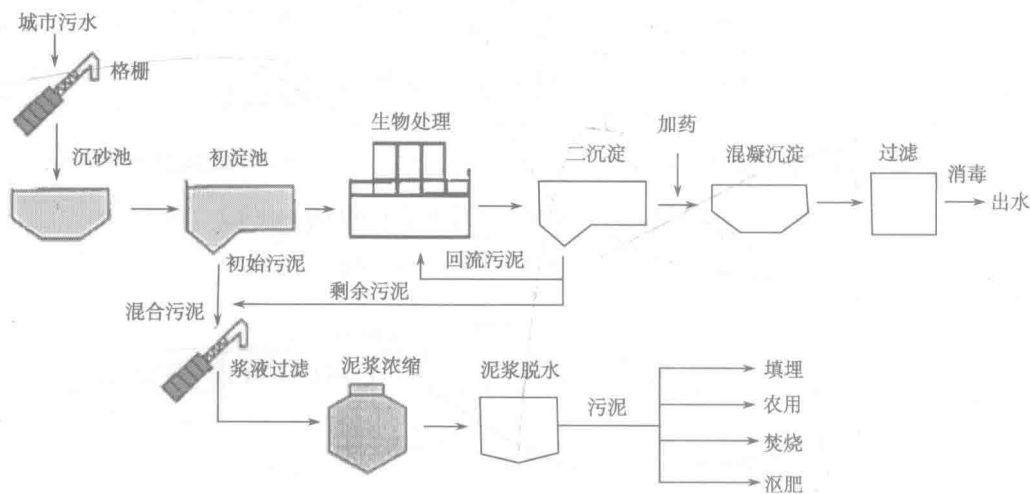


图 1.3 城市污水处理过程图

在图 1.3 的城市污水处理工艺中, 可以利用环境系统分析方法对其中的某一处理单元进行建模分析, 也可以对整体污水处理工艺进行建模分析。

1) 某一处理单元的建模分析

平流式沉淀池是污水处理中应用最早的沉淀池类型, 结构简单, 沉淀效果好, 对冲击负荷和温度变化的适应能力较强, 受风力影响较小, 广泛应用于污水处理中。但是在实际工程运行中也发现了一些问题, 如涡流、异重流、进水分布不均匀或短流现象等, 这些都会干扰沉淀池的正常运行, 导致沉淀效果变差, 影响整个水处理系统。因此, 可以采用环境系统分析的方法来模拟沉淀池水流流态及悬浮物的沉淀过程, 找出限制性因素, 优化池型结构。

2) 污水处理工艺全过程建模分析

运用环境系统分析的方法来建立污水处理工艺中集物理、化学和生物工艺的综合模

型,即模拟每一个特定的工艺单元的行为和这个单元中依赖于其环境条件(泥龄、温度和pH)的主要反应。通过数学模型来追踪污水处理工艺中任何一个模型组分或状态变量在不同单元工艺中的变化(如普通异养菌、氨氧化菌、亚硝酸盐氧化菌等),以及作用于这些模型组分的多个物理化学和生物反应(包括活性污泥反应、厌氧消化、旁流工艺、气体转移及化学沉淀反应)。污水处理工艺全过程模拟有利于污水处理厂整体的优化设计和运行,同时也是污水处理厂节能减排方案分析和评价的重要工具。

1.3 环境系统最优化导论

最优化概念:最优化技术是一门较新的学科分支,它在物质运输、自动控制、机械设计、采矿冶金、经济管理等科学技术领域中均有广泛应用。最优化问题就是在给定条件下寻找最佳方案的问题。最优化问题至少包括两个要素:一是可能的方案;二是要追求的目标。最优化工作可划分为两个阶段:一是由实际生产或科技问题形成最优化的数学模型;二是对所形成的数学模型进行数学加工和求解。

环境工程建设和经济管理中许多问题都可归结为:在一定约束条件下,寻求达到目标最优解。式(1-2)和式(1-3)就是由决策变量 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 、目标函数 $Z=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和约束条件 $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq (=, \leq) b_i (i=1, 2, \dots, m)$ 构成的最优化模型。

$$\max(\min) Z=f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1-2)$$

$$\text{s.t. } g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq (=, \leq) b_i (i=1, 2, \dots, m) \quad (1-3)$$

其中,可使目标函数 Z 最大化或最小化,约束条件方程组确定了决策变量的可行解,它可以是等式或不等式,式(1-3)右端 $b_i (i=1, 2, \dots, m)$ 为常数。满足式(1-3)约束条件的任何组合均为最优化模型的可行解,使 Z 最大或最小的可行解为模型的最优解。

【案例 1-3】除尘器选择优化

一座年产量大于 250 万 t 水泥的工厂,每生产 1t 水泥排放 5kg 粉尘,目前有 A、B 两种形式的静电除尘器可控制烟尘的排放。A:四个电场组合,可减少排放量为 4.0kg 粉尘/t 水泥,操作成本为 0.35 元/t 水泥。B:五个电场组合,可减少排放量为 4.5kg 粉尘/t 水泥,操作成本为 0.45 元/t 水泥。环保部门要求粉尘排放量要削减 86%以上。在满足环保要求的前提下,以处理成本最小化为目标,求 A、B 两种形式的静电除尘器各需处理水泥产量为多少?

解:求解过程可分解为问题分析、模型归纳、编程求解和结果分析四个部分,分别阐述如下。

1) 问题分析

(1) 确定决策变量:设 x_1 、 x_2 (单位为 t) 分别表示 A、B 两种方式的水泥处理量。

(2) 目标函数:最小的处理成本 $Z=0.35x_1+0.45x_2$ 。

(3) 约束条件:环保约束, $(5-4)x_1+(5-4.5)x_2 \leq (x_1+x_2) \times 5 \times (1-86\%)$; 生产总量, $x_1+x_2 \geq 2500000$; 产量非负, $x_1, x_2 \geq 0$ 。

2) 模型归纳

$$\min Z=0.35 x_1+0.45 x_2$$

$$0.3x_1-0.2x_2\leq 0$$

$$x_1+x_2\geq 2500000$$

$$x_1, x_2\geq 0$$

3) 编程求解

采用 MATLAB 软件进行编程求解, 程序代码如下:

```
f=[0.35 0.45];
```

```
A=[0.3-0.2;-1 -1];
```

```
b=[0; -2500000];
```

```
lb=[0;0];
```

```
[x Z]=linprog (f, A, b, [], [], lb, [])
```

计算结果为

$$x_1=1000000(t), x_2=1500000(t)$$

$$Z=1025000(\text{元})$$

4) 结果分析

根据模型优化结果可知, A、B 两种形式的静电除尘器各需处理水泥产量为 100 万 t、150 万 t, 最小处理成本为 102.50 万元。

1.4 环境系统数学建模与分析导论

1.4.1 环境系统数学模型定义和特征

1) 环境系统数学模型定义

应用数学语言和方法来描述环境污染过程中的物理、化学、生物化学、生物生态及社会等方面的内在规律和相互关系的数学方程。

2) 数学模型的建立过程

它建立在对环境系统进行反复的观察研究, 通过实验或现场监测取得的大量有关信息和数据, 进而对所研究的系统行为动态、过程本质和变化规律有了较深刻认识的基础上, 经过简化和数学演绎而得出的一些数学表达关系, 这些表达关系描述了环境系统中各变量及其参数间的关系。

3) 数学模型特征

高度的抽象性和应用的广泛性。建模过程中, 需对研究对象的本质进行高度的抽象, 将研究对象的本质属性和变化规律用数学符号和运算规则来表述。

4) 建立模型的原则

(1) 模型反映研究问题的关键和本质规律, 简化非本质的属性和特征。

(2) 模型尽量简单, 便于处理。在确保满足精确度的条件下, 模型尽量简单实用。

(3) 建模依据要充分。模型推导要严谨地依据科学规律, 并有可靠的实测数据验证。

(4) 模型所表示的系统要能操纵和控制, 便于检验和修改, 模型中要有可控变量。

5) 数学模型优势

(1) 变量的可扩展性。对于实物模型或物理模型而言, 由于物理条件的限制, 可同时模拟的变量数较少, 而数学模型则不受此限制, 可同时进行多个变量的模拟。对于数学模型而言, 变量的可扩展范围很大, 在实物模型上或原型上无法完成的特殊或极端条件下的模拟试验, 在数学模型中则可以很容易做到。

(2) 结构与参数的可调性。数学模型是对环境系统进行简化后的数学描述, 其数学模型结构可根据问题的需求进行调整, 如增加或减少某一变量或过程。数学模型中的相关参数也可以根据问题本身进行调节和改变。

(3) 研究问题的经济性。用数学模型对实际系统进行模拟时, 不需要过多的专用设备和空间, 比较容易实现, 而且不受外界恶劣条件影响, 可以加快模拟研究的进度。

(4) 强大的分析功能。数学模型所获得的数据量非常庞大, 基于这些数据可完成众多的统计、分析任务。

(5) 克服空间限制。在环境科学与工程领域, 常常需要对大范围区域进行研究, 如流域、区域、全球环境, 对物理模型来说这几乎是不可能的, 而数学模型可以做到。

6) 数学模型的局限性

(1) 一个环境问题往往存在众多的变量, 这些变量之间, 各个变量与其周围的环境之间存在着复杂的物质、能量和信息的变换, 一个模型不可能包含所有的变量, 也不能反映每一个变量的全部运动规律。它只能是对实际对象的抽象和简化, 而这种抽象和简化在一程度上偏离了事物原来特征或仅反映事物某些特征, 使模拟结果与实际系统产生差异。因此, 模型结论的精确性是近似的, 通用性是相对的。

(2) 由于系统本身的复杂性, 以及人在认识上和技术上的局限性, 数学模型仅能够对系统进行粗略的近似, 模型本身存在着固有误差, 如果不切实际地要求提高精度, 会使模型变得十分复杂、计算困难或根本无法获得可靠的解答。

一个最好的数学模型也不会比实际系统更真实。尊重客观、尊重实际是建立模型和应用模型的重要原则。

1.4.2 数学模型的分类

1) 模型变量的随机性

确定性模型: 输入、输出均确定, 变量变化服从某种确定性规律。

非确定性模型: 输入是随机的, 解是不稳定的, 不具有唯一性。

2) 环境变量和时间关系

稳态模型: 系统内物质质量不随时间而变。稳态模型在环境系统工程中的应用十分广泛。而且, 有时为了简化环境问题, 常常通过分析稳态模型来了解动态系统中一些典型情况的状态, 如用短时间内平均风速和风场估计烟囱排放污染物在大气中的扩散情况。

动态模型: 系统内物质质量随时间而变化。

3) 空间维数

一维模型: 当污染物浓度的空间分布只在一个方向上存在显著差异时, 常常采用一